

Observablenstudie für die richtungsabhängige Suche nach ultrahochenergetischen Photonen am Pierre-Auger-Observatorium

Bachelorarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science (B.Sc.) im Studiengang Physik

**Universität Siegen
Naturwissenschaftlich Technische Fakultät
Department Physik**

vorgelegt von

Tim Lukas Fehler
Matrikel-Nr.: 1352368

Siegen, den 15. Juli 2021

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
2. Physikalischer Hintergrund	1
2.1. Historische Entwicklung	1
2.2. Primäre kosmische Strahlung	2
2.2.1. Energiespektrum	2
2.2.2. Zusammensetzung	4
2.2.3. Mögliche Quellen und Beschleunigungsmechanismen	4
2.3. Ausgedehnte Luftschauer	5
2.3.1. Elektromagnetische Komponente	6
2.3.2. Hadronische Komponente	8
2.4. Photonen als Primärteilchen der kosmischen Strahlung	8
2.5. Nachweis geladener Teilchen	9
2.5.1. Cherenkov-Strahlung	10
2.5.2. Photomultiplerröhren	11
3. Pierre-Auger-Observatorium	12
3.1. Oberflächendetektor	13
4. Simulationsdaten	14
4.1. Angaben zum verwendeten Datensatz	15
4.2. Umfang des Datensatzes	16
5. Trennkraft einzelner Observablen	17
6. Vorstellung der analysierten Observablen	21
6.1. Unabhängige Observablen	22
6.1.1. maxTrigDist	22
6.1.2. n_{stations}	23
6.1.3. r_{curv}	24
6.1.4. S_b	26
6.2. LDF-basierte Observablen	28
6.2.1. S1000	29
6.2.2. NKG-Parameter β	30
6.2.3. NKG-Parameter γ	31
6.2.4. NKG-Parameter $\beta + \gamma$	32
6.2.5. NKG-Fit χ^2/ndf	33
6.2.6. L_{LDF}	35
6.3. Risetime-basierte Observablen	36
6.3.1. RT_{mean}	37
6.3.2. RT1000	38
6.3.3. Anpassungen für RT1000	40

6.4. Zusammenfassung	42
7. Kombinationen von Observablen	43
7.1. Fisher-Analyse als Methode der MVA	44
7.2. Mögliche Kombinationen der Einzelobservablen	47
7.3. Korrelationen der kombinierten Observablen	52
8. Weiterführende Studien	54
8.1. Differenz in der Energie-Rekonstruktion	54
8.2. Auffälligkeiten bei der Observable r_{curv}	55
8.3. Zenitwinkel-Abhängigkeit der Observablen	56
8.4. Zusätzliche Einschränkungen bei der modifizierten Observable RT_{mod}	56
8.5. Abhängigkeit vom hadronischen Wechselwirkungsmodell	56
9. Zusammenfassung	56
A. Zusätzliche Abbildungen	i
A.1. Trennkraft einzelner Observablen	i
A.2. Kombination von Observablen	xv
B. Literatur	xxii
C. Danksagung	xxv
D. Eidesstattliche Erklärung	xxvii

1. Einführung

Die genaue Zusammensetzung der ultrahochenergetischen kosmischen Strahlung ist noch immer unklar und damit Gegenstand aktueller Forschung. Am international geführten Pierre-Auger-Observatorium in Argentinien werden dazu, durch die Interaktion dieser Strahlung mit der Atmosphäre entstehende Luftschauer, mit verschiedenen Detektortypen vermessen. Von besonderem Interesse ist dabei der Anteil der primären kosmischen Strahlung, der von Photonen gebildet wird. In der Vergangenheit gab es bereits mehrere Bemühungen diesen mit den Detektorsystemen des Observatoriums zu messen. Für eine mögliche zukünftige richtungsabhängige Suche nach Photonen soll nun der Oberflächendetektor des Pierre-Auger-Observatoriums genutzt werden.

In der vorliegenden Bachelorarbeit wird ein breiter Satz an möglichen Luftschauerobservablen für diese zukünftige richtungsabhängige Suche nach ultrahochenergetischen Photonen mit dem Oberflächendetektor analysiert. Dabei wird die Trennkraft der Einzelobservablen bezüglich von Photonen ausgelösten Schauerereignissen gegenüber solchen, die von Protonen ausgelöst werden, betrachtet. Zudem werden vielversprechende Kombination dieser Observablen mit Methoden der multivariaten Analyse zusammengeführt und ebenfalls auf ihre Trennkraft hin untersucht.

2. Physikalischer Hintergrund

Im folgenden ersten Teil der Arbeit werden die physikalischen Grundlagen für die weitere Analyse aufgeführt. Zu diesen gehört die Zusammensetzung und das Energiespektrum der kosmischen Strahlung, sowie das Phänomen der ausgedehnten Luftschauer, die insbesondere bei der Detektion in dem hier betrachteten Energiebereich eine Rolle spielen. Da diese Arbeit im Speziellen für eine richtungsabhängige Suche nach Photonen dienen soll, werden weiterhin die Unterschiede in der Charakteristik von Photonen-induzierten Luftschauern zu solchen, die durch Protonen ausgelöst werden, erläutert.

2.1. Historische Entwicklung

Erste Experimente zur Vermessung der damals noch unbekanntes kosmischen Strahlung wurden von Victor Franz Hess 1912 durchgeführt. Das Ziel bestand darin, die Ionisation der Luft durch γ -Strahlung abhängig von der Höhe über dem Erdboden zu vermessen [1]. Bei Ballonflügen bis zu einer Höhe von 5 km wurde festgestellt, dass die Ionisationswerte nicht wie angenommen mit der Höhe abnahmen, sondern ab einer Höhe von 1 km über dem Erdboden wieder anstiegen. Aus dieser Entdeckung folgerte er, dass die gemessene ionisierende Strahlung ihre Quelle außerhalb der Atmosphäre hat und nicht, wie bisher angenommen, ausschließlich durch die bereits entdeckte irdische Radioaktivität hervorgerufen wird [2]. Aufgrund dessen wurde diese bisher unbekanntes Art der Strahlung fortan als Höhenstrahlung bezeichnet. Für seine Entdeckung wurde Hess 1936 der Nobelpreis für Physik verliehen [3]. Spätere Experimente durch Bothe und Kohlhörster zeigten 1929,

dass die Höhenstrahlung aus elektrisch geladenen Teilchen mit hoher Durchdringungskraft besteht [4].

Von besonderem Interesse für die Entwicklung des Verständnisses der kosmischen Strahlung sind die Untersuchungen von Pierre Victor Auger im Jahre 1938. Dieser stellte mehrere Teilchendetektoren im Abstand von 300 m auf dem Erdboden verteilt auf und beobachtete, dass benachbarte Detektoren zeitgleich auslösten. Aus diesem Koinzidenzverhalten schloss er, dass die bisher gemessenen Teilchen durch ein Primärteilchen in der oberen Atmosphäre erzeugt werden und in Form von Teilchenschauern auf dem Erdboden eintreffen [5]. Die kosmische Strahlung musste also aus zwei Komponenten bestehen: Zum einen die direkt auf der Erdoberfläche messbare sekundäre Strahlung, aber auch die primäre kosmische Strahlung, bestehend aus hochenergetischen Teilchen, die mit der Atmosphäre wechselwirken und dadurch die sogenannten Luftschauer entstehen lassen. Das Prinzip von Augers Koinzidenzdetektor wurde und wird fortlaufend in verschiedenen Experimenten für die Detektion von Luftschauern genutzt. Das aktuelle größte Experiment für die Vermessung von ausgedehnten Luftschauern ist das in Argentinien gelegene und international geführte Pierre-Auger-Observatorium, das in Abschnitt 3 näher erläutert wird.

2.2. Primäre kosmische Strahlung

2.2.1. Energiespektrum

Der differentielle Teilchenfluss $\frac{d\Phi}{dE}$ der primären kosmischen Strahlung ist durch viele verschiedene Experimente vermessen worden und dadurch heutzutage über einen großen Bereich an Größenordnungen bekannt. Eine graphische Darstellung des Spektrums findet sich in Abbildung 2.1. Dieses Energiespektrum folgt im Wesentlichen einem Potenzgesetz der Form

$$\frac{d\Phi}{dE} \propto E^{-\gamma} \quad (2.1)$$

mit dem Spektralindex γ , was auf einen nicht-thermischen Ursprung der Strahlung hindeutet [6].

Innerhalb des gemessenen Energiebereichs stechen einige Punkte besonders hervor, an denen der Spektralindex seinen Wert markant ändert. Zwischen 10^{15} eV und 10^{16} eV knickt das Spektrum von $\gamma = -2,7$ zu einem Index von $\gamma = -3,1$ hin ab. Diese Änderung in der Steigung wird als *Knie* bezeichnet. Eine Theorie für diesen Übergang ist, dass es sich dabei um einen Wandel in der Art des Beschleunigungsprozess der kosmischen Strahlung handelt, da in der Region des *Knie* ein erstes Limit für die niedrig-energetische Beschleunigung vermutet wird [7]. Eine weiterer Knick in die entgegengesetzte Richtung liegt bei etwa 4 EeV. Am dort liegenden *Knöchel* flacht das Spektrum von $\gamma = -3,2$ zu $\gamma = -2,7$ wieder ab. Auch hier ist die Ursache für die sprunghafte Änderung des Spektralindex noch nicht vollständig geklärt.

Zu den höchsten Energien hin ($\log(E[\text{eV}]) \gtrsim 19$) wurde eine Unterdrückung des Flusses gemessen. Die Ursache dafür ist noch unklar, so wird ein Limit für die Beschleunigungs-

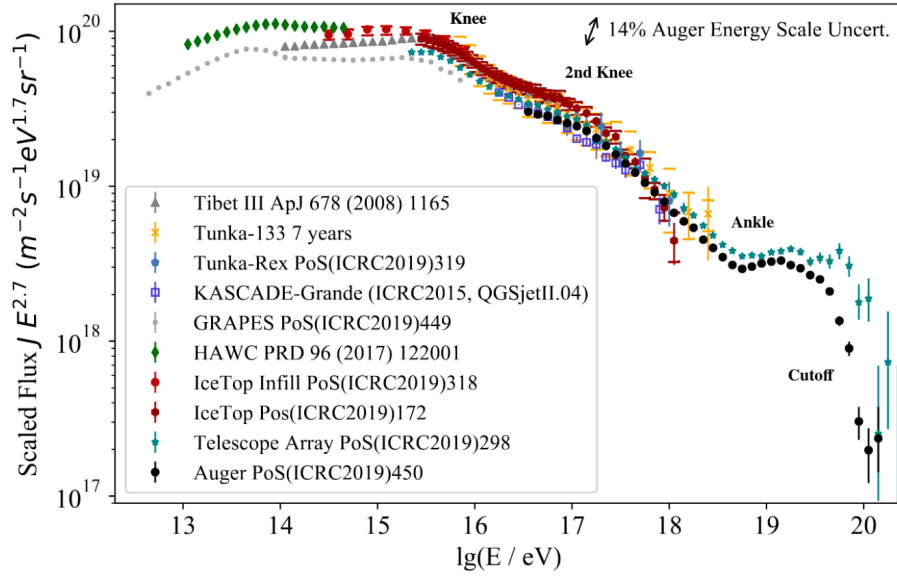


Abbildung 2.1: **Energiespektrum der kosmischen Strahlung**

Der Fluss wurde mit $E^{2.7}$ multipliziert, um die Struktur sichtbarer zu machen. Deutlich erkennbar ist auch die gemessene Unterdrückung bei den höchsten Energien. [6]

fähigkeit von den Quellen der ultrahochenergetischen kosmischen Strahlung vermutet. Eine weitere mögliche Erklärung dafür ist der aus dem Standardmodell der Teilchenphysik folgende, aber experimentell noch nicht nachgewiesene GZK-Effekt, der von Greisen, Zatspin und Kuz'min postuliert wurde [8, 9]. Dieser Prozess beruht auf der Wechselwirkung von hochenergetischen Protonen mit Photonen aus der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMB). Über die Delta-Resonanz $\Delta(1232)^+$ werden bei der Interaktion Pionen produziert.

$$p + \gamma_{\text{CMB}} \rightarrow \Delta(1232)^+ \rightarrow p + \pi^0 \quad (2.2)$$

$$p + \gamma_{\text{CMB}} \rightarrow \Delta(1232)^+ \rightarrow n + \pi^+ \quad (2.3)$$

Da für diesen Prozess eine Schwellenenergie der Protonen von etwa $E_{\text{min}} \approx 5 \times 10^{19}$ eV benötigt wird, findet die Flussunterdrückung erst bei entsprechend hohen Energien statt. Die Wechselwirkung sorgt dafür, dass die mittlere freie Weglänge der Protonen im Universum mit steigender Energie abnimmt. Für Protonen mit einer Energie von $E \gtrsim 10^{20}$ eV liegt diese bei etwa 100 Mpc. Die Unterdrückung legt eine Grenze auf den maximalen Abstand zu den Quellen der primäre kosmischen Strahlung, welche als GZK-Horizont bezeichnet wird [10].

Beim Zerfall der durch den GZK-Effekt entstandenen Pionen sollten nach aktuellem Verständnis der Elementarteilchenphysik Photonen entstehen. Ein Nachweis dieser Photonen würde zum weiteren Verständnis der kosmischen Strahlung bei den höchsten Energien beitragen und eine experimentelles Indiz für die Existenz des GZK-Effekts darstellen.

2.2.2. Zusammensetzung

Die primäre kosmische Strahlung besteht hauptsächlich aus Elektronen und Atomkernen, welche wiederum zu großen Teilen von Protonen und Heliumkernen ausgemacht werden. Ein kleinerer Anteil entfällt auf schwerere Kerne. Bei geringeren Energien bis zu 100 TeV ist die genauere Zusammensetzung durch direkte Messungen mittels Ballon- und Satellitenexperimenten bekannt. Die relativen Anteile an der primären kosmischen Strahlung sind bei diesen Energien ähnlich der Elementverteilung in unserem Sonnensystem [6].

Bei höheren Energien kann die kosmische Strahlung zunehmend ausschließlich indirekt über Luftschauerereignisse gemessen werden (siehe dazu Abschnitt 2.3), so dass eine Bestimmung des Primärteilchens schwierig ist. Aufgrund dessen ist die genaue Zusammensetzung der kosmischen Strahlung bei Energien oberhalb von 100 TeV weitestgehend unbekannt und Gegenstand aktueller Forschung. Für das Verständnis der ultrahochenergetischen Luftschauer werden Erkenntnisse über die hadronischen Wechselwirkungen aus Beschleunigerexperimenten genutzt. Da diese aber nur für geringere Energieskalen vorliegen, müssen die entsprechenden Modelle zu den höchsten Energien hin extrapoliert werden, wodurch eine signifikante Unsicherheit in der Beschreibung dieser Interaktionen entsteht [11].

Ultrahochenergetische Photonen konnten als Primärteilchen der kosmischen Strahlung bisher nicht eindeutig nachgewiesen werden. Auf den diffusen Teilchenfluss wurden durch verschiedene Experimente bisher lediglich obere Grenzen bei verschiedenen Energien gesetzt [12]. Eine richtungsabhängige Suche nach Photonen könnte die Korrelation in deren Eintreffrichtungen als weiteres Auswahlkriterium nutzen und damit die vorhandenen Daten bestmöglich ausnutzen.

2.2.3. Mögliche Quellen und Beschleunigungsmechanismen

Die Quellen der primären kosmischen Strahlung sind zwar weiterhin unbekannt, aber durch fortlaufend neue Erkenntnisse von zahlreichen Experimenten zur Vermessung der kosmischen Strahlung, kann die Liste der möglichen Quellen heutzutage auf einige vielversprechende astrophysikalische Objektklassen begrenzt werden:

- Supernovae-Überreste (SNR, engl.: *supernovae remnants*)
- Aktive Galaxienkerne (AGN, eng.: *active galactic nuclei*)
- Gamma-Ray-Bursts (GRB)
- Pulsare und Neutronensterne

Wie bereits in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, deutet die Form des Energiespektrums als Potenzgesetz auf eine nicht-thermische Beschleunigung hin. Als ein möglicher Prozess für die Beschleunigung der geladenen Primärteilchen wird die Reflexion zwischen zwei Schockfronten mittlerweile weitestgehend angenommen. Solche Schockfronten werden bei verschiedenen astrophysikalischen Objektklassen vermutet, so auch in Supernovae-Überresten, Aktiven

Galaxienkernen und Gamma-Ray-Bursts. Dieser Prozess der Beschleunigung wurde 1948 von Enrico Fermi postuliert [13].

2.3. Ausgedehnte Luftschauer

Da der Teilchenfluss der primären kosmischen Strahlung durch die Form als Potenzgesetz zu hohen Energien hin stark abnimmt, wird ein direkter Nachweis der Primärteilchen zunehmend schwierig. Zudem wechselwirkt die hochenergetische kosmische Strahlung schon früh mit der Atmosphäre, sodass der direkte Nachweis nur in großen Höhen, beispielsweise über Satellitenexperimente, geschehen kann. Aus diesem Grund wird bei der Detektion der hochenergetischen kosmischen Strahlung größtenteils auf den bodengestützten indirekten Nachweis von Luftschauerereignissen in der Atmosphäre und den darin entstehenden Sekundärteilchen gesetzt.

Ein solcher Luftschauer wird durch die Interaktion der primären kosmischen Strahlung mit Teilchen der Atmosphäre ausgelöst. Dabei entstehen in Form einer Kaskade weitere Teilchen, sodass deren Gesamtzahl stetig steigt. Die Energie des primären Teilchens wird bei jedem Wechselwirkungs- oder Zerfallsprozess auf die Sekundärteilchen verteilt. Deren Energie sinkt daher im Mittel. Dieser Prozess der Teilchenvermehrung geschieht so lange bis die Energie der einzelnen Teilchen nicht mehr für die Erzeugung von weiteren Sekundärteilchen ausreicht und somit unter eine kritische Schwelle E_{crit} sinkt. Die verbleibenden Teilchen interagieren weiterhin mit der Atmosphäre und verlieren beispielsweise durch Atomanregung weiterhin Energie. Dadurch nimmt die Gesamtzahl der Teilchen ab einer gewissen Höhe auch wieder ab.

Die longitudinale Entwicklung eines Luftschauers wird über die atmosphärische Tiefe X beschrieben. Diese ist abhängig von der Höhe h über dem Erdboden und dem Einfallswinkel gegenüber der Senkrechten θ und ist folgendermaßen definiert:

$$X(h, \theta) = \frac{1}{\cos(\theta)} \int_h^\infty \rho(h') dh' \quad (2.4)$$

Wobei $\rho(h')$ die atmosphärische Dichte in Abhängigkeit von der Höhe über dem Erdboden angibt. Die atmosphärische Tiefe bei der das Maximum der Teilchenanzahl erreicht wird, wird mit X_{max} bezeichnet und ist von großer Bedeutung für die Beschreibung von Luftschauerereignissen.

Auf Basis der Sekundärteilchen lässt sich ein Schauer in vier Komponenten aufteilen (vgl. Abbildung 2.2):

- Hadronische Komponente
- Elektromagnetische Komponente
- Myonische Komponente
- Neutrino-Komponente

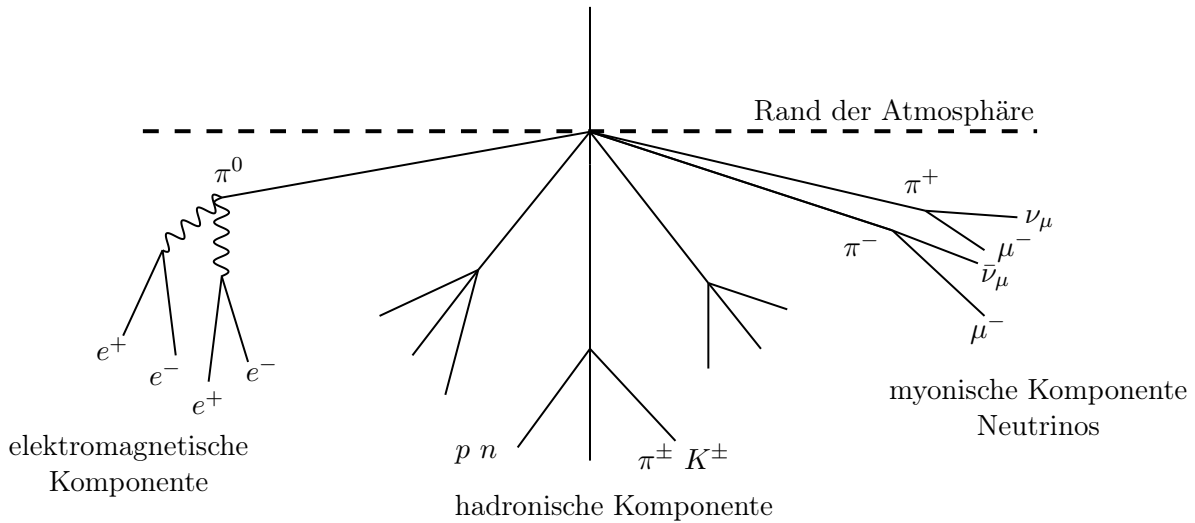


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der verschiedenen Komponenten eines Luftschauers.

Im Folgenden soll die Entwicklung der elektromagnetischen sowie die der hadronischen Komponente betrachtet werden.

2.3.1. Elektromagnetische Komponente

Die elektromagnetische Komponente eines Luftschauers setzt sich aus Elementarteilchen zusammen, die hauptsächlich oder ausschließlich elektromagnetisch interagieren. Dies sind im Wesentlichen Photonen, Elektronen und Positronen. Für eine einfache Beschreibung des elektromagnetischen Schauers werden nur die Prozesse der Paarerzeugung und Bremsstrahlung betrachtet. Ein entsprechendes Modell wurde dafür von Walter Heitler entwickelt [14]. Nach diesem kommt es bei Elektronen und Positronen nach dem Durchlaufen einer Strahlungslänge X_0 immer zu Bremsstrahlung und damit zur zusätzlichen Emission eines Photons. Der dafür notwendige Einfluss eines elektromagnetischen Felds ist durch weitere Teilchen oder Atomkerne der Atmosphäre gegeben. Das abgestrahlte Photon erzeugt wiederum nach einer weiteren Strahlungslänge ein Elektron-Positron-Paar. Dieser Prozess der Teilchenvermehrung findet statt bis die Energie pro Teilchen unter die Schwelle E_{crit} gelangt und keine weitere Paarbildung möglich ist. Eine grafische Darstellung dieser elektromagnetischen Kaskade findet sich in Abbildung 2.3.

Für das Heitler-Modell wird angenommen, dass sich die Energie des ursprünglichen Teilchens immer gleichmäßig auf die Teilchen nach dem Prozess verteilt (und somit halbiert). Nach einer durchlaufenen Weglänge von $s = n \cdot X_0$ besteht die elektromagnetische Kaskade also aus

$$N_n = 2^n \quad (2.5)$$

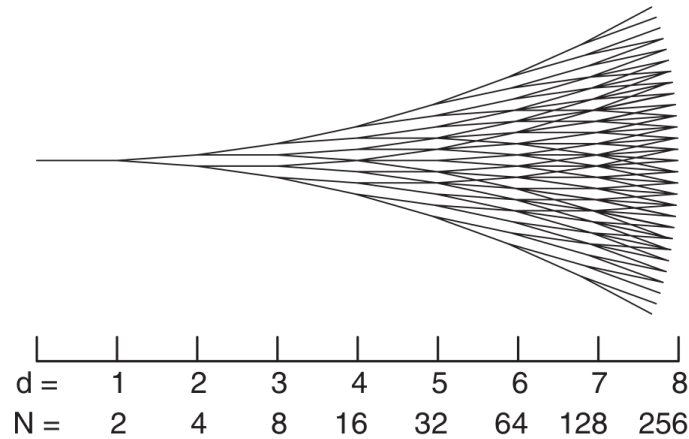


Abbildung 2.3: **Schematische Darstellung eines elektromagnetischen Schauers durch das Heitler-Modell**

Nach jeder Strahlungslänge verdoppelt sich die Anzahl der Teilchen im Schauer durch Bremsstrahlung oder Paarbildung. Die Entwicklung stoppt wenn die Energie der einzelnen Teilchen die kritische Schwelle von ungefähr $E_{\text{crit}} \approx 80 \text{ MeV}$ in Luft unterschreitet. [7]

Teilchen, wobei jedes dieser die Energie

$$E_n = \frac{E_0}{2^n} \quad (2.6)$$

trägt. Dabei bezeichnet E_0 die Energie des den Schauer auslösenden Primärteilchens. Sobald die kritische Energie E_{crit} erreicht wird, gilt also

$$E_{\text{crit}} = \frac{E_0}{2^{n_{\text{crit}}}} \Rightarrow n_{\text{crit}} = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E_{\text{crit}}}\right)}{\ln(2)} \quad (2.7)$$

und der Prozess der Teilchenvermehrung stoppt. Ab dieser Stelle verlieren die Teilchen nur noch Energie durch Ionisationsprozesse. Die maximale Teilchenanzahl N_{max} und die Tiefe des Schauermaximums X_{max} sind im Heitler-Modell dann gegeben durch:

$$N_{\text{max}} = 2^{n_{\text{crit}}} = \frac{E_0}{E_{\text{crit}}} \propto E_0 \quad (2.8)$$

$$X_{\text{max}} = X_0 \cdot n_{\text{crit}} = X_0 \cdot \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E_{\text{crit}}}\right)}{\ln(2)} \propto \ln(E_0) \quad (2.9)$$

Es zeigt sich also, dass die maximale Teilchenanzahl N_{max} proportional zur Energie E_0 des Primärteilchens ist, während N_{max} logarithmisch von E_0 abhängt. Diese Relationen geben einen ersten Hinweis, wie aus Kennwerten eines Schauers auf Eigenschaften des Primärteilchens geschlossen werden kann.

Trotz der starken Vereinfachungen, die dem Heitler-Modell zugrunde liegen, sind diese Vorhersagen in guter Übereinstimmung mit detaillierten Simulationen von Teilchenschauern [7].

2.3.2. Hadronische Komponente

Die hadronische Komponente eines Luftschauers wird durch Teilchen gebildet, die von hadronischer Natur sind und über die starke Kraft wechselwirken. Ähnlich wie auch bei der elektromagnetischen Komponente, kommt es durch Interaktion mit der Atmosphäre zu einer Teilchenkaskade. Bei dieser entstehen Photonen, die wiederum der elektromagnetischen Komponente des Schauers beisteuern.

Die hadronische Teilchenkaskade kann erneut in einer vereinfachten Form durch eine modifizierte Art des Heitler-Modells beschrieben werden [15]. In diesem Fall entstehen nach dem Durchlaufen von einer Wechselwirkungslänge λ nicht nur zwei Teilchen, sondern $3n$ Pionen, welche gleichermaßen auf π^+ , π^- und π^0 aufgeteilt werden. Die neutralen Pionen zerfallen sofort in zwei hochenergetische Photonen

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma, \quad (2.10)$$

welche eine elektromagnetische Kaskade, wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, induzieren. Die geladenen Pionen wiederum interagieren nach einer Wechselwirkungslänge λ mit der Atmosphäre und erzeugen erneut Pionen der drei Arten. Da sich die Energie der ursprünglichen Pionen auf ihre Zerfallsprodukte aufteilt, wird nach einigen Wechselwirkungslängen erneut eine kritische Energieschwelle von $E_{\text{crit}}^\pi \approx 20 \text{ GeV}$ erreicht. Unterhalb dieser Energie können keine weiteren Pionen erzeugt werden und die bereits erzeugten Pionen zerfallen zu Myonen und den zugehörigen Myon-Neutrinos:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (2.11)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2.12)$$

Die Myonen haben nur eine kurze Zerfallsdauer, sodass niederenergetische den Erdboden nicht erreichen, sondern zuvor zu Elektronen/Positronen und Neutrinos zerfallen.

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (2.13)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (2.14)$$

Diese Zerfallsprodukte tragen wieder zu den verschiedenen Komponenten des Schauers bei.

2.4. Photonen als Primärteilchen der kosmischen Strahlung

Photonen als Primärteilchen der ultrahochenergetischen Strahlung sind aus verschiedenen Gründen von besonderem Interesse. Im Gegensatz zu geladenen Teilchen erfahren sie bei der Propagation durch das intergalaktische Medium keine Ablenkung durch Magnetfelder und sind somit winkeltreu. Wenn die Quellen für ultrahochenergetischen Photonen

mit denen der geladenen Teilchen korreliert sind, lassen sich durch eine systematische richtungsabhängige Photonensuche Rückschlüsse auf die Entstehung der kosmischen Strahlung ziehen. Ihre Eintreffrichtungen ließen sich dann zum Beispiel mit den Position bekannter astrophysikalischer Objekte vergleichen.

Außerdem wäre die Existenz ultrahochenergetischer Photonen ein Indiz für die Korrektheit der Vorhersagen des GZK-Effekts (vgl. Abschnitt 2.2.1) und würde damit eine Unterdrückung des differentiellen Teilchenspektrums der kosmischen Strahlung zu hohen Energien hin bestätigen.

Ultrahochenergetische Photonen (UHE, engl.: *ultra high energy*) unterliegen bei ihrer Propagation durch das Universum der Wechselwirkung mit Hintergrundfeldern. Dabei kann durch die Interaktion mit einem Photon der Hintergrundstrahlung eine elektromagnetische Kaskade ausgelöst werden, die einen Teil der Energie des ursprünglichen Photons wegträgt:

$$\gamma_{\text{UHE}} + \gamma_{\text{Hintergrund}} \rightarrow e^{\pm} \rightarrow \dots \rightarrow \gamma_{\text{GeV-TeV}} + \dots \quad (2.15)$$

Typische Energieverlustlängen werden für ein Photon bei diesem Prozess zwischen 7 Mpc bis 15 Mpc bei 10^{19} eV und 5 Mpc bis 30 Mpc bei 10^{20} eV geschätzt [12].

Von ultrahochenergetischen Photonen induzierte Luftschauer unterscheiden sich in einigen Punkten von denen, die durch Protonen oder Eisenkerne ausgelöst werden. Zum einen wird ein Photonen-Schauer stark durch die elektromagnetische Komponente dominiert, da hadronische Interaktionen für Photonen stark unterdrückt sind. Daher werden im Unterschied zu einem vergleichbaren Protonen-Schauer viel weniger Myonen und Neutrinos erzeugt. Zum anderen unterliegt die Wechselwirkung von ultrahochenergetischen Photonen dem Landau-Pomeranchuk-Migdal-Effekt (LPM) [16], der die Rate für Paarerzeugung und Bremsstrahlung bei Energien von $\gtrsim 10^{15}$ eV zunehmend unterdrückt [6]. Aus diesem Grund wird die Entwicklung des elektromagnetischen Schauers gebremst und die maximale Teilchenanzahl wird erst bei einer höheren atmosphärischen Tiefe erreicht. Der numerische Wert von X_{max} liegt also bei einem durch Photonen induzierten Schauer höher als bei einem vergleichbaren Protonen-Schauer mit ähnlicher Primärenergie, was bedeutet, dass sich ein Photonen-Schauer erst in einer geringeren Höhe über dem Erdboden entwickelt. Diese Unterschiede werden genutzt, um die Art des Primärteilchens anhand von am Boden gemessenen Observablen zu unterscheiden.

2.5. Nachweis geladener Teilchen

Da die vorliegende Bachelorarbeit einer zukünftigen Suche mit dem Oberflächendetektor des Pierre-Auger-Observatoriums dienen soll, werden in diesem Abschnitt die notwendigen physikalischen Zusammenhänge erläutert. Der Nachweis geladener Teilchen erfolgt dabei über den Cherenkov-Effekt und dessen Detektion mit Photomultiplirröhren. Informationen zur der Bauweise des Oberflächendetektors finden sich in Abschnitt 3.1.

2.5.1. Cherenkov-Strahlung

Bewegt sich ein geladenes Teilchen durch ein dielektrisches Medium, so werden Atome dieses Mediums längs der Flugbahn des Teilchens kurzzeitig polarisiert. Bei der Relaxation wird elektromagnetische Strahlung ausgesendet. Bei einem Teilchen, dessen Geschwindigkeit v die Lichtgeschwindigkeit in dem Medium mit Brechungsindex n übersteigt

$$v \geq \frac{c}{n}, \quad (2.16)$$

wobei c die Vakuumlichtgeschwindigkeit bezeichnet, kommt es zwischen den einzelnen Kugelwellen nicht mehr zu destruktiver Interferenz, sondern es bildet sich eine kegelförmige Wellenfront, analog zu einem Überschallkegel (vgl. Abbildung 2.4). Dieser Effekt ist nach seinem Entdecker Pavel A. Cherenkov benannt [17].

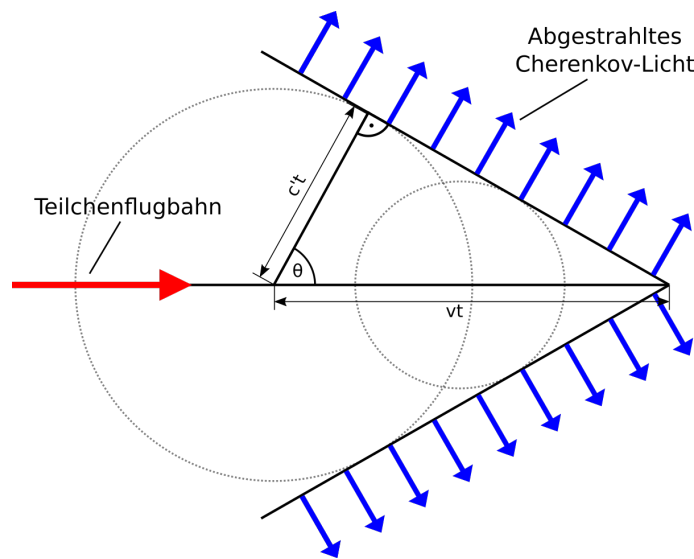


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des Cherenkov-Effekts und Definition des Cherenkov-Winkels.

Der Winkel zur Flugrichtung, unter dem das Medium die elektromagnetische Wellenfront emittiert, wird als Cherenkov-Winkel θ bezeichnet. Dieser hängt von der Geschwindigkeit v des geladenen Teilchens und dem Brechungsindex n des Mediums ab und ist über die folgende Relation gegeben:

$$\cos(\theta) = \frac{\frac{c}{n}t}{vt} = \frac{1}{\beta n} \quad (2.17)$$

Dabei bezeichnet $\beta = \frac{v}{c}$ die auf die Vakuumlichtgeschwindigkeit normierte Geschwindigkeit des Teilchens.

Das differentielle Energiespektrum der emittierten Photonen pro Wegstrecke dx und Frequenz $d\omega$ ergibt sich nach Frank und Tamm zu der folgenden Formel [18]:

$$\frac{d^2E}{d\omega dx} = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2} \omega \sin^2(\theta(\omega)) \quad (2.18)$$

Dabei bezeichnet Z die Ladungszahl des Teilchens und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante. Der Cherenkov-Winkel $\theta(\omega)$ ist über den Brechungsindex frequenzabhängig. Teilt man die obige Relation nun durch die Energie $E_\gamma = \hbar\omega$ eines einzelnen Photons, so erhält man das differentielle Teilchenspektrum

$$\frac{d^2N}{d\omega dx} = \frac{\alpha}{c} Z^2 \sin^2(\theta(\omega)). \quad (2.19)$$

Die Konstanten wurden dabei über die Feinstrukturkonstante α zusammengefasst.

2.5.2. Photomultiplerröhren

Da die Lichtsignale, die über den Cherenkov-Effekt in den Tanks des Oberflächendetektors ausgelöst werden, nur sehr schwach sind, werden sie zur Detektion mit Photomultiplerröhren (PMT) verstärkt und in elektrische Signale umgewandelt.

Eine solche PMT besteht aus einer evakuierten Kammer, in der zwischen einer Anode und Photokathode mehrere Dynoden wechselseitig angebracht sind. Durch das Anschließen einer Spannung zwischen Anode und Kathode, wird einer Potentialdifferenz erzeugt, die stufenweise auch an den Dynoden anliegt. Dazu werden diese mit zwischengeschalteten elektrischen Widerständen miteinander und der Kathode sowie Anode verbunden. Der Aufbau ist in Abbildung 2.5 verdeutlicht.

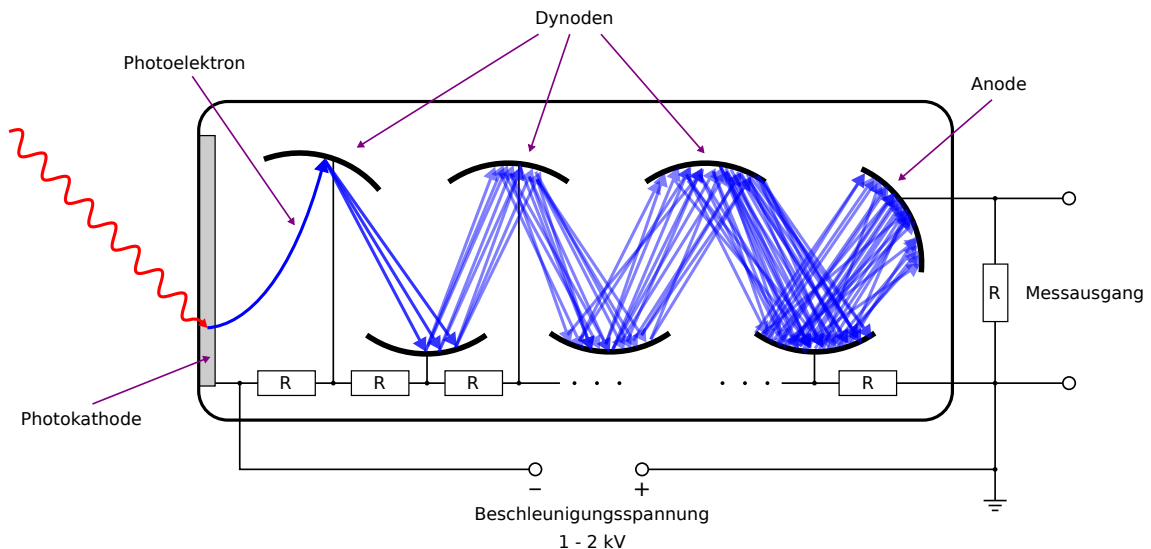


Abbildung 2.5: Schematischer Aufbau einer PMT

Trifft nun ein Photon von außen auf die Photokathode, so löst es auf der Innenseite der PMT durch den Photoeffekt ein einzelnes Elektron aus. Dieses wird aufgrund der angelegten Spannung von Dynode zu Dynode beschleunigt und löst dort jeweils beim Auftreffen weitere Elektronen aus, die das Signal stufenweise verstärken. Es kommt zu einer Art

Elektronenkaskade, die beim Auftreffen auf der Anode über einen weiteren elektrischen Widerstand zum positiven Pol hin abfließt. An diesem Widerstand kann nun ein Spannungsabfall gemessen werden, der proportional zur Intensität des einfallenden Lichts ist und als Signal interpretiert wird.

3. Pierre-Auger-Observatorium

Das Pierre-Auger-Observatorium ist das derzeit größte Experiment zur Vermessung ultrahochenergetischer kosmischer Strahlung durch die Detektion ausgedehnter Luftschauer. Es befindet sich in der argentinischen Provinz Mendoza, nordöstlich der Kleinstadt Malargüe. Das Observatorium war bis 2008 in Konstruktion und dient aber schon seit 2004 zur Detektion kosmischer Strahlung in einem Energiebereich von $E \gtrsim 10^{17}$ eV. Viele der neueren Erkenntnisse über die Natur der kosmischen Strahlung basieren auf Daten, die am Pierre-Auger-Observatorium gemessen wurden. Dort wird insbesondere nach ultrahochenergetischen Primärteilchen gesucht und die Zusammensetzung der primären kosmischen Strahlung zu den höchsten Energien hin analysiert [19].

Die Detektion erfolgt über zwei unabhängige Detektorsysteme, dem Oberflächendetektor (SD) und dem Fluoreszenzdetektor (FD), die eine Fläche von 3000 km^2 abdecken. Ein schematisches Layout der Detektorsysteme ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Kombination der beiden Systeme zu einem Hybriddetektor liefert Daten von herausragender Qualität für die Rekonstruktion von Schauereignissen. Neben diesen beiden Systemen gibt es seit einigen Jahren auch Erweiterungen, die die Detektorsysteme ergänzen. Die Basis für den Fluoreszenzdetektor bildet die Anregung der Luftmoleküle durch Wechselwirkung mit geladenen Teilchen aus dem Schauer. Die Moleküle emittieren die zusätzlich Energie darauf isotrop in Form von Photonen im UV-Bereich, welche mit den Teleskopen des Fluoreszenzdetektors detektiert werden. Voraussetzung dafür ist, dass sich zu dem Zeitpunkt des Schauers keine anderen Lichtquellen im Sichtfenster der Teleskope befinden und das schwache Leuchten nicht durch andere Effekte absorbiert wird. Somit kann der Fluoreszenzdetektor nur in klaren mondlosen Nächten betrieben werden, was eine Betriebsdauer von $\sim 15\%$ ergibt [19].

Der Oberflächendetektor hingegen kann durchgängig betrieben werden. Für bisherige richtungsabhängige Suchen nach Photonen als Primärteilchen der kosmischen Strahlung wurden Hybriddaten aus der Kombination beider Detektorsysteme verwendet (vgl. [22]). Wird hingegen nur auf die Daten des Oberflächendetektors zurückgegriffen, so kann eine wesentlich höhere Statistik erreicht werden.

Da in der vorliegenden Bachelorarbeit ausschließlich Observablen, die aus der Beobachtung mit dem Oberflächendetektor stammen, analysiert werden, soll die Funktionsweise dieses Detektorsystems hier im Besonderen erläutert werden.

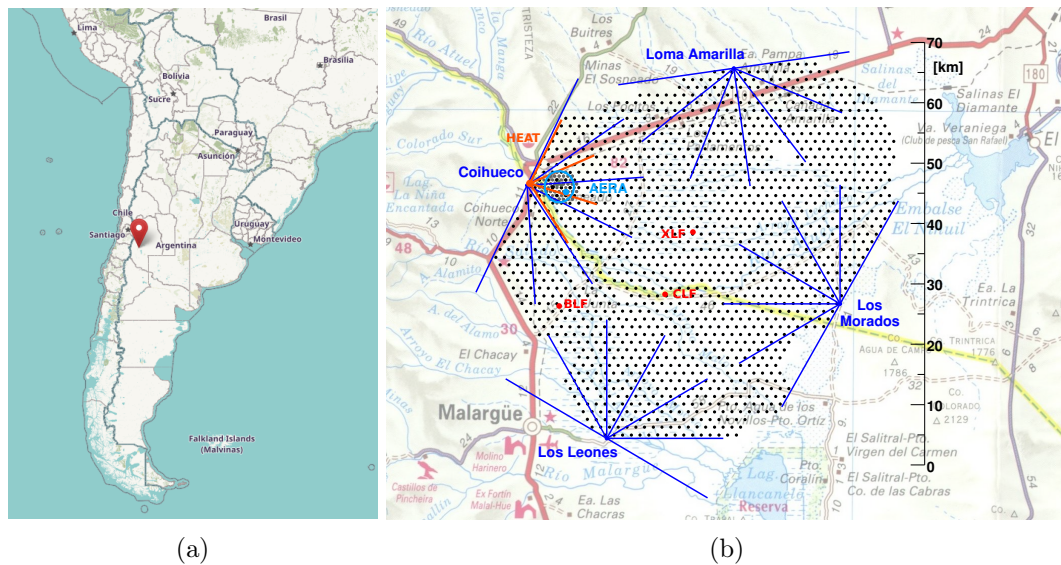


Abbildung 3.1: **Position und Aufbau des Pierre-Auger-Observatoriums**

(a) Position des Observatoriums in Argentinien [20]

(b) Jeder der einzelnen Punkte entspricht einer Detektorstation des SD. Außerdem sind die vier Detektorstützpunkte des FD mit den Blickwinkeln der sechs einzelnen Fluoreszenzteleskope eingezeichnet. [21]

3.1. Oberflächendetektor

Der SD des Pierre-Auger-Observatoriums besteht aus 1660 zylinderförmigen Wasser-Cherenkov-Detektoren (WCD), die in einem Dreiecksmuster mit je 1500 m Abstand auf der Fläche des Observatoriums aufgestellt sind. Die WCDs arbeiten dabei vollständig autonom und werden dazu über Solarmodule mit Strom versorgt. Eine schematische Darstellung findet sich in Abbildung 3.2.

Jeder der WCDs ist mit 12 m^3 hochreinem Wasser gefüllt, in dem die geladenen Teilchen des Schauers beim Durchlaufen des Wassers aufgrund des Cherenkov-Effekts in Flugrichtung Photonen emittieren. Die Innenwand des Wasser-Cherenkov-Tanks ist mit einer UV-reflektierenden Schicht ausgekleidet, um einer Absorption des Lichtsignals entgegenzuwirken. Dieses Licht wird in den Tanks durch drei unabhängige PMTs an der Deckelseite aufgefangen und in ein elektrisches Signal umgewandelt, das digitalisiert und über einen Radiosender an die Datenerfassungszentrale (CDAS) übermittelt wird. Das Signal eines WCDs wird üblicherweise in Einheiten von VEM (engl.: *vertical equivalent muon*) angegeben. Dabei entspricht 1 VEM dem Signal, das ein Myon beim vertikalen Passieren des Tanks auslöst. Die Position der Detektorstation und die genauen Zeiten werden über ein GPS-Modul bestimmt.

Für eine vollständige Detektion eines Schauers müssen mehrere Detektorstationen in zeitlicher Koinzidenz ein Signal messen. Aus den Ankunftszeiten der Schauerfront und der

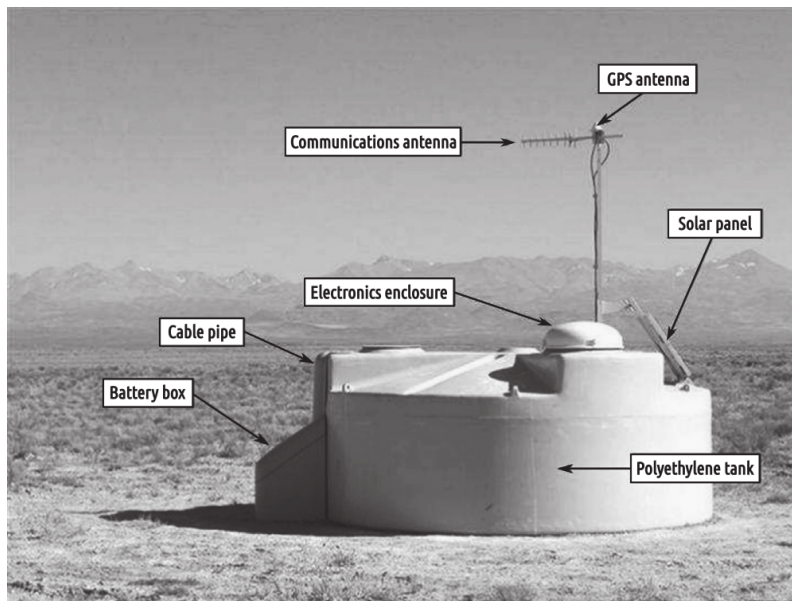


Abbildung 3.2: Foto eines Wasser-Cherenkov-Detektors mit beschrifteten Komponenten [19]

Signalstärken lässt sich der Mittelpunkt und die ursprüngliche Richtung des Luftschauers rekonstruieren. Üblicherweise wird diese Rekonstruktion durch die Daten des FD ergänzt. Die Energie des Primärteilchens lässt sich aus dem interpolierten Signal (S_{1000}) bei 1000 m Entfernung zur Schauerachse bestimmen. Auch hier können Daten des FD für die erweiterte Rekonstruktion benutzt werden.

4. Simulationsdaten

Für eine systematische Untersuchung der Eigenschaften ausgedehnter Luftschauer werden Simulationen genutzt. Bei der Messung von tatsächlichen Luftschauerereignissen ist der Ausgangszustand des Prozesses noch unbekannt und muss aus den Daten rekonstruiert werden. Dazu gehören die Art des Primärteilchens, die ursprüngliche Energie E_0 , der Zenit-Winkel θ und viele weitere Größen. Um die Funktionsweise des Detektors und der Rekonstruktion zu überprüfen, nutzt man, wie in vielen anderen Bereichen der Teilchenphysik auch, Monte-Carlo basierte Computersimulationen, bei denen der Ausgangszustand frei wählbar ist und die einzelnen Schritte der Luftschauerentwicklung bis hin zu Detektion beliebig betrachtet werden können.

Anhand eines breiten Simulationsdatensatzes, bei dem der Detektionsprozess bis hin zur Rekonstruktion realistisch durchgeführt wurde, kann man systematische Auswahlverfahren entwickeln, um wie in diesem Fall zwischen den Arten von Primärteilchen zu unterscheiden. Gleichzeitig kann dabei die Wirkungsweise und Effizienz dieser Verfahren überprüft werden,

da die wahren (für die Generierung verwendeten) Werte vorliegen.

Es ist jedoch zu beachten, dass die Qualität dieser Methodik stark von der Genauigkeit der bisherigen theoretischen Erkenntnissen über die Wechselwirkung von ultrahochenergetischen Elementarteilchen sowie Hadronen abhängt. Diese Daten stammen weitestgehend aus Beschleunigerexperimenten bei geringeren Energien und werden für die Anforderungen der Astroteilchenphysik zu den entsprechenden Energieskalen hin extrapoliert.

Die Analyse in der vorliegenden Bachelorarbeit beruht ebenfalls auf zuvor erstellten Luftschauersimulationen. Die Eckdaten des verwendeten Datensatzes werden in dem folgenden Abschnitt näher erläutert.

4.1. Angaben zum verwendeten Datensatz

Es handelt sich bei dem verwendeten Datensatz um bereits angefertigte Luftschauer- und Detektorsimulationen der sogenannten „Napoli+Praha library“.

Die Luftschauersimulationen wurden dabei mit der Software *CORSIKA* [23] in der Version 7.6400 erstellt. Als hadronisches Wechselwirkungsmodell wurde *EPOS LHC* [24] verwendet. Der Datensatz enthält einen etwa gleichgroßen Anteil aus Photon- und Protonereignissen, bei denen einen Zenitwinkel im Intervall $0^\circ \leq \theta \leq 65^\circ$ simuliert wurde. Bei größeren Winkeln durchläuft ein Schauer eine deutlich erhöhte Wegstrecke in der Atmosphäre und trifft damit erst in einem späteren Entwicklungsstadium auf den am Erdboden befindlichen Detektor. Zudem ist die Rekonstruktion des Schauers durch den Oberflächendetektor zunehmend schwierig, wenn der Schauer in einem flachen Winkel auf das hexagonale Detektorgitter trifft. Aufgrund dessen wurde sich hier auf das oben genannte Intervall beschränkt. Da das Verhalten vieler Observablen auch maßgeblich von der Primärenergie E_0 abhängt, wurde der Datensatz, der insgesamt zwischen $10^{18,5}$ eV und $10^{20,0}$ eV liegt, dahingehend in drei verschiedene Bins eingeteilt:

Kurze Notation	Bingrenzen
$E_{18,5}$	$18,5 \leq \log_{10}(E_0 [\text{eV}]) < 19,0$
$E_{19,0}$	$19,0 \leq \log_{10}(E_0 [\text{eV}]) < 19,5$
$E_{19,5}$	$19,5 \leq \log_{10}(E_0 [\text{eV}]) < 20,0$

Es ist zu beachten, dass für das Binning die in der Generierung verwendeten Werte E_{MC} der Primärenergie genutzt wurden. Diese können sich von den rekonstruierten Werten E_{SD} , die bei der Analyse eines echten Schauerereignisses verwendet werden würden, auch systematisch unterscheiden. Im Folgenden sind für das Binning der Primärenergie immer die Monte-Carlo Werte E_{MC} gemeint, insofern dies nicht explizit anders erwähnt wird. Die Simulation des Detektors erfolgte über das *Auger Offline Software Framework* [25] in der Version v3r99p2a. Dabei wurden sowohl SD als auch FD in einer idealen Detektorkonfiguration simuliert. Für eine effiziente Nutzung der Rechenkapazitäten wurde für den Datensatz auf Resampling zurückgegriffen, das bedeutet, dass ein bereits von *CORSIKA* generierte

Luftschauer mehrmals, mit jeweils verschiedenen Ankunftsrichtungen, für die Detektorsimulation genutzt wird. Bei dem niedrigsten Energie-Bin $E_{18,5}$ wurde dies pro Luftschauer 10 mal durchgeführt, bei den anderen beiden Energie-Bins wurden die Schauer in der Detektorsimulation jeweils 5 mal wiederverwendet.

Auf den Datensatz wurden minimale Selektionsschnitte angewendet, um die Statistik möglichst umfassend zu halten, aber gleichzeitig eine qualitativ hochwertige Auswertung zu ermöglichen. Dazu wurden die folgenden Selektionskriterien genutzt:

- 6T5-Trigger
- Rekonstruierter Zenitwinkel $\theta_{SD} \leq 60^\circ$
- Eine LDF (laterale Signalverteilung, vgl. Abschnitt 6.2) muss rekonstruiert werden können
- Vom SD rekonstruierte Primärenergie $E_{SD} > 10^{10}$ eV

Dabei setzt der 6T5-Trigger voraus, dass die SD-Station mit dem höchsten Signal zum Zeitpunkt des Luftschauers von 6 aktiven Nachbarstationen umgeben ist, dass also ein vollständiges Hexagon für die Analyse gegeben ist. Auf Basis dessen ist eine präzise Rekonstruktion der Schauergeometrie möglich, was insbesondere für eine richtungsabhängige Suche von essenzieller Bedeutung ist. Zusätzlich wird hier auch der rekonstruierte Zenitwinkel θ_{SD} auf einen Wert $\leq 60^\circ$ beschränkt, um in Rekonstruktion der Ankunftsrichtung grobe Fehler auszuschließen. Das Kriterium für die erfolgreiche Rekonstruktion einer LDF wird für das spätere Anpassen einer Funktion an diese Verteilung und der Formulierung von darauf aufbauenden Observablen benötigt, während die letzte geforderte Bedingung erneut grobe Unstimmigkeiten in der Rekonstruktion des Schauerereignisses vermeiden soll. Da die Rekonstruktion der Primärenergie größeren Ungenauigkeiten unterliegen kann, wurde hier nur eine schwache Grenze gefordert, die sich deutlich von den Werten unterscheidet, die in der Generierung verwendet wurden.

4.2. Umfang des Datensatzes

Der ursprüngliche Datensatz wurde für Teile der Observablenstudie verkleinert, um den Rechenaufwand bei ersten Analysen und wenig erfolgversprechenden Observablen gering zu halten. Stattdessen wurden die Observablen, die sich anfangs auf dem reduzierten Datensatz günstig gezeigt haben, dann auch auf dem kompletten Datensatz untersucht. Die Repräsentativität ist durch zufällige Auswahl von $\sim 1/20$ der Ereignisse aus dem vollständigen Datensatz in der reduzierten Fassung weiterhin gegeben. In der folgenden Analyse wird immer die Angabe gemacht, welcher der beiden Datensätze jeweils betrachtet wird.

Insgesamt verfügen die beiden Versionen des Datensatz über die folgenden Anzahlen von generierten Luftschauerereignissen:

Energie-Bin	reduziert		vollständig	
	γ	p	γ	p
$18,5 \leq \log_{10}(E_{\text{MC}} [\text{eV}]) < 19,0$	1875	2256	37581	45324
$19,0 \leq \log_{10}(E_{\text{MC}} [\text{eV}]) < 19,5$	2211	1148	44353	22965
$19,5 \leq \log_{10}(E_{\text{MC}} [\text{eV}]) < 20,0$	1935	1133	35511	22823

Tabelle 4.1: **Anzahl der generierten Luftschauerereignisse in dem für die Analyse verwendeten Datensatz**

Die jeweiligen Anzahlen sind außerdem nach der Art des Primärteilchens (Photon oder Proton) aufgeschlüsselt.

5. Trennkraft einzelner Observablen

Das übergeordnete Ziel dieser Analyse ist die effiziente Identifikation von Photonen-induzierten Ereignissen gegenüber solchen die von Protonen oder schweren Kernen ausgelöst wurden. Dabei können die Schauer eines beliebigen Kerns A_ZX in guter Näherung als eine Superposition von A einzelnen Protonenschauern betrachtet werden [26]. Aus diesem Grund soll in der folgenden Analyse die effiziente Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen als Primärteilchen im Vordergrund stehen.

Um zwischen den verschiedenen Schauertypen zu unterscheiden, steht eine Vielzahl an pro Ereignis vom Detektor gemessenen Observablen zur Verfügung. Die größtmögliche Statistik erhält man dabei, wenn ausschließlich Observablen genutzt werden, die aus den Daten des SD rekonstruiert werden können. Dies liegt daran, dass der Oberflächendetektor eine nahezu durchgängige Betriebszeit besitzt und man nicht, wie zum Beispiel bei hybriden Analysen in Kombination mit dem FD, auf das Vorherrschen passender Beobachtungsbedingungen angewiesen ist.

Im Folgenden soll zunächst erläutert werden, wie die Trennkraft einer Observable charakterisiert wird und welche Kennwerte dabei eine Rolle spielen, bevor dies auf eine Liste ausgewählter SD-Observablen angewandt wird. Als Beispiel dient dafür hier die Observable X_{max} , die in vorherigen Analysen erfolgreich für die Unterscheidung zwischen den verschiedenen Primärteilchen-Typen genutzt wurde und daher hier als Referenz dienen soll. Bei X_{max} handelt es sich, wie bereits in Abschnitt 2.4 erläutert, um die atmosphärische Tiefe des Schauermaximums, welches direkt mit der Art des Primärteilchens korreliert. Die Observable lässt sich aber nicht direkt aus den Daten des SD ableiten, sondern wird üblicherweise aus der Beobachtung durch den FD bestimmt und daher auch nicht in der eigentlichen Analyse untersucht. Durch die Verwendung von Monte-Carlo-Simulationsdaten besteht dennoch Zugriff auf einen umfangreichen Satz von Werten dieser Observable bei verschiedenen Luftschauerereignissen. Es ist zu beachten, dass es sich dabei jedoch um die Werte von X_{max} handelt, die direkt aus der Generierung stammen und damit nicht durch eigentlich vorgeordneten Schritte der Detektion und darauf folgenden Rekonstruktion verzerrt wurden.

Die Trennkraft einer Observable bezeichnet die Fähigkeit, allein aufgrund von Werten dieser Größe eine Aussage über die Art des Primärteilchens treffen zu können. Dazu wurde die Verteilung von X_{\max} jeweils in den verschiedenen Energie-Bins des in Abschnitt 4.2 beschriebenen reduzierten Simulationsdatensatz aufgetragen. Der dabei entstandene Plot für den niedrigsten Energie-Bin findet sich in Abbildung 5.1. Die der beiden anderen sind in Anhang A.1 aufgeführt.

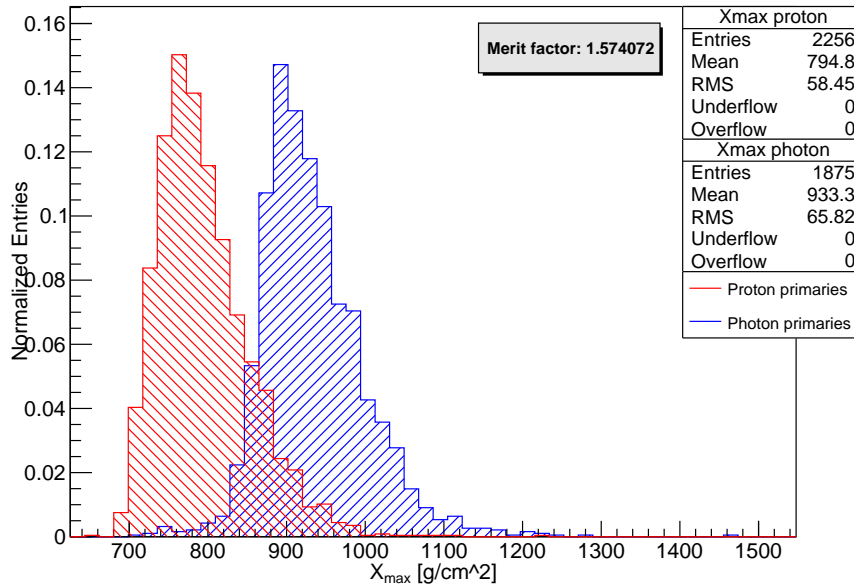


Abbildung 5.1: Verteilungen der Observable X_{\max} im niedrigsten Energie-Bin $18,5 \leq \log_{10}(E_{\text{MC}} [\text{eV}]) < 19,0$. Der Datensatz der Photonen-Ereignisse ist in blau darstellt, Protonen-Ereignisse sind rot.

Für den hier aufgeführten Energie-Bin von $10^{18,5}$ eV bis $10^{19,0}$ eV liegt das Mittel der Photonenverteilung bei $933,3 \text{ g cm}^{-2}$, für Protonen bei $794,8 \text{ g cm}^{-2}$, was einer Differenz von etwa 140 g cm^{-2} entspricht. Dies stimmt mit den Erwartungen nach dem LPM-Effekt überein, dass die Entwicklung eines Photonenschauers gegenüber Protonen-induzierten unterdrückt ist. Die beiden Verteilungen haben allerdings auch eine Breite, die im Sinne der Standardabweichung für beide Teilchensorten rund 60 g cm^{-2} entspricht. Dadurch kommt es zu einer Überschneidung der Verteilungen, die eine Unterscheidung zwischen Photon und Proton auf Basis eines einzelnen Ereignisses erschwert.

Für die Quantifizierung der Trennkraft einer Observable wird dabei der Gütefaktor (engl.: *merit factor*) η benutzt. Dieser hängt nur von den jeweiligen Mittelwerten μ_γ und μ_p sowie den entsprechenden Standardabweichungen σ_γ und σ_p zweier Verteilungen ab und ist

folgendermaßen definiert:

$$\eta = \frac{|\mu_\gamma - \mu_p|}{\sqrt{\sigma_\gamma^2 + \sigma_p^2}} \quad (5.1)$$

Er kann als ein Maß für die Überschneidung von Verteilungen betrachtet werden. Sind die beiden Mittelwerte von ähnlicher Größe oder die Breite der Verteilungen recht groß, so ist $\eta \approx 0$ und die Trennkraft der Observable sehr niedrig. Für einen Wert von η der hingegen gegen 1 oder darüber geht, spricht man üblicherweise von einer guten Trennkraft.

Für kompliziertere Verteilungen eignet sich der Gütefaktor nurmehr begrenzt für die Quantifizierung der Trennkraft. Da η lediglich von den Mittelwerten und Breiten der Verteilungen abhängt, ist die Definition strenggenommen nur für symmetrische Verteilungen sinnvoll. Oft kommt es aber vor, dass Observablen stark asymmetrische Verteilungen mit komplexeren Strukturen besitzen. Aufgrund dessen wird der Gütefaktor durch die Untergrundunterdrückung ρ bei einer bestimmten Signaleffizienz ε ergänzt, die die Form der Verteilungen berücksichtigt. Dabei gilt ein Photonenergebnis als Signal und ein Protonenergebnis als Untergrund. Für eine Observable mit $\mu_\gamma > \mu_p$ und einem gegebenen Observablen-Schnitt x_{cut} sind ρ und ε folgendermaßen definiert:

$$\rho = \frac{N_p(x < x_{\text{cut}})}{N_{p, \text{total}}} \quad (5.2)$$

$$\varepsilon = \frac{N_\gamma(x \geq x_{\text{cut}})}{N_{\gamma, \text{total}}} \quad (5.3)$$

Hier bezeichnet N_p bzw. N_γ die Anzahl der Ereignisse im Datensatz, die unter bzw. über dem Schnitt-Wert liegen, während $N_{p, \text{total}}$ und $N_{\gamma, \text{total}}$ für die Gesamtzahl der jeweiligen Ereignisse im Datensatz steht. Im Falle von $\mu_\gamma < \mu_p$ müssen die Vergleichszeichen in den Ungleichungen der obigen Relationen jeweils umgedreht werden. Für die Beschreibung der Trennkraft wird oft die Untergrundunterdrückung als Funktion der Signaleffizienz $\rho(\varepsilon)$ genutzt. Dafür wird zunächst aus dem gewünschten Wert für ε durch eine Analyse der Photonverteilung der zugehörige Schnitt-Wert x_{cut} bestimmt. Aus diesem kann dann entsprechend der obigen Relation die Untergrundunterdrückung abgezählt werden. Als Kenngröße für die Trennkraft wird häufig die Untergrundunterdrückung bei einer Signaleffizienz von 50% angegeben. Mit steigendem Wert von $\rho(\varepsilon = 0,5)$ steigt auch die Trennkraft. Definitionsgemäß ist ρ zwischen 0 und 1 beschränkt, wobei ein Wert von 0,5 einer Überschneidung der Mediane der Verteilungen und damit einer schwachen Trennkraft entspricht.

Trägt man $\rho(\varepsilon)$ über den gesamten Bereich auf, so spricht man von einer ROC-Kurve (engl.: *receiver operating characteristic*). Für die Observable X_{max} ist das in Abbildung 5.2 dargestellt.

In Tabelle 5.1 sind die Ergebnisse für die Trennkraft der Observablen X_{max} zusammengefasst. Es zeigt sich, dass sowohl für Photonen als auch für Protonen die Mittelwerte der Verteilungen mit steigender Energie ebenfalls größer werden. Bei den durch Photonen induzierten Ereignissen ist dieser Effekt stärker ausgeprägt als bei den Protonen-induzierten.

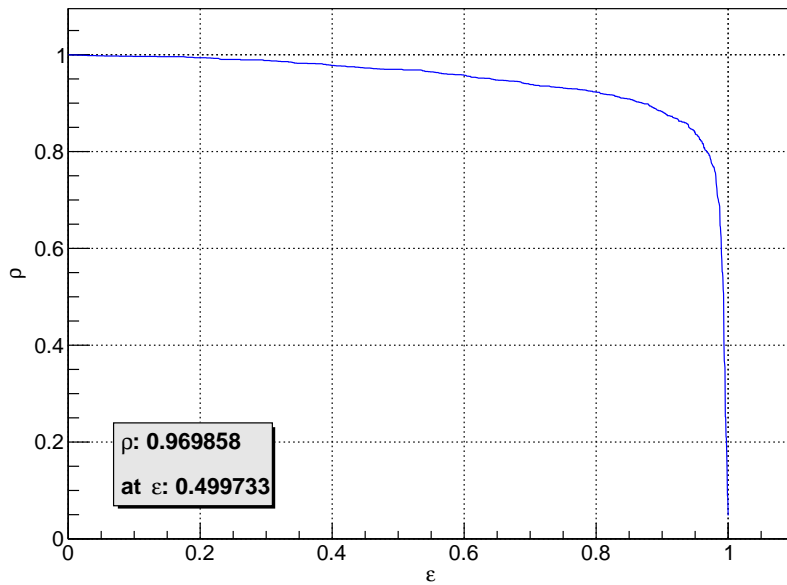


Abbildung 5.2: **ROC-Kurve der Observable X_{\max} im niedrigsten Energie-Bin $E_{18,5}$.**

Neben dem Verlauf der Kurve wird auch $\rho(0,5)$ in Näherung angegeben. Als Basis dienen die Verteilungen aus Abbildung 5.1. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich in Anhang A.1.

Dadurch wächst mit steigender Energie auch der Abstand der Verteilungen. Da die jeweiligen Breiten nicht in dem gleichen Maß ansteigen, sinkt der Anteil der Überschneidung, wodurch sich beide Kennwerte der Trennkraft, η und $\rho(0,5)$, verbessern. Das Absinken von η im größten Energie-Bin $E_{19,5}$ ist als Einfluss der geringen Statistik und daraus resultierenden relativ großen Fluktuation im reduzierten Datensatz zu interpretieren und lässt sich nicht im vollständigen Satz reproduzieren. In der zugehörigen Abbildung A.1 in Anhang A.1 zeigt sich das in der Verbreiterung der Verteilung für die Photonenergebnisse. Die dort auftretenden Sprünge im Verlauf der Verteilung deuteten auf den Einfluss der geringen Statistik hin. Es kann also insgesamt gesagt werden, dass die Trennkraft von X_{\max} mit steigender Energie größer wird. Das ist, wie im Folgenden gezeigt wird, bei den meisten Observablen der Fall, da durch den mit steigenden Energie größer werdenden Einfluss des LPM-Effekts sich auch die Charakteristik der beiden Schauertypen zunehmend unterscheidet und somit eine Trennung der zwei Primärteilchentypen erleichtert wird.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [g cm ⁻²]	σ [g cm ⁻²]	μ [g cm ⁻²]	σ [g cm ⁻²]		
$E_{18,5}$	933,3	65,82	794,8	58,45	1,57	96,98
$E_{19,0}$	985,1	81,00	821,3	58,95	1,64	98,26
$E_{19,5}$	1042,0	114,80	848,0	56,15	1,51	99,03

Tabelle 5.1: **Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen X_{\max}**
 Angegeben sind die Mittelwerte μ sowie die Standardabweichungen σ der beiden Verteilungen in den Energie-Bins. Aus diesen wurde der jeweilige Gütefaktor η nach (5.1) berechnet. Außerdem ist die Untergrundunterdrückung bei einer Signaleffizienz von 50% angegeben.

6. Vorstellung der analysierten Observablen

Die oben aufgeführte Analyse wurde in dieser Form für eine breite Liste an möglichen Observablen, die auf den Daten des SD basieren, ausgeführt. Als Basis diente dafür zunächst der reduzierte Datensatz, auf dem die Trennkraft der Observablen untersucht wurde. Bei einer Auswahl von Observablen, die sich dabei als besonders vielversprechend zeigten oder durch ihre häufige Verwendung in früheren Studien in Betracht gezogen wurden, folgt darauf auch noch eine erweiterte Analyse auf dem vollständigen Simulationsdatensatz. Bei den jeweiligen Observablen wird im Folgenden dann angegeben, auf welcher Version des Datensatzes die Aussagen über die Trennkraft beruhen. Die hier aufgeführten Verteilungen und ROC-Kurven entstammen, sofern nicht anders angegeben, immer dem höchsten Energie-Bin $19,5 \leq \log_{10}(E [\text{eV}]) < 20,0$, da hier die Struktur und Trennung der Verteilung am deutlichsten sichtbar ist. Die entsprechenden Grafiken für die anderen Energie-Bins sind in Anhang A.1 aufgeführt.

Dabei kann grundlegend zwischen drei Arten von Observablen unterschieden werden:

- Einfache Observablen, die sich direkt aus den Messdaten extrahieren lassen, oder zusammengesetzte, die sich nicht in die beiden anderen Kategorien einordnen lassen (hier: maxTrigDist , n_{stations} , r_{curv} , S_b),
- Observablen, die auf einem Fit an die lateralen Signalverteilung (LDF, engl.: *lateral density function*) beruhen (hier: S1000, β , γ , $\chi_{\text{NKG}}^2/\text{ndf}$, L_{LDF}),
- Observablen auf Basis der Signalanstiegszeit (Risetime) in den Detektorstationen (hier: RT_{mean} , RT_{1000} , RT_{mod}).

Die genauen Definitionen der Observablen finden sich in den nächsten Abschnitten. In dem direkt folgenden Abschnitt soll zunächst die erste Kategorie behandelt werden, während LDF-Fit-basierte Observablen in Abschnitt 6.2 und Risetime-basierte in Abschnitt 6.3 besprochen werden.

6.1. Unabhängige Observablen

6.1.1. maxTrigDist

Die Observable $maxTrigDist$ steht für den Abstand der am weitesten von der Schauerachse entfernten SD-Station, die zum Zeitpunkt des Ereignisses noch ein Signal gemessen hat. Die Trennkraft dieser Größe beruht auf der Charakteristik für Photonenschauer, sich vorwiegend elektromagnetisch zu entwickeln. Aufgrund der geringeren Menge an hadronischen und photonuklearen Wechselwirkungen fächert ein Photonenschauer nicht so stark auf, wie ein Protonenschauer vergleichbarer Energie. Es werden weniger Myonen erzeugt, die typischerweise einen hohen Transversalimpuls nach dem Zerfall der hadronischen Ursprungsteilchen tragen. Daher konzentriert sich die Anzahl der geladenen Teilchen eher auf das Schauerzentrum und die laterale Signalverteilung fällt steiler ab. Da die Steilheit der Verteilung bei konstanter Energie hochkorreliert zu $maxTrigDist$ ist, lässt sich so zwischen den Primärteilchentypen unterscheiden.

Die Verteilungen der Observable wurde analog zur vorangegangenen Beispielanalyse von X_{max} im reduzierten Datensatz untersucht und daraus die Trennkraft von $maxTrigDist$ bestimmt. Die entsprechenden grafischen Darstellungen finden sich in unter Abbildung 6.1.

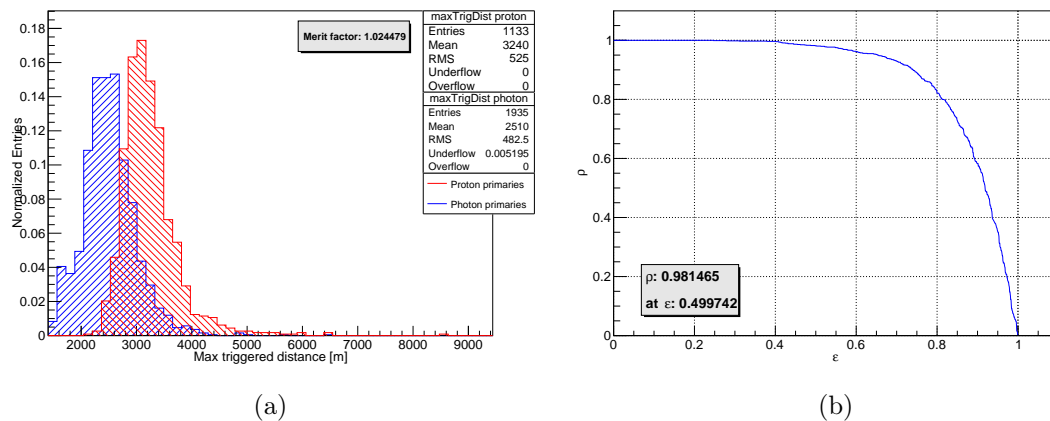


Abbildung 6.1: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen $maxTrigDist$ für den Energie-Bin $E_{19,5}$ in dem reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.2.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.1 aufgeführten Kennwerte.

Es ist deutlich sichtbar, dass die Mittelwerte beider Verteilungen bei steigender Energie ebenfalls größer werden. Das entspricht der Erwartung, dass höher-energetische Schauer sich stärker ausweiten als solche von niedrigerer Energie. Zudem steigt auch die Trennkraft

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [m]	σ [m]	μ [m]	σ [m]		
$E_{18,5}$	1651	315,2	2051	416,2	0,77	91,36
$E_{19,0}$	2069	353,1	2604	475,9	0,90	94,08
$E_{19,5}$	2510	482,5	3240	525,0	1,02	98,15

Tabelle 6.1: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen $maxTrigDist$.

der Observablen, sodass insbesondere im höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ von einer guten Trennung gesprochen werden kann. Es ist jedoch zu beachten, dass durch starke Korrelation ein präzise Rekonstruktion der Primärenergie notwendig ist, um die Observable $maxTrigDist$ effektiv nutzbar zu machen. Dies gilt für den Großteil der im Folgenden betrachteten Observablen.

6.1.2. $n_{stations}$

Die Observable $n_{stations}$ bezeichnet die Anzahl der SD-Stationen, die zum Zeitpunkt des Schauereignisses ein Signal gemessen haben. Auch wenn es sich dabei um eine diskrete Zahl handelt und nicht wie bei den anderen Observablen um eine kontinuierliche Größe, kann diese für die Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen genutzt werden. Ähnlich wie auch für die vorangegangene Observable beruht die Trennkraft von $n_{stations}$ auf dem steileren Abfall der LDF für Photonen gegenüber Protonen. Dadurch werden im Mittel bei einem Photonenschauer weniger SD-Station ausgelöst als bei einem Protonenschauer vergleichbarer Energie.

Die Trennkraft der Observable wurde hier auf dem vollständigen Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.2.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.2 aufgeführten Kennwerte.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ	σ	μ	σ		
$E_{18,5}$	5,948	1,444	8,060	1,761	0,93	94,66
$E_{19,0}$	8,597	2,290	12,44	2,658	1,09	98,76
$E_{19,5}$	11,49	3,755	18,16	4,122	1,19	99,28

Tabelle 6.2: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen $n_{stations}$.

Die Vorteile von $n_{stations}$ liegen in der einfachen Bestimmung von Observablenwerten und der hohen Trennkraft, die sich auch schon bei geringen Energien über dem Niveau vergleich-

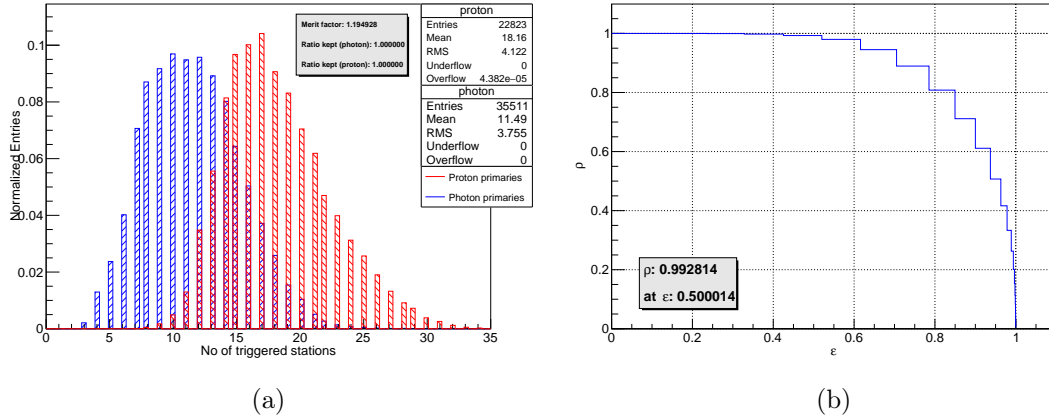


Abbildung 6.2: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen n_{stations} für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Die Stufenform der ROC-Kurve folgt aus der diskreten Natur der Observable. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.3.

barer Observablen befindet. Aufgrund dessen bietet sich n_{stations} als ergänzende Observable bei Kombination gut an, als Einzelobservable ist n_{stations} jedoch eher ungeeignet, da die ganzzahlige Natur ausschließlich grobe Schnitte erlaubt.

6.1.3. r_{curv}

Die Observable r_{curv} bezeichnet den Krümmungsradius (engl.: *radius of curvature*) der Schauerfront, der aus den Ankunftszeiten des Signals bei den einzelnen SD-Stationen berechnet wird. Dies entspricht einer Minimierung der Form

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{[c(t_i - t_0) - [R\vec{a} - \vec{x}_i]]^2}{c^2\sigma_t^2}, \quad (6.1)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit, t_0 die Ankunftszeit des Schauers im Krümmungszentrum, \vec{a} den Einheitsvektor in Schauerrichtung, \vec{x}_i die Positionen der Detektorstationen relativ zur Schauermittelpunkt und σ_t die Unsicherheit auf den Ankunftszeiten bezeichnet [27].

Der Krümmungsradius hängt mit der atmosphärischen Tiefe der Entstehung der den Detektor erreichenden Teilchen zusammen und ist aufgrund dessen stark mit X_{max} korreliert, wodurch sich die Trennkraft auf den Primärteilchentyp ergibt. Dabei kann die Schauerfront als Überlagerung von bei der Teilchenentstehung produzierten Teilfronten in Kugelform angesehen werden. r_{curv} ergibt sich dann als eine Art Mittelwert der zugehörigen Krümmungsradien. Bei einem Photonenschauer entsteht der Großteil der Teilchen tiefer in der Atmosphäre als bei einem Protonenschauer vergleichbarer Energie, so dass dort im Mittel kleinere Werte für r_{curv} erreicht werden.

Die Trennkraft der Observable wurde hier auf dem vollständigen Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.3.

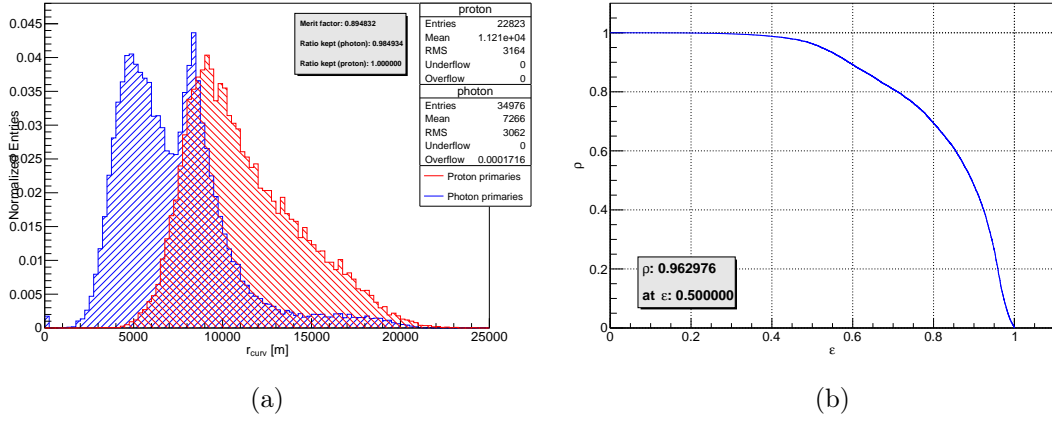


Abbildung 6.3: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen r_{curv} für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Die Stufenform der ROC-Kurve folgt aus der diskreten Natur der Observable. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.4.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.3 aufgeführten Kennwerte.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [m]	σ [m]	μ [m]	σ [m]		
$E_{18,5}$	9930	2900	9838	3194	0,02	55,86
$E_{19,0}$	7986	2993	10320	3195	0,53	76,23
$E_{19,5}$	7266	3062	11210	3164	0,89	96,30

Tabelle 6.3: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen r_{curv} .

Für die Rekonstruktion von r_{curv} werden mindestens fünf Detektorstationen mit einem Signal benötigt. Insbesondere bei niedrigen Primärenergien und damit geringen räumlichen Ausdehnungen kann es aber vorkommen, dass bei dem Schauereignis aufgrund des verhältnismäßig hohen Detektorabstands nur 4 oder weniger SD-Stationen ausgelöst werden. Dann kann für r_{curv} kein verlässlicher Wert rekonstruiert werden. Für die Analyse des Simulationsdatensatzes, aber auch der potentiellen Anwendung auf tatsächlichen Messdaten, ergibt sich dadurch ein weiterer Selektionsschnitt, der die Statistik zusätzlich verringert.

Die resultierende Effizienz bei verschiedenen Energien wurde anhand des vollständigen Datensatzes in Tabelle 6.4 abgeschätzt.

Energie-Bin	ε_γ [%]	ε_p [%]
$E_{18,5}$	83,45	99,19
$E_{19,0}$	97,40	100,00
$E_{19,5}$	98,49	100,00

Tabelle 6.4: Effizienz der Observable r_{curv} für Photonenergebnisse (γ) und Protonenergebnisse (p) auf dem vollständigen Datensatz.

Aus der Tabelle wird deutlich, dass bei der Verwendung von r_{curv} als trennende Observable insbesondere bei niedrigen Energien ein Bias eingeführt wird, da der notwendige Schnitt $n_{\text{stations}} \geq 5$ sich stärker auf Photonenergebnisse auswirkt. Aber selbst die generelle Einführung eines zusätzlichen Kriteriums senkt die Attraktivität von r_{curv} als Observable, da auch bei Kombinationen von Observablen nur eine geringere resultierende Statistik zur Verfügung steht.

Aus den oben aufgeführten Kennwerten zeigt sich, dass die Trennkraft von r_{curv} erst im höchsten Energie-Bin auf ein vergleichbar „gutes“ Niveau ansteigt. Trotz der angesprochenen Nachteile wird r_{curv} häufig bei der Kombination von Observablen genutzt. Das liegt daran, dass r_{curv} im Zusammenhang mit X_{max} steht, welches eine im Verhältnis sehr hohe Trennkraft besitzt, im Gegensatz zum FD allerdings nicht direkt über den SD gemessen werden kann. Da der Großteil der anderen SD-Observablen hingegen die Charakteristik der lateralen Schauerverteilung für die Trennung nutzt, bietet sich mit r_{curv} ein dazu unabhängiges Kriterium, was die Trennkraft einer Kombination unterstützt.

Bei der Erstellung der Analyse sind bei der Observable r_{curv} einige Eigenheiten aufgetreten. In Abschnitt 8.2 wird insbesondere das Auftreten eines Doppelpeaks in der Photonenverteilung, wie er in Abbildung 6.3 zu sehen ist, erläutert.

6.1.4. S_b

Die Observable S_b nutzt erneut die Steilheit der LDF, um zwischen den Primärteilchentypen zu unterscheiden [28]. Sie ist als eine gewichtete Summe der Signale in den SD-Stationen definiert:

$$S_b = \sum_i S_i \left(\frac{r_i}{1000 \text{ m}} \right)^b, \quad (6.2)$$

wobei die Summe über die ausgelösten Detektorstationen läuft, S_i das Signal in einer solchen Station ist und r_i den Abstand einer Station zur Schauerachse bezeichnet. Dabei wird der Gewichtungsfaktor üblicherweise mit $b = 3$ oder $b = 4$ exponiert. In einer ersten Analyse auf dem reduzierten Datensatz hat sich gezeigt, dass hier mit $b = 4$ im gesamten Energiebereich eine höhere Trennkraft erzielt werden kann. Aufgrund dessen wurde für die weitere Analyse dieser Wert für b festgelegt. Bei S_b handelt es sich um eine Observable, die

häufig in der Photonensuche eingesetzt wird. Die Begründung dafür liegt in der starken Trennkraft im gesamten Energiebereich, die auch hier in der Analyse auf dem vollständigen Datensatz reproduziert werden kann. Die zugehörigen Darstellungen finden sich in Abbildung 6.4.

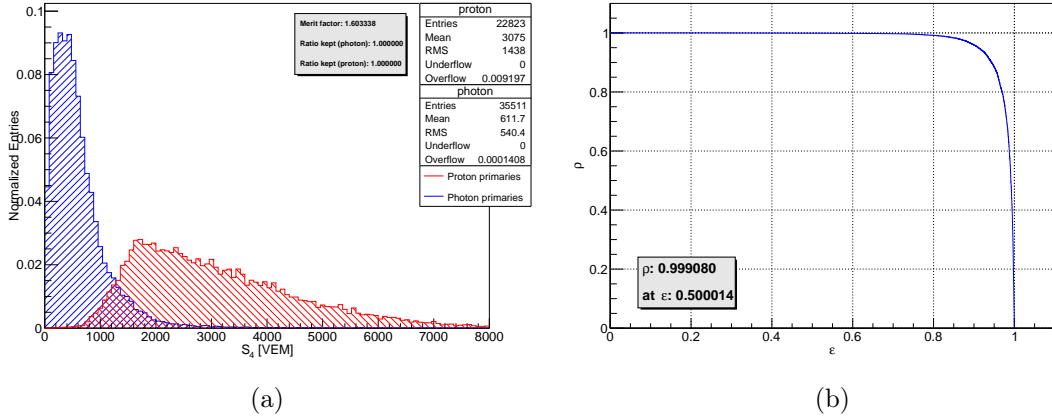


Abbildung 6.4: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen S_4 für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.5.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.5 aufgeführten Kennwerte.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [VEM]	σ [VEM]	μ [VEM]	σ [VEM]		
$E_{18,5}$	53,97	41,83	191,2	115,9	1,11	98,58
$E_{19,0}$	193,3	148,7	802,8	388,8	1,46	99,80
$E_{19,5}$	611,7	540,4	3075	1438	1,60	99,91

Tabelle 6.5: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen S_4 .

Damit erzielt S_4 in der hier ausgewählten Liste an Observablen die besten Ergebnisse für die Trennkraft bei der Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen. Besonders hervorzuheben ist, dass auch schon im niedrigsten Energie-Bin $E_{18,5}$ von einer guten Trennkraft gesprochen werden kann. Da zudem keine weiteren Selektionsschnitte notwendig sind und S_4 damit relativ simpel für jedes Ereignis berechnet werden kann, bildet diese Größe einen vielversprechenden Kandidaten für die Kombination von Observablen.

6.2. LDF-basierte Observablen

Die laterale Signalverteilung (LDF), die das gemessene Signal S der einzelnen Detektorstationen als Funktion des Abstands zur Schauerrachse r beschreibt, wird üblicherweise über eine modifizierte Nishimura-Kamata-Greisen-Funktion (NKG) parametrisiert [29, 30]:

$$S_{\text{NKG}}(r) = S1000 \cdot \left(\frac{r}{1000 \text{ m}}\right)^{\beta} \left(\frac{r + 700 \text{ m}}{1000 \text{ m} + 700 \text{ m}}\right)^{\beta+\gamma} \quad (6.3)$$

Dabei wurden hier die für den SD üblichen Parameter bereits festgesetzt. Die Größe S1000 dient als Skalierungsfaktor und gibt die Stärke des Signals bei $r = 1000 \text{ m}$ an. Über S1000 können Rückschlüsse auf die Dimension des Schauers und damit indirekt auf die Primärenergie gezogen werden. Kann die Schauerrekonstruktion nicht aus den Daten des FD unterstützt werden, handelt es sich dabei um die übliche Art für die Ermittlung dieser Energie. Neben S1000 sind die Parameter β und γ frei und werden über den Fit an die Messdaten bestimmt. Beispielhaft findet sich ein solcher Fit der LDF in Abbildung 6.5.

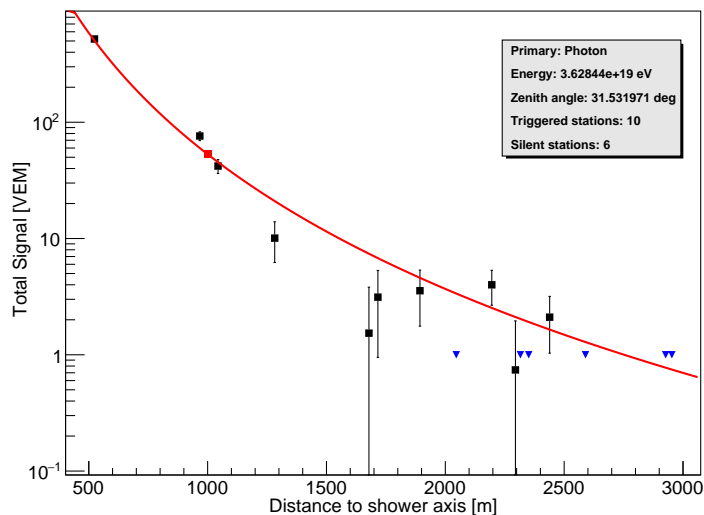


Abbildung 6.5: Beispielhafter Fit einer NKG-Funktion an die LDF eines Photonenschauers. Detektorstationen, die ein Signal gemessen haben, sind schwarz markiert. Die restlichen Stationen, die in einem Umkreis von 3000 m um die Schauerrachse liegen, aber zum Zeitpunkt des Schauers kein Signal gemessen haben, werden als *Non-triggering* oder *Silent stations* bezeichnet und sind blau gekennzeichnet. Außerdem ist die Lage von S1000 am Fit mit einem roten Punkt hervorgehoben.

In den nun folgenden Abschnitten soll die Trennkraft der verschiedenen NKG-Parameter und abgeleiteter Observablen untersucht werden.

6.2.1. S1000

Die Trennkraft der Observable $S1000$ wurde hier auf dem reduzierten Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.6.

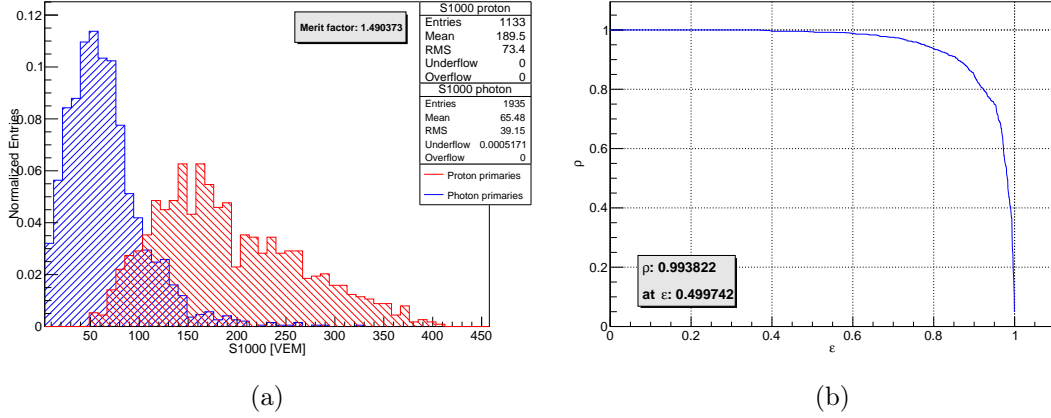


Abbildung 6.6: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen $S1000$ für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.6.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.6 aufgeführten Kennwerte.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [VEM]	σ [VEM]	μ [VEM]	σ [VEM]		
$E_{18,5}$	10,84	5,019	21,40	8,73	1,05	94,28
$E_{19,0}$	28,51	14,61	63,34	25,80	1,18	95,12
$E_{19,5}$	65,48	39,15	189,5	73,4	1,49	99,38

Tabelle 6.6: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen $S1000$.

Es scheint so, als ob die Observable $S1000$ in allen Energie-Bins eine gute Trennkraft aufweist. Dies ist jedoch nur begrenzt der Fall. Wie bereits oben angesprochen, wird der Wert von $S1000$ genutzt, um die Primärenergie E_{SD} zu rekonstruieren. Das Binning in dieser Analyse basiert allerdings auf den für die Generierung verwendeten „wahren“ Werten E_{MC} . Diese stehen bei der späteren Rekonstruktion eines wahren Schauerereignisses allerdings nicht zur Verfügung, weshalb aufgrund der Verwendung des SDs als alleinige Datenquelle auf die Abschätzung über $S1000$ zurückgegriffen werden muss. Wenn nun die Verteilungen

in E_{SD} gebinnt werden, so verschwindet die Trennkraft von S1000 wieder, da der Zusammenhang zwischen E_{SD} und S1000 für Photonen und Protonen identisch ist. Dieser Effekt kann nur verhindert werden, wenn das Primärteilchen bereits identifiziert ist. Diese Eigenheiten bei der Rekonstruktion der Primärenergie werden in Abschnitt 8.1 näher erläutert.

6.2.2. NKG-Parameter β

Die Motivation für die Untersuchung der NKG-Parameter und insbesondere der Exponenten, bestand in der offenen Fragestellung, inwiefern sich die unterschiedliche Charakteristik der LDF auch auf den NKG-Fit auswirkt.

Die Trennkraft der Observable β wurde hier ebenfalls auf dem reduzierten Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.7.

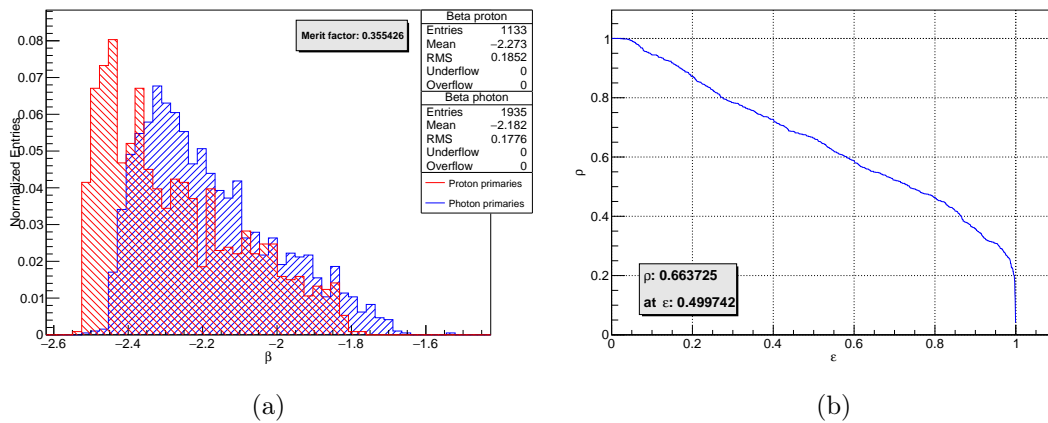


Abbildung 6.7: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen β für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.7.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.7 aufgeführten Kennwerte.

Es ist deutlich erkennbar, dass es sich bei β um hochgradig asymmetrische Verteilungen handelt. Daher besitzen die Werte für η kaum Aussagekraft, aber auch die ROC-Kurven zeigen für alle Energie-Bins nur eine verhältnismäßig schwache Trennkraft. Dementsprechend zeigt sich β für die Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen als ungeeignete Observable.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ	σ	μ	σ		
$E_{18,5}$	-2,05	0,22	-2,11	0,23	0,17	58,95
$E_{19,0}$	-2,12	0,21	-2,18	0,21	0,20	58,80
$E_{19,5}$	-2,18	0,18	-2,27	0,19	0,35	66,37

Tabelle 6.7: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen β .

6.2.3. NKG-Parameter γ

Die Größe γ wirkt als eine Art Korrektur für den Exponenten in der NKG-Funktion ab einer Entfernung von 700 m zur Schauerachse und schwächt den Abfall des Signals dort ab. Dadurch beeinflusst der steilere Abfall einer Photonen-LDF den Wert dieses Parameters, sodass er für Photonen im Mittel niedriger ausfällt.

Die Trennkraft der Observable γ wurde auf dem reduzierten Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.8.

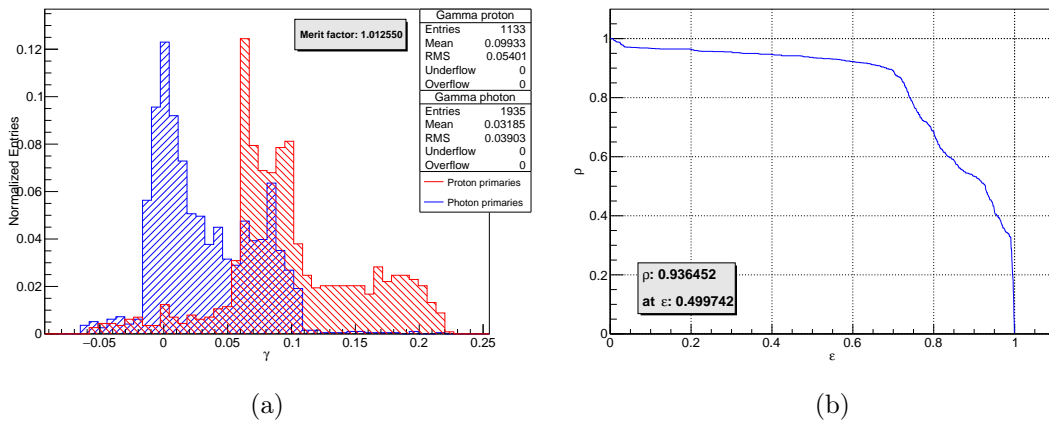


Abbildung 6.8: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen γ für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.8.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.8 aufgeführten Kennwerte.

Wenngleich die Trennkraft dieses Parameters gegenüber β größer ausfällt, ist das Verhalten von γ bei hohen Energien zwar von Interesse und bestätigt die Modellvorstellungen, aber die hochgradig asymmetrischen Verteilung und die vergleichsweise schwache Trennkraft in

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ	σ	μ	σ		
$E_{18,5}$	0,04345	0,03963	0,02989	0,03840	0,25	69,02
$E_{19,0}$	0,02874	0,03623	0,04077	0,04497	0,21	58,28
$E_{19,5}$	0,03185	0,03903	0,09933	0,05401	1,01	93,65

Tabelle 6.8: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen γ .

den niedrigen Energie-Bins lassen von der Verwendung von γ als effiziente Observable für die Unterscheidung des Primärteilchentyps absehen.

6.2.4. NKG-Parameter $\beta + \gamma$

Schließlich wurde auch noch die Summe $\beta + \gamma$ untersucht, da γ in der NKG-Funktion lediglich in dieser Form auftaucht.

Die Trennkraft der Observable $\beta + \gamma$ wurde auf dem reduzierten Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.9.

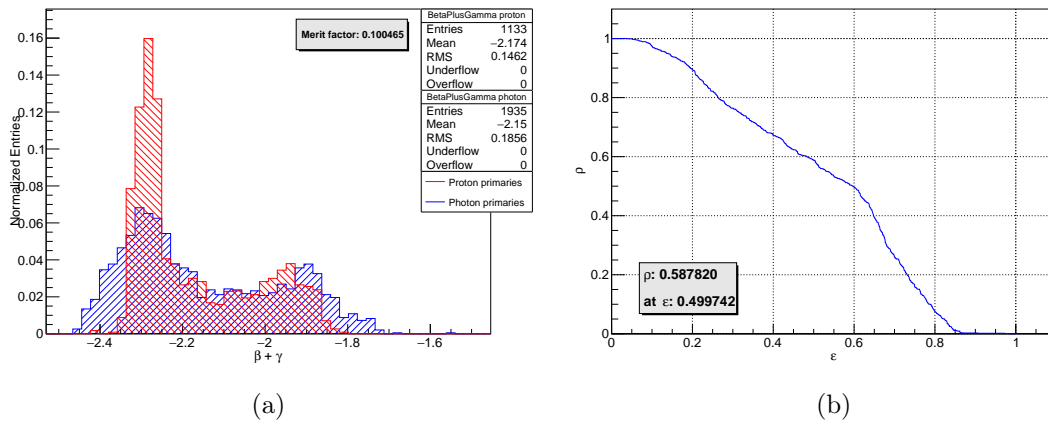


Abbildung 6.9: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Summe $\beta + \gamma$ für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.9.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.9 aufgeführten Kennwerte.

Selbst im höchsten Energie-Bin entwickelt diese Summe keine signifikante Trennkraft, so-

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ	σ	μ	σ		
$E_{18,5}$	-2,007	0,2361	-2,075	0,2437	0,20	57,80
$E_{19,0}$	-2,092	0,2208	-2,139	0,2146	0,15	55,49
$E_{19,5}$	-2,150	0,1856	-2,174	0,1856	0,10	58,78

Tabelle 6.9: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Summe $\beta + \gamma$.

dass sie für die Unterscheidung zwischen Photonen und Protonen gänzlich ungeeignet scheint.

6.2.5. NKG-Fit χ^2/ndf

Da die NKG-Funktion für das Modell eines Protonenschauers konstruiert wurde, bietet es sich an eine Art Qualitätsparameter des Fits als trennende Observable zu untersuchen. Dafür wurde hier χ^2/ndf gewählt, wobei ndf für die Anzahl der Freiheitsgrade (engl.: *number of degrees of freedom*) im Fit steht und damit der Anzahl der Detektorstationen in der LDF abzüglich der Anzahl der Fitparameter (3: S1000, β , γ) entspricht. Es ergibt sich also die folgende Relation:

$$\chi^2/\text{ndf} = \frac{1}{n_{\text{stations}} - 3} \sum_i \frac{(S_i - S_{\text{NKG}}(r_i))^2}{\sigma_i^2} \quad (6.4)$$

Dabei läuft die Summe über die ausgelösten Detektorstationen, S_i ist das gemessene Signal an der Station mit Index i und σ_i gibt die ermittelte Unsicherheit auf dem entsprechenden Signal an. Falls $n_{\text{stations}} \leq 3$ so wurde für diese Analyse $\chi^2/\text{ndf} = 0$ gesetzt, da der NKG-Fit eine solch geringe Anzahl an Stationen immer perfekt beschreiben kann. Von einem weiteren Schnitt auf die Anzahl der ausgelösten Detektorstationen wurde stattdessen abgesehen, um die Effizienz der Observable hoch zu halten.

Die Trennkraft der Observable χ^2/ndf für den NKG-Fit wurde auf dem reduzierten Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.10.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.10 aufgeführten Kennwerte.

Entgegen der Erwartung liegen die Werte von χ^2/ndf für Protonen im Mittel höher als für vergleichbare Photonenergebnisse. Durch diesen Versatz der Verteilungen ergibt sich insbesondere im höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ eine ähnlich hohe Trennkraft wie bei den anderen hier aufgeführten Observablen, sodass χ^2/ndf für die Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen in Betracht gezogen werden kann.

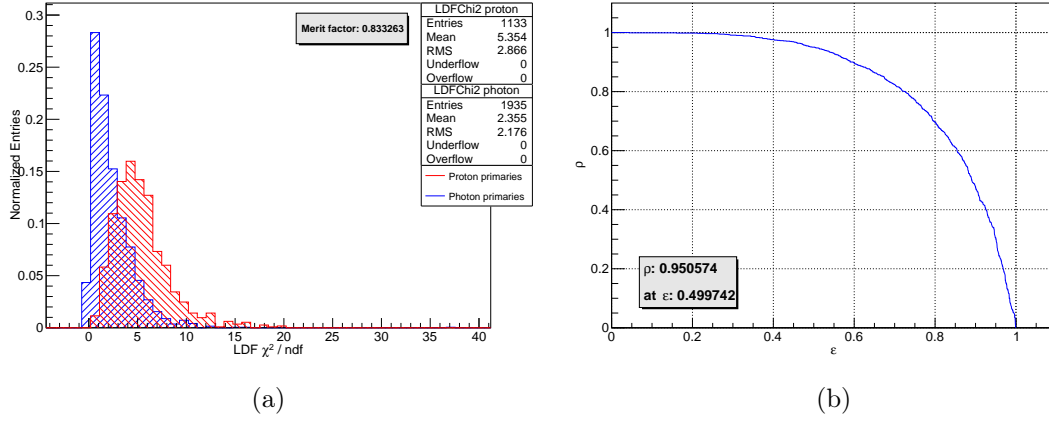


Abbildung 6.10: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen χ^2/ndf für den NKG-Fit in dem Energie-Bin $E_{19,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.10.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ	σ	μ	σ		
$E_{18,5}$	0,6177	0,7681	0,6353	0,6368	0,02	61,66
$E_{19,0}$	1,252	1,164	2,392	1,646	0,57	84,23
$E_{19,5}$	2,355	2,176	5,354	2,866	0,83	95,06

Tabelle 6.10: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen χ^2/ndf für den NKG-Fit.

6.2.6. L_{LDF}

Bei der Observable L_{LDF} handelt es sich um eine weitere Größe, die eine Art Qualitätsfaktor für den Fit der NKG-Funktion darstellt und in früheren Studien zur Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen bereits umfangreich Anwendung gefunden hat [31]. L_{LDF} ist über die folgende Relation gegeben:

$$L_{\text{LDF}} = \log_{10} \left(\frac{1}{n_{\text{stations}}} \sum_i \frac{S_i}{S_{\text{NKG}}(r_i)} \right), \quad (6.5)$$

wobei die Definitionen der einzelnen Größen von oben übernommen wurde.

Die Trennkraft der Observable L_{LDF} wurde auf dem reduzierten Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.11.

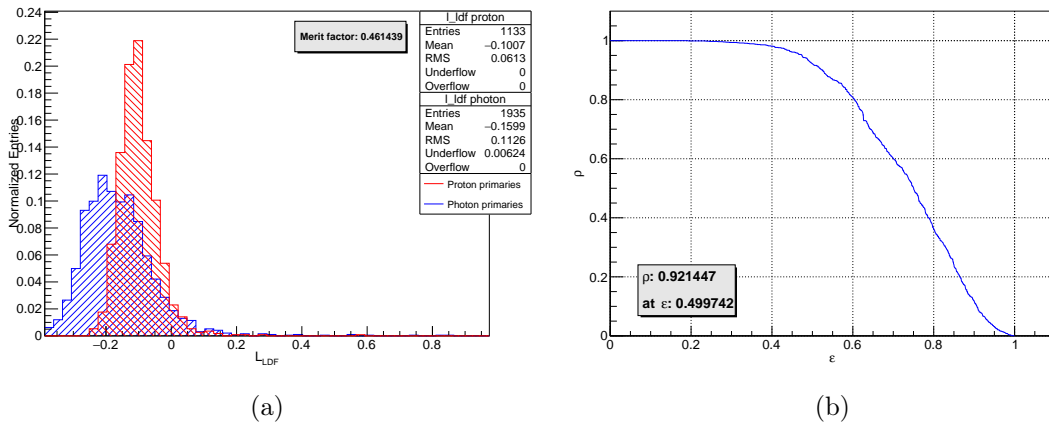


Abbildung 6.11: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen L_{LDF} für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.8.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.11 aufgeführten Kennwerte.

Der Erwartung entsprechend häufen sich die Protonenereignisse in allen Energie-Bins wesentlich näher an 0 als die von Photonen, sodass der Fit der NKG-Funktion dort als „besser“ bezeichnet werden kann. Bei den Photonenergebnissen kommt es hingegen zu einer Häufung bei $L_{\text{LDF}} < 0$, was bedeutet, dass dort die Messdaten im Mittel unter den Erwartungen nach der NKG-Funktion liegen, wodurch die Charakteristik des steileren Abfalls erneut bestätigt wird.

Im Gegensatz zur vorangegangenen Observable χ^2/ndf weist L_{LDF} auch in den niedrigen Energie-Bins eine signifikante Trennkraft auf. Außerdem kann der Wert von L_{LDF} für je-

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ	σ	μ	σ		
$E_{18,5}$	-0,08285	0,08167	-0,01792	0,08961	0,54	80,41
$E_{19,0}$	-0,1376	0,08929	-0,05598	0,07203	0,71	92,25
$E_{19,5}$	-0,1599	0,1126	-0,1007	0,06130	0,46	92,14

Tabelle 6.11: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen L_{LDF} .

de Anzahl an ausgelösten Detektorstationen berechnet werden, und muss damit keinen weiteren Schnitten oder Neudefinitionen unterzogen werden. Durch diese Vorteile ist L_{LDF} für die Trennung zwischen Photonen und Protonen durchaus in Betracht zu ziehen, da die Trennkraft aber weiterhin hinter anderen vergleichbaren Einzelobservablen aus dieser Zusammenstellung zurückbleibt, wird L_{LDF} in dieser Analyse nicht für die spätere Kombination von Observablen benutzt.

6.3. Risetime-basierte Observablen

Die dritte Kategorie der hier aufgeführten Observablen wird aus Größen gebildet, die aus der Anstiegszeit (Risetime) des Signals in den Detektorstationen abgeleitet werden. Die spätere Entwicklung eines Photonenschauers in der Atmosphäre resultiert im Mittel in einer niedrigeren Produktionshöhe der Sekundärteilchen. Aus geometrischen Überlegungen folgt, dass Teilchen, die bei einer niedrigen Höhe produziert wurden, gegenüber der Schauerfront eine größere zeitliche Verschiebung erfahren als solche, die in einer großen Höhe produziert wurden und auf dem gleichen Punkt am Erdboden eintreffen. Dieser Zusammenhang lässt sich auch auf Teilchenbündel ausweiten, die entlang der Schauerachse über eine bestimmte Wegstrecke entstehen. Daher ist aus geometrischen Gründen bei einem Photonenschauer die zeitliche Verteilung des Signals in den Detektorstationen deutlich größer. Dieser Effekt wird zusätzlich noch durch die Schauerkomposition verstärkt. Wird eine großer Anteil des Signals von Elektronen gebildet, so ist dieses über einen eine größere zeitliche Breite verteilt, da Elektronen in ihrer Propagation zum Detektor einer größeren Menge an Wechselwirkungen und Streuprozessen unterliegen, als das für Myonen der Fall ist, die einen hadronischen Schauer charakterisieren. Diese zeitliche Verteilung des Signals wird über die Risetime quantifiziert, die als zeitliche Differenz zwischen 10% und 50% des integrierten Signals der gemittelten PMTs definiert ist.

Analog zur LDF kann auch hier wieder die Risetime der Detektorstationen abhängig vom Abstand zur Schauerachse betrachtet werden. Bevor ein solcher Zusammenhang ausgewertet werden kann, wird jedoch zunächst eine Korrektur auf die einzelnen Risetime-Werte durchgeführt, die abhängig von der Ankunftsrichtung des Schauers ist. Bei großen Zenitwinkeln kommt es vermehrt zu einer Asymmetrie, da die Detektorstationen unterhalb der Schauerachse die Schauerfront in einem früheren Entwicklungsstadium detektieren als solche, die oberhalb der Schauerachse positioniert sind. Erst wenn dieser Effekt korrigiert

ist, können die weiteren Analyseschritte durchgeführt und die Abhängigkeit von Abstand zur Schauerachse untersucht werden. Ein solches Risetime-Profil nach erfolgter Korrektur wurde in Abbildung 6.12 exemplarisch dargestellt.

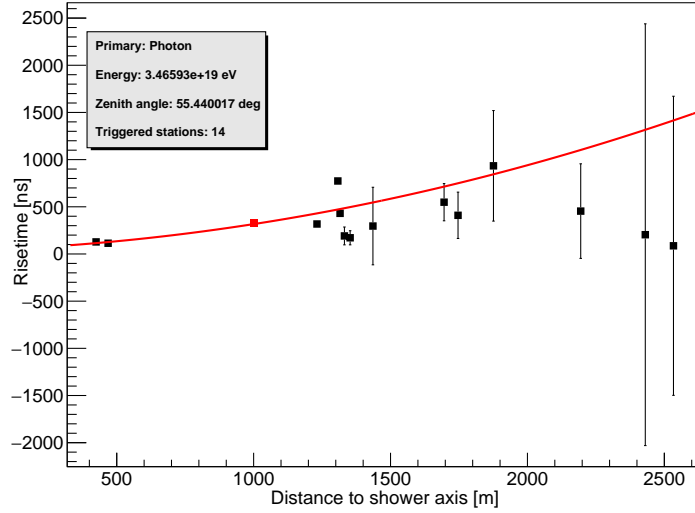


Abbildung 6.12: Risetime-Profil eines Beispiereignisses. An die Daten wurde zudem ein Polynom zweiten Grades gefittet, um die Risetime bei einer festen Entfernung von 1000 m zu extrahieren. Diese ist hier mit einer roten Markierung gekennzeichnet. Auch wenn die Fehlerbalken in den negativen Bereich hineinreichen, ist die Risetime definitionsgemäß strikt positiv.

An die Daten der Detektorstationen wird nun ein Polynom zweiten Grades der Form

$$t_{\text{fit}}(r) = 40 \text{ ns} + ar + br^2 \quad (6.6)$$

angepasst, wobei $t(r)$ die Risetime bei einem Abstand r zur Schauerachse beschreibt und die freien Parameter a und b sind. Aus den auf die Asymmetrie korrigierten Risetime-Werten t_i und dem darauf angelegten Fit $t_{\text{fit}}(r)$ lassen sich nun weitere Observablen ableiten.

6.3.1. RT_{mean}

Da die Risetime-Werte bei einer bestimmten Entfernung vom Schauerkern im Mittel bei Photonen höher liegen, wurde hier untersucht ob sich diese Charakteristik auf das simple arithmetische Mittel

$$\text{RT}_{\text{mean}} = \frac{1}{n_{\text{stations}}} \sum_i t_i \quad (6.7)$$

auswirkt und diese Größe damit als Observable für die Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen geeignet ist.

Die Trennkraft der Observable RT_{mean} wurde auf dem reduzierten Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.13.

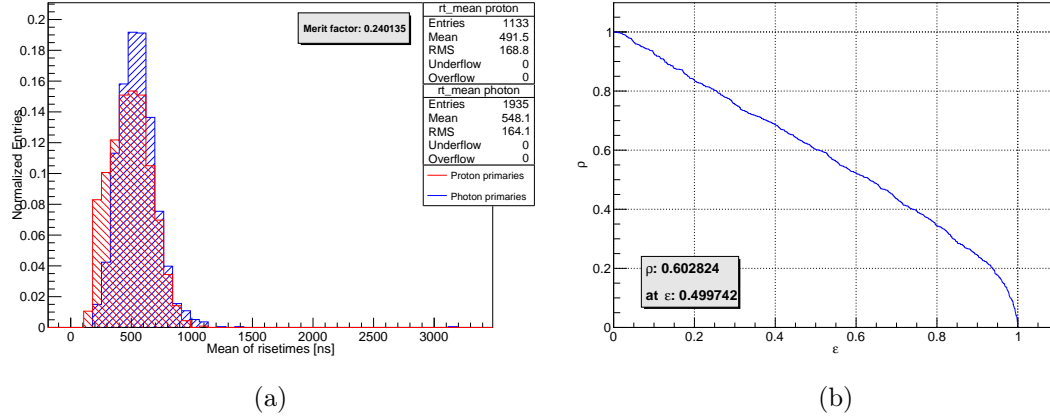


Abbildung 6.13: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen RT_{mean} für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.12.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.12 aufgeführten Kennwerte.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [ns]	σ [ns]	μ [ns]	σ [ns]		
$E_{18,5}$	336,0	128,3	289,9	123,5	0,26	63,12
$E_{19,0}$	434,8	150,1	376,5	147,7	0,27	62,11
$E_{19,5}$	548,1	164,1	491,5	168,8	0,24	60,28

Tabelle 6.12: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen RT_{mean} .

Es zeigt sich deutlich, dass sich die Charakteristik der Differenz in den Risetime-Werten bei einer bestimmten Entfernung zur Schauerachse nicht signifikant auf die Werte von RT_{mean} auswirkt. Dadurch fällt die Trennkraft für diese Observable nur sehr gering aus, sodass RT_{mean} kaum für die Trennung zwischen Photonen und Protonen geeignet ist.

6.3.2. RT1000

Eine Größe, die sich in der Suche nach Photonen hingegen durchaus etabliert hat, ist die Observable $RT1000$. Dabei handelt es sich um die Risetime bei dem festen Wert $r =$

1000 m, die aus dem Fit an das Risetime-Profil entnommen wird. Dieser wird entsprechend der obigen Form an den Risetime-Werten zwischen 600 m und 1200 m durchgeführt und ermöglicht dann eine Extrapolation zu dem gewünschten Abstand zur Schauerachse.

Die Trennkraft der Observable RT1000 wurde auf dem vollständigen Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.14.

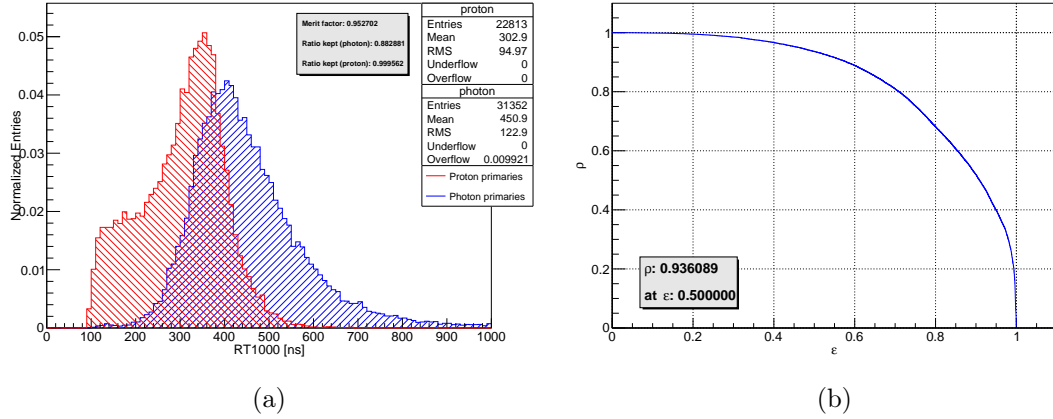


Abbildung 6.14: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen RT1000 für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.13.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.13 aufgeführten Kennwerte.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [ns]	σ [ns]	μ [ns]	σ [ns]		
$E_{18,5}$	357,6	90,4	270,9	92,7	0,67	78,25
$E_{19,0}$	395,4	111,5	289,5	94,96	0,72	84,59
$E_{19,5}$	450,9	122,9	302,9	94,97	0,95	93,61

Tabelle 6.13: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen RT1000.

Dadurch, dass der Fit für RT1000 nur zwischen 600 m und 1200 m ausgeführt wird, kann für Ereignisse, bei denen sich in diesem Intervall nur zwei oder weniger Stationen befinden, kein Wert für diese Observable bestimmt werden. Insbesondere für Photonenergebnisse einer niedrigen Energie kann dies mit einer signifikanten Wahrscheinlichkeit auftreten. Für diese Analyse wurde für RT1000 der implementierte Wert aus dem *Auger Offline Softwa-*

re *Framework* benutzt, auf dem zusätzlich noch weitere Schnitte bezüglich der Qualität des Fits liegen, sodass die Effizienz der Observable RT1000 durch diese Kriterien eingeschränkt wird. Die Abschätzung der Effizienz in den verschiedenen Energie-Bins findet sich in Tabelle 6.14.

Energie-Bin	ε_γ [%]	ε_p [%]
$E_{18,5}$	27,49	73,46
$E_{19,0}$	70,02	99,10
$E_{19,5}$	88,29	99,57

Tabelle 6.14: Effizienz der Observable RT1000 für Photonenergebnisse (γ) und Protonenergebnisse (p) auf dem vollständigen Datensatz.

Wie bereits vermutet, rufen die oben aufgeführten Kriterien deutliche Einschränkungen in der Nutzung von RT1000 als trennende Observable hervor. Insbesondere bei kleinen Energien fällt ein Großteil der analysierten Photonenergebnisse durch die notwendigen Selektionsschnitte weg. Da bei einer richtungsabhängigen Suche nach Photonen aber der Umfang der Statistik von großer Bedeutung ist und dafür auch Verzichte in Richtung der Trennkraft in Kauf genommen werden können, soll in dem folgenden Abschnitt ein Vorschlag für eine modifizierte Form der Observablen RT1000 gemacht werden, die für die Anforderungen einer richtungsabhängigen Suche besser geeignet ist.

6.3.3. Anpassungen für RT1000

Die modifizierte Version von RT1000 sei mit RT_{mod} gekennzeichnet. Analog zu RT1000 wird RT_{mod} als Risetime bei $r = 1000$ m aus dem Fit entnommen. Dieser wird allerdings nun zwischen 400 m und 1500 m mit dem gleichen Polynom durchgeführt. Als einziges Kriterium wird gefordert, dass sich in diesem Intervall mindestens drei Detektorstationen befinden, die ein Signal mitsamt Risetime gemessen haben. Während der Analyse hat sich gezeigt, dass diese Erweiterung des Intervalls bereits ausreicht, um die Statistik deutlich auszuweiten. Neben der Einschränkung durch die Detektoranzahl im Intervall werden keine weiteren Schnitte vorgenommen.

Die Trennkraft der Observable RT_{mod} wurde dann auf dem vollständigen Datensatz analysiert. Die aufgenommenen Verteilungen sowie die ROC-Kurve für den höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ finden sich in Abbildung 6.15.

Für die Trennkraft der Observable ergeben sich in den verschiedenen Energie-Bins die in Tabelle 6.15 aufgeführten Kennwerte.

Nun kann analog zu Tabelle 6.14 ebenfalls wieder die Effizienz von RT_{mod} berechnet werden. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 6.16.

Es zeigt sich, dass durch die vorgenommene Modifizierung die Effizienz der Observable gegenüber der implementierten Version deutlich verbessert wird. Zudem wird die Trennkraft

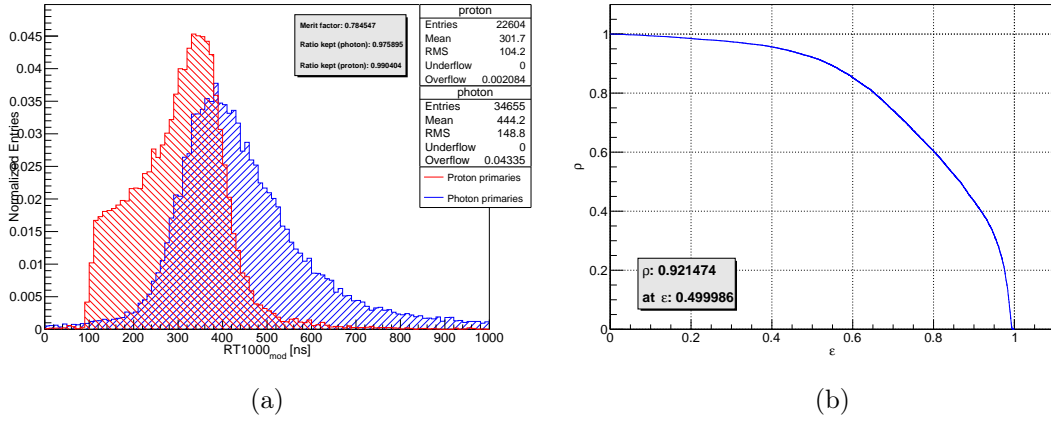


Abbildung 6.15: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Observablen RT_{mod} für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.1 in Abb. A.14.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ [ns]	σ [ns]	μ [ns]	σ [ns]		
$E_{18,5}$	354,4	139,3	277,0	120,1	0,42	72,96
$E_{19,0}$	402,4	143,7	291,7	109,6	0,61	83,80
$E_{19,5}$	444,2	148,8	301,7	104,2	0,78	92,15

Tabelle 6.15: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Observablen RT_{mod} .

Energie-Bin	ε_γ [%]	ε_p [%]
$E_{18,5}$	97,39	98,33
$E_{19,0}$	97,89	98,74
$E_{19,5}$	97,59	99,04

Tabelle 6.16: Effizienz der Observable RT_{mod} für Photonenergebnisse (γ) und Protonenergebnisse (p) auf dem vollständigen Datensatz.

der Observable dadurch nur geringfügig beeinträchtigt. Die Untergrundunterdrückung bei einer Signaleffizienz von 50% wird in allen Energie-Bins nur um wenige Prozent abgesenkt. Das Ziel einer möglichen weiterführenden Studie könnte darin bestehen, zu untersuchen, wie sich ein zusätzliches geringfügiges Kriterium, das beispielsweise auf die Fitqualität ausgeübt wird, auf die Trennkraft und Effizienz der Observable auswirkt.

6.4. Zusammenfassung

In den vorangegangenen Abschnitten wurde eine Reihe von Einzelobservablen bezüglich ihre Trennkraft und Effizienz bei der Unterscheidung von Photonen gegenüber Protonen untersucht. Eine Zusammenfassung für die Kennwerte der Trennkraft findet sich in Tabelle 6.17. Als besonders gut geeignet haben sich die Observablen $maxTrigDist$, $n_{stations}$, r_{curv} , S_4 , L_{LDF} und RT1000 gezeigt, wobei teilweise zusätzliche Schnitte die Effizienz senken. Solche Einschränkungen können für eine richtungsabhängige Suche von Bedeutung sein, da hier die Größe der Statistik gegenüber der Trennkraft an Wichtigkeit gewinnt. Die Observablen, die direkt aus der Parametrisierung der NKG-Funktion stammen, sind hingegen weitestgehend untauglich für die Suche nach Photonen.

Observable	η			$\rho(0,5)$ [%]		
	$E_{18,5}$	$E_{19,0}$	$E_{19,5}$	$E_{18,5}$	$E_{19,0}$	$E_{19,5}$
S_4	1,11	1,46	1,60	98,58	99,80	99,91
S1000	1,05	1,18	1,49	94,28	95,12	99,38
$n_{stations}$	0,93	1,09	1,19	94,66	98,76	99,28
$maxTrigDist$	0,77	0,90	1,02	91,36	94,08	98,15
r_{curv}	0,02	0,53	0,89	55,86	76,23	96,30
χ^2/ndf	0,02	0,57	0,83	61,66	84,23	95,06
γ	0,25	0,21	1,01	69,02	58,28	93,65
RT1000	0,67	0,72	0,95	78,25	84,59	93,61
RT _{mod}	0,42	0,61	0,78	72,96	83,80	92,15
L_{LDF}	0,54	0,71	0,46	80,41	92,25	92,14
β	0,17	0,20	0,35	58,95	58,80	66,37
RT _{mean}	0,26	0,27	0,24	63,12	62,11	60,28
$\beta + \gamma$	0,20	0,15	0,10	57,80	55,49	58,78

Tabelle 6.17: Kennwerte der Trennkraft in den jeweiligen Energie-Bins für die Einzelobservablen. Die Ergebnisse wurden nach dem Wert von $\rho(0,5)$ im höchsten Energie-Bins $E_{19,5}$ sortiert. Dies soll lediglich zur Orientierung dienen und keine Art von Ranking darstellen.

7. Kombinationen von Observablen

Für das Erreichen einer optimalen Trennkraft bietet es sich an, Methoden der multivariaten Analyse (MVA) zu benutzen, um mehrere Einzelobservablen zu einer gemeinsamen Diskriminante zu kombinieren. Hier soll nun die Fisher-Analyse als Möglichkeit der Kombination erläutert und auf eine Auswahl der zuvor aufgeführten Einzelobservablen ausgeführt werden.

Für die Demonstration der Herangehensweise werden hier zunächst die beiden Beispielobservablen X_{\max} und R_{μ} genutzt. X_{\max} bezeichnet, wie in den vorausgehenden Abschnitten auch, die atmosphärische Tiefe des Schauersmaximums, während R_{μ} für die Anzahl der Myonen, die ausgelöst durch das Schauereignis den Erdboden erreichen, steht. Die beiden Größen X_{\max} und R_{μ} komplementieren sich gut für die Unterscheidung zwischen Photonen und Protonen. Die Verteilung der beiden Observablen in dem höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ wurde in der Abbildung 7.1 als Streudiagramm dargestellt. Es ist sichtbar, dass sich die Trennung der Verteilungen im zwei-dimensionalen Observablenraum fortsetzt und dort auch noch stärker ausgeprägt ist.

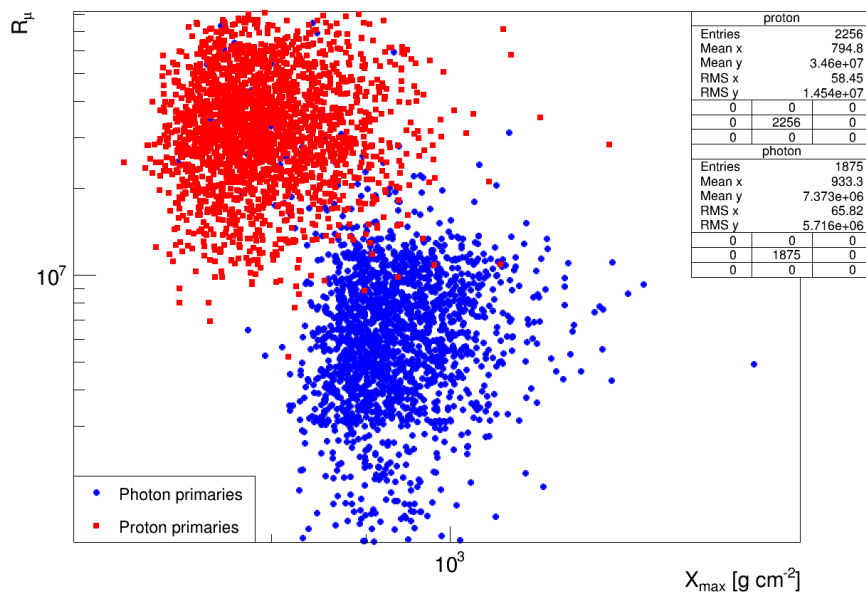


Abbildung 7.1: Verteilung der Observablen X_{\max} und R_{μ} in einem Streudiagramm im niedrigsten Energie-Bin $E_{18,5}$ des reduzierten Datensatzes. Dabei sind die Photonenergebnisse blau gekennzeichnet, während Protonenergebnisse rot dargestellt sind. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich in Anhang A.2 in Abb. A.15

Das Ziel einer multivariaten Analyse sollte sein, diese Trennung aus dem mehrdimensionalen

len Raum bestmöglich zu extrahieren. In den beiden Datensätzen der Primärteilchentypen lässt sich in der Abbildung keine signifikante Korrelation erkennen. Dies kann über den Pearson-Korrelationskoeffizienten r quantifiziert werden, der für zwei Größen x und y folgendermaßen definiert ist [32]:

$$r = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (7.1)$$

hier bezeichnet \bar{x} und \bar{y} das arithmetische Mittel der beiden Verteilungen. Per Definition ist r zwischen -1 und 1 beschränkt, wobei $r = 1$ (-1) bedeutet, dass die beiden Größen voll (anti-)korreliert sind und $r = 0$ für keine Korrelation steht. Für die beiden Observablen X_{\max} und R_μ wurden die Werte des Korrelationskoeffizienten in Tabelle 7.1 bestimmt.

Energie-Bin	r_γ	r_p
$E_{18,5}$	-0,1300	0,0564
$E_{19,0}$	-0,0837	0,0325
$E_{19,5}$	-0,0102	0,0760

Tabelle 7.1: Werte des Pearson-Korrelationskoeffizienten r von Photonen (γ) und Protonen (p) für die beiden Observablen X_{\max} und R_μ im höchsten Energie-Bin $E_{19,5}$ des reduzierten Datensatzes.

Die konkreten Zahlenwerte bestätigen die bereits visuell erfasste nur sehr geringe Korrelation der beiden Größen. Damit eignet sich die Fisher-Analyse gut für das Erstellen einer kombinierten Diskriminante.

7.1. Fisher-Analyse als Methode der MVA

Mit der Methode der Fisher-Analyse können beliebige Anzahlen von Observablen zu einer Diskriminante kombiniert werden [33]. Für minimal korrelierte Observablen liefert diese Art der multivariaten Analyse die besten Ergebnisse unter einer Menge vergleichbarer Verfahren und ist zudem verhältnismäßig immun gegenüber Übertraining. Hier soll nun zunächst die Fisher-Analyse grob erläutert werden, bevor sie beispielhaft auf die beiden Observablen X_{\max} und R_μ angewendet wird.

Das Grundprinzip der Fisher-Analyse beruht auf einer linearen Abbildung aus dem mehrdimensionalen Observablen-Raum auf einen kontinuierlichen eindimensionalen Raum der Diskriminante. Für einen Ereignisvektor \vec{x} mit den einzelnen Observablen x_i ist die Fisher-Diskriminante also folgendermaßen gegeben:

$$t = \sum_i f_i x_i = \vec{f}^\top \vec{x}, \quad (7.2)$$

wobei $\vec{f}^\top = (f_1, f_2, \dots)$ den transponierten Vektor der Fisher-Koeffizienten darstellt. Dieser ist nun so zu wählen, dass der Abstand zwischen den Ereignisklassen Photon und Proton

möglichst groß wird, während gleichzeitig die intrinsische Breite der Verteilungen in den Ereignisklassen minimiert wird. Ein wichtiges Maß für die beiden Bedingungen ist dabei das Fisher'sche Kriterium

$$J(\vec{f}) = \frac{\vec{f}^\top B \vec{f}}{\vec{f}^\top W \vec{f}} \quad (7.3)$$

mit der Intervarianz-Matrix B , welche die Verteilung der Ereignisse zwischen den Klassen beschreibt, und der Intravarianz-Matrix W , welche Verteilung der Ereignisse innerhalb der Klassen beschreibt. Die Komponenten dieser Matrizen sind gegeben durch

$$B_{ij} = (\vec{\mu}_\gamma - \vec{\mu}_p)_i (\vec{\mu}_\gamma - \vec{\mu}_p)_j, \quad (7.4)$$

$$W_{ij} = (V_\gamma + V_p)_{ij}, \quad (7.5)$$

wobei $\vec{\mu}$ den Vektor der Observablen-Mittelwerte und V die Kovarianz-Matrix für die jeweiligen Ereignisklassen darstellt. Es lässt sich zeigen, dass die Trennung zwischen den Klassen maximal wird für

$$\vec{f} \propto W^{-1}(\vec{\mu}_\gamma - \vec{\mu}_p). \quad (7.6)$$

Damit ist der Vektor der Fisher-Koeffizienten bis auf eine Skalierung, die keinen Einfluss auf die Trennkraft der Diskriminante hat, bereits festgelegt. Per Konvention wird der Skalierungsfaktor α in dieser Analyse folgendermaßen gewählt:

$$\alpha = \frac{\sqrt{n_\gamma n_p}}{n_\gamma + n_p} \quad (7.7)$$

Dabei bezeichnet n_γ und n_p die jeweilige Anzahl der Gesamt Ereignisse in den beiden Ereignisklassen des zum Training verwendeten Simulationssatzes.

Die hier aufgeführte Vorgehensweise wurde nun auf die beiden Observablen X_{\max} und R_μ angewandt, wobei erneut der gesamte reduzierte Datensatz als Basis dient. Außerdem wurde die Fisher-Analyse für jeden Energie-Bin separat ausgeführt. Die resultierenden Werte der Fisher-Koeffizienten sind in Tabelle 7.2 zusammengefasst.

Energie-Bin	Fisher-Koeffizienten	
	f_1 [$\text{g}^{-1} \text{cm}^2$]	f_2
$E_{18,5}$	$8,90 \times 10^{-3}$	$-5,55 \times 10^{-8}$
$E_{19,0}$	$7,66 \times 10^{-3}$	$-1,74 \times 10^{-8}$
$E_{19,5}$	$5,91 \times 10^{-3}$	$-6,79 \times 10^{-9}$

Tabelle 7.2: Werte der Fisher-Koeffizienten in der Beispielanalyse für die Observablen X_{\max} und R_μ .

Nach den obigen Definitionen ist die Diskriminante t für ein einzelnes Ereignis dann gegeben durch

$$t = f_1 \cdot X_{\max} + f_2 \cdot R_\mu. \quad (7.8)$$

Mittels dieser Relation wurde im reduzierten Datensatz für jedes Ereignis die zugehörige Fisher-Diskriminante berechnet. Die entsprechenden Verteilungen zusammen mit der daraus resultierenden ROC-Kurve finden sich in Abbildung 7.2.

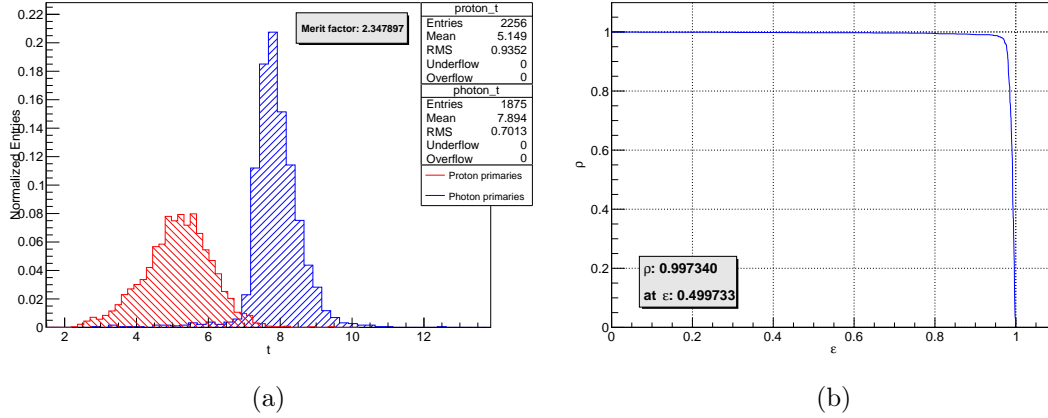


Abbildung 7.2: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Diskriminante t aus der Kombination von X_{\max} und R_{μ} für den Energie-Bin $E_{18,5}$ im reduzierten Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.2 in Abb. A.16.

Aus den Verteilung kann, wie bei den Einzelobservablen auch, die Trennkraft der Diskriminante bestimmt werden. Die resultierenden Kennwerte finden sich in Tabelle 7.3.

Energie-Bin	Photonen		Protonen		η	$\rho(\varepsilon = 0,5)$ [%]
	μ	σ	μ	σ		
$E_{18,5}$	7,894	0,701	5,149	0,935	2,35	99,73
$E_{19,0}$	7,143	0,722	4,567	0,837	2,33	100,00
$E_{19,5}$	5,713	0,767	2,945	0,865	2,40	99,91

Tabelle 7.3: Kennwerte für die Verteilung und Trennkraft der Beispieldiskriminante aus der Kombination von X_{\max} und R_{μ} .

Es ist deutlich sichtbar, dass die Kombination durch die Fisher-Analyse die Trennkraft der Diskriminante t gegenüber den Einzelobservablen noch einmal deutlich angehoben hat. So werden nun Werte des Gütefaktors η über 2 erreicht und auch die Untergrundunterdrückung deutet auf eine sehr starke Trennkraft hin. Im mittleren Energie-Bin $E_{19,0}$ wird bei $\rho(\varepsilon = 0,5)$ sogar bereits der geringe Umfang des reduzierten Datensatzes zum Problem, da im Median der Photonenverteilung keine Protonenereignisse mehr liegen und somit ρ nur mit 1 abgeschätzt werden kann.

Die Methodik der Fisher-Analyse soll nun auf eine Reihe der oben aufgeführten Einzelob-

servablen angewendet werden, um eine Zusammenstellung an möglichen Kombinationen zu erstellen.

7.2. Mögliche Kombinationen der Einzelobservablen

Für die Kombinationen sollen hier Einzelobservablen so gewählt werden, dass beide Charakteristiken eines Photonenschauers beschrieben werden. Das bedeutet, dass LDF-basierte Observablen, die auf dem steileren Abfall von Photonenschauern beruhen, mit solchen kombiniert werden, die aus der höheren Eindringtiefe bzw. der späteren Schauerentwicklung für Photonen folgen. Aufgrund der mit Abstand besten Ergebnisse bei der Trennkraft soll hier S_4 in allen untersuchten Kombinationen den erstgenannten Bereich abdecken. Zusätzlich wird diese Observable mit r_{curv} oder RT1000 kombiniert, wobei auch jeweils die modifizierte Version betrachtet wird. Schließlich soll noch die Maximalkombination von S_4 , r_{curv} , RT1000 und n_{stations} betrachtet werden. Damit ergeben sich die in Tabelle 7.4 aufgeführten Kombinationen mitsamt der Bezeichnung der resultierenden Fisher-Diskriminante t :

Diskriminante	Observablen
t_0	S_4, r_{curv}
t_1	$S_4, \text{RT1000}$
t_2	$S_4, \text{RT}_{\text{mod}}$
t_3	$S_4, r_{\text{curv}}, \text{RT1000}, n_{\text{stations}}$
t_4	$S_4, r_{\text{curv}}, \text{RT}_{\text{mod}}, n_{\text{stations}}$

Tabelle 7.4: Zusammenstellung der Observablenkombinationen

Die Fisher-Analyse und anschließende Bewertung der Trennkraft nach dem oben aufgeführten Schema wurde dabei auf dem vollständigen Datensatz durchgeführt. Die resultierenden Verteilungen der Diskriminanten finden sich in den Abbildungen 7.3 bis 7.5.

Die Form der Verteilungen ähnelt sich zwischen den verschiedenen Diskriminanten sehr stark, obwohl für jede eine andere Kombination an Observablen genutzt wurde. Das liegt daran, dass S_4 unter diesen Observablen mit Abstand die größte Trennkraft besitzt und dadurch in der Fisher-Analyse gegenüber den anderen Größen die Linearkombination dominiert. Daraus folgt auch die Form der Verteilungen, die, abgesehen von einer irrelevanten Spiegelung, der von S_4 ähnelt. So besitzt beispielsweise die Protonenverteilung eine größere Breite als die für Photonen.

Aus den resultierenden Verteilungen können nun wieder analog zum Verfahren bei den Einzelobservablen die Kennwerte der Trennkraft bestimmt werden. Diese finden sich für alle Kombinationen zusammengefasst in Tabelle 7.5.

Alle der hier aufgeführten Kombinationen erreichen in den beiden höheren Energie-Bins eine gute Trennkraft mit $\eta > 1,2$ und $\rho(0,5) > 98\%$. Die beiden Maximalkombinationen t_3 und t_4 zeichnet aus, dass sie auch in dem niedrigsten Energie-Bin vergleichbare Werte

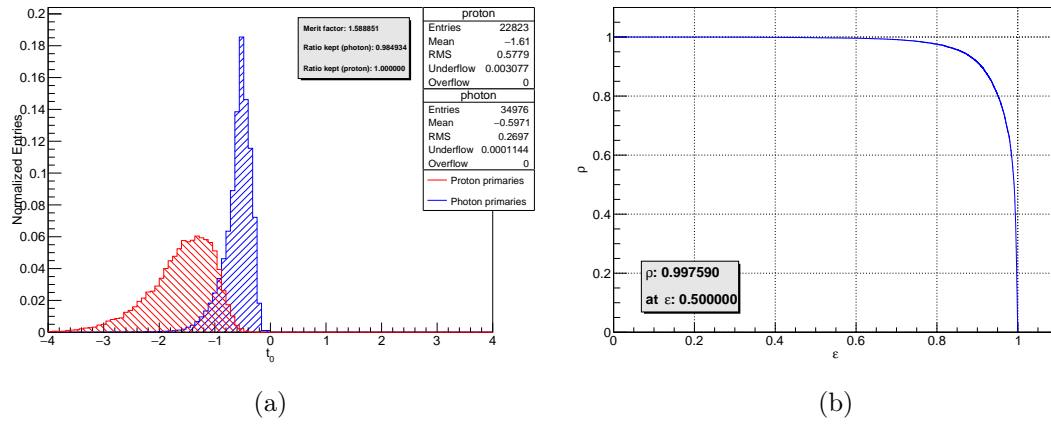


Abbildung 7.3: Verteilungen (a) und zugehörige ROC-Kurve (b) der Diskriminante t_0 für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.2 in Abb. A.17.

Komb.	E.-Bin	f_1	f_2	f_3	f_4	η	$\rho(0,5)$ [%]
t_0	$E_{18,5}$	$-1,20 \times 10^{-6}$	$1,50 \times 10^{-6}$			0,04	57,29
t_0	$E_{19,0}$	$-6,57 \times 10^{-4}$	$-4,15 \times 10^{-5}$			1,30	98,62
t_0	$E_{19,5}$	$-3,21 \times 10^{-4}$	$-5,47 \times 10^{-5}$			1,59	99,76
t_1	$E_{18,5}$	$-8,54 \times 10^{-7}$	$2,09 \times 10^{-3}$			0,66	78,27
t_1	$E_{19,0}$	$-6,30 \times 10^{-4}$	$1,86 \times 10^{-3}$			1,28	97,64
t_1	$E_{19,5}$	$-3,37 \times 10^{-4}$	$9,27 \times 10^{-4}$			1,58	99,77
t_2	$E_{18,5}$	$-1,22 \times 10^{-6}$	$4,95 \times 10^{-4}$			0,36	73,07
t_2	$E_{19,0}$	$-6,79 \times 10^{-4}$	$4,59 \times 10^{-4}$			1,41	99,09
t_2	$E_{19,5}$	$-3,54 \times 10^{-4}$	$3,22 \times 10^{-4}$			1,57	99,84
t_3	$E_{18,5}$	$-4,01 \times 10^{-7}$	$2,66 \times 10^{-5}$	$1,78 \times 10^{-3}$	$-1,20 \times 10^{-1}$	0,91	90,53
t_3	$E_{19,0}$	$-4,75 \times 10^{-4}$	$-1,04 \times 10^{-5}$	$1,18 \times 10^{-3}$	$-6,16 \times 10^{-2}$	1,23	96,93
t_3	$E_{19,5}$	$-3,07 \times 10^{-4}$	$-4,22 \times 10^{-5}$	$6,68 \times 10^{-4}$	$-1,54 \times 10^{-3}$	1,57	99,74
t_4	$E_{18,5}$	$-3,76 \times 10^{-7}$	$2,17 \times 10^{-5}$	$3,66 \times 10^{-4}$	$-1,91 \times 10^{-1}$	0,86	90,74
t_4	$E_{19,0}$	$-4,11 \times 10^{-4}$	$-1,71 \times 10^{-5}$	$1,79 \times 10^{-4}$	$-9,60 \times 10^{-2}$	1,27	97,46
t_4	$E_{19,5}$	$-2,88 \times 10^{-4}$	$-4,26 \times 10^{-5}$	$1,97 \times 10^{-4}$	$-1,85 \times 10^{-2}$	1,58	99,80

Tabelle 7.5: Fisher-Koeffizienten und Kennwerte der Trennkraft für die betrachteten Observablenkombinationen in den einzelnen Energie-Bins.

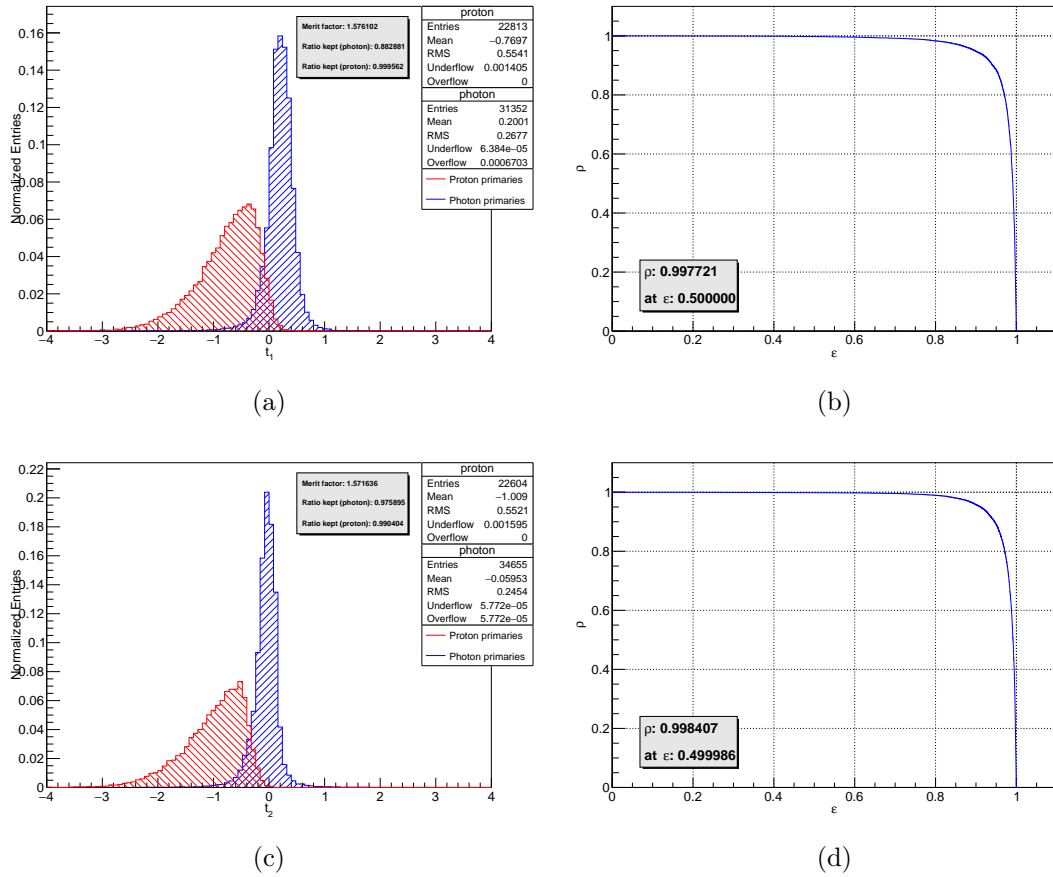


Abbildung 7.4: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Diskriminanten t_1 (a)/(b) und t_2 (c)/(d) für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Dabei wurde in der Kombination für t_1 der implementierte Wert für RT1000 verwendet, während in t_2 die modifizierte Variante RT_{mod} verwendet wurde. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.2 in Abb. A.18 und A.19.

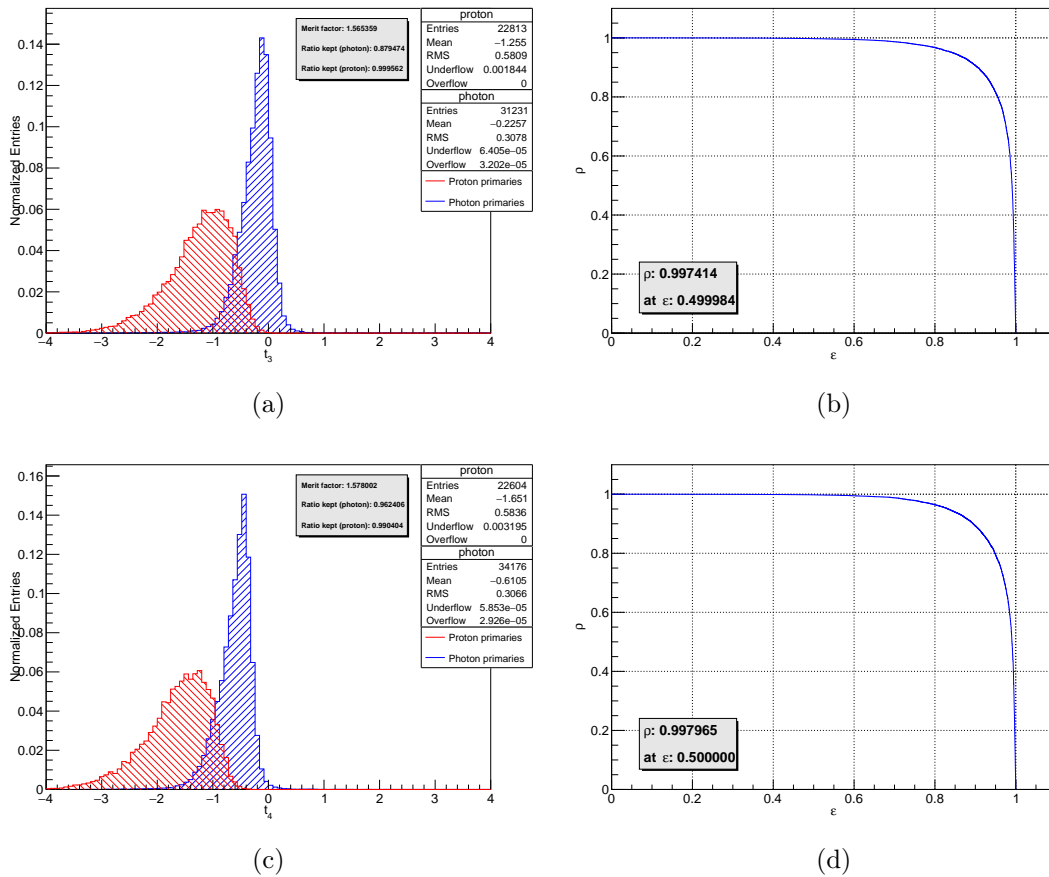


Abbildung 7.5: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Diskriminanten t_3 (a)/(b) und t_4 (c)/(d) für den Energie-Bin $E_{19,5}$ im vollständigen Datensatz. Dabei wurde in der Kombination für t_3 der implementierte Wert für RT1000 verwendet, während in t_4 die modifizierte Variante RT_{mod} verwendet wurde. Die entsprechenden Darstellungen für die anderen beiden Energie-Bins finden sich im Anhang A.2 in Abb. A.20 und A.21.

in der Trennkraft erzielen und somit insbesondere für die Suche von Photonen bei niedrigen Energie geeignet sind. Zudem ist anzumerken, dass die Verwendung der modifizierten Observable RT_{mod} gegenüber der implementierten Version $RT1000$ zu keiner deutlichen Absenkung der Trennkraft führt, sondern hier sogar eine leichte Steigerung hervorruft. Das ist sowohl in der simplen Kombination mit S_4 als auch für die Maximalkombination t_4 der Observablen der Fall. Da aber bei der Verwendung als Einzelobservablen die Trennkraft der modifizierten Version geringer war, wird hier vermutet, dass diese Version bei den vorliegenden Kombinationen die restlichen Observablen besser ergänzt. Bei anderen Verfahren der MVA könnte sich die überlegene Trennkraft von $RT1000$ aber eventuell auch in der Diskriminante zeigen. Dies konnte im Rahmen der vorliegenden Bachelorarbeit allerdings leider nicht untersucht werden und könnte damit Gegenstand einer weiterführenden Studie sein.

Bei der Auflistung der Fisher-Koeffizienten fällt zudem auf, dass die konkreten Werte der Koeffizienten bei der Kombination der Observable r_{curv} , also f_2 bei t_0 , t_2 und t_3 , sowohl positiv als auch negativ ausfallen. Das deutet darauf hin, dass die Werte von r_{curv} lediglich die Rolle einer untergeordneten Korrektur einnehmen und nicht den generellen Trend der Diskriminante bestimmen. Was eine Folge der Tatsache ist, dass die Trennkraft der Observable r_{curv} erst bei den höheren Energien in die Größenordnung der restlichen in der Kombination verwendeten Einzelobservablen kommt.

Insgesamt gilt für die Trennkraft der Kombinationen allerdings auch, dass sie in allen Energie-Bins, wenn auch teilweise nur gering, hinter den Werten zurückbleibt, die mit der Einzelobservable S_4 beobachtet wurden. Das folgt vermutlich daraus, dass sich die Werte der Trennkraft für diese Observable so stark von den restlichen in den Kombinationen verwendeten Observablen abweichen. Für eine bessere Trennkraft der Diskriminante könnte daher ein anderes Verfahren der MVA besser geeignet sein. In Abschnitt 7.3 soll geklärt werden, inwiefern das mit der Korrelation der kombinierten Observablen zusammenhängt, die auf die Qualität der Fisher-Analyse einen Einfluss hat.

Außerdem kann wieder die Effizienz der Observablen t_1 bis t_4 bestimmt werden. Ein Ereignis kann für die Analyse nur verwendet werden, wenn für jede der in der Kombination enthaltenen Observablen ein Wert vorliegt. Das betrifft die Observablen r_{curv} und $RT1000$ (auch in der modifizierten Form) bei denen, nach dem im Abschnitt zu den Einzelobservablen erläuterten Bedingungen, Schnitte vorgenommen werden müssen. Die Effizienz kann dann über das Verhältnis der Zahl der auswertbaren Ereignis zur Gesamtzahl abgeschätzt werden. Das wurde für die verschiedenen Kombination in Tabelle 7.6 vorgenommen.

Es lässt sich erkennen, dass insbesondere in den Kombinationen, in denen $RT1000$ verwendet wurde (t_1 und t_3), die Effizienz in den niedrigen Energie-Bins gering ausfällt. Dies betrifft Photonenereignisse stärker als solche, die durch Protonen induziert wurden. Durch die Verwendung von RT_{mod} kann diese Effizienz auf das Niveau der anderen Kombinationen angehoben werden (vgl. t_2 und t_4).

Energie-Bin	Komb.	ε_γ [%]	ε_p [%]
$E_{18,5}$	t_0	83,45	99,19
$E_{18,5}$	t_1	27,49	73,46
$E_{18,5}$	t_2	97,39	98,33
$E_{18,5}$	t_3	25,30	73,13
$E_{18,5}$	t_4	81,57	97,53
$E_{19,0}$	t_0	97,40	100,00
$E_{19,0}$	t_1	70,02	99,10
$E_{19,0}$	t_2	97,89	98,74
$E_{19,0}$	t_3	69,43	99,10
$E_{19,0}$	t_4	95,38	98,74
$E_{19,5}$	t_0	98,49	100,00
$E_{19,5}$	t_1	88,29	99,96
$E_{19,5}$	t_2	97,59	99,04
$E_{19,5}$	t_3	87,95	99,96
$E_{19,5}$	t_4	96,24	99,04

Tabelle 7.6: Effizienz der Diskriminanten t_1 bis t_4 in den verschiedenen Energie-Bins des vollständigen Datensatzes

7.3. Korrelationen der kombinierten Observablen

In diesem Abschnitt soll erläutert werden, inwiefern die Korrelation der Einzelobservablen einen Einfluss auf die Qualität der Fisher-Analyse hat. Dazu wurden im vollständigen Datensatz die notwendigen Schnitte vorgenommen, um für jedes der Ereignisse einen Wert der Observablen n_{stations} , S_4 , r_{curv} , $\text{RT}1000$ und RT_{mod} ermitteln zu können. Anhand dieser Werte wurde dann der Pearson-Korrelationskoeffizient r nach (7.1) paarweise für jede mögliche Kombination der aufgeführten Observablen berechnet. Die Ergebnisse dafür sind in Abbildung 7.6 zusammengefasst.

Anhand dieser Werte lassen sich einige Bemerkungen machen. Zunächst einmal lässt sich in allen Energie-Bins und unabhängig vom Primärteilchentyp eine sehr starke Korrelation zwischen $\text{RT}1000$ und RT_{mod} erkennen. Dies entspricht der Erwartung, da beide Observable in ihrer Konstruktion sehr stark verknüpft sind und zeigt, dass für diese in Kombinationen ein Austausch denkbar ist. Weiterhin fällt auf, dass S_4 mit den anderen Observablen in allen Energie-Bins eine der geringsten Korrelationen besitzt. Als einzige Ausnahme sticht dabei die Kombination S_4 und n_{stations} hervor, die sowohl für Photonen als auch für Protonen insbesondere in den höheren Energie-Bins eine signifikante Korrelation aufweist. Da S_4 als gewichtete Signalsumme definiert ist, die aber nicht über die Division mit n_{stations} zu einem Mittelwert reduziert wird, besitzt S_4 eine starke Abhängigkeit von der Anzahl der ausgelösten Detektorstationen. Die vorliegende Korrelation lässt sich so erklären.

Allgemein betrachtet zeigt sich, dass die Korrelationen unter den Einzelobservablen mit

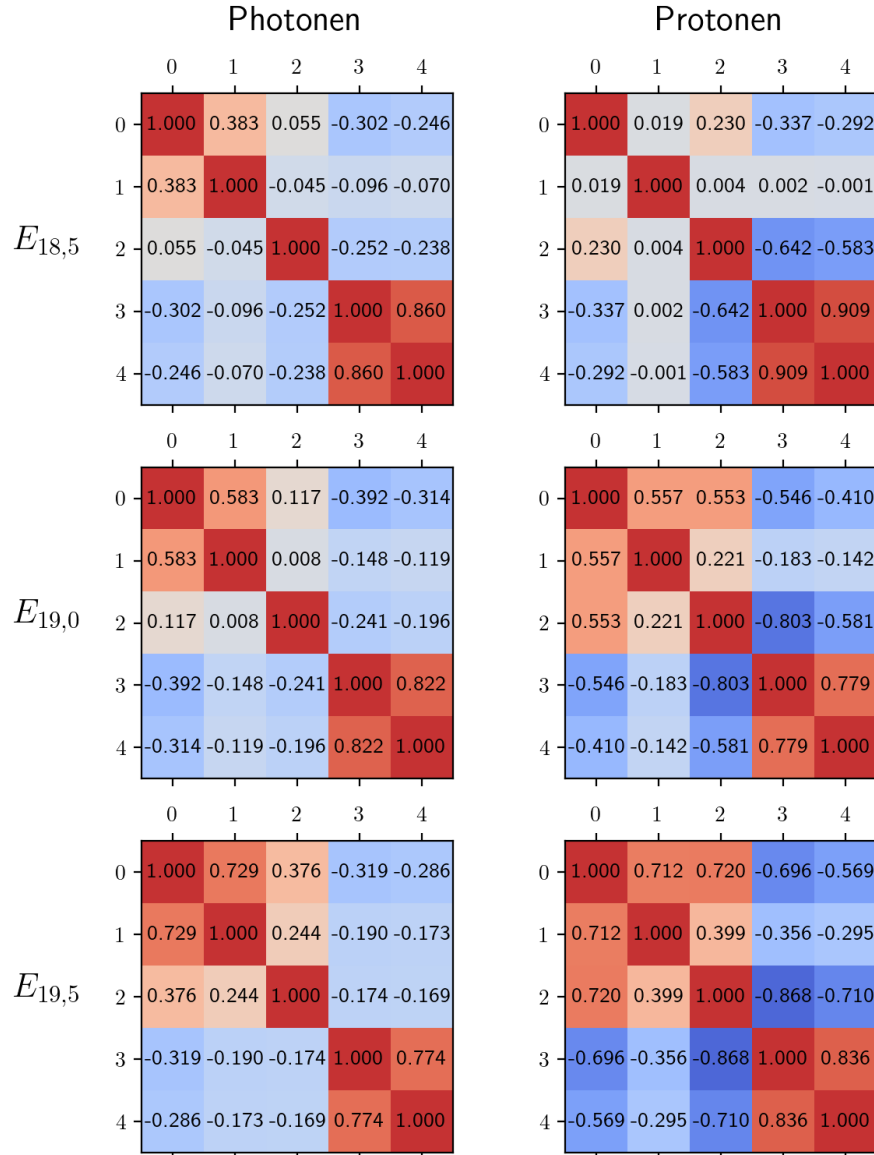


Abbildung 7.6: Werte des Pearson-Korrelationskoeffizienten für die in den Kombinationen verwendeten Observablen, aufgeteilt auf die Primärteilchenklassen und Energie-Bins. Die Observablen wurden dabei folgenderweise nummeriert: 0: n_{stations} , 1: S_4 , 2: r_{curv} , 3: RT1000, 4: RT_{mod}.

steigender Energie ebenfalls deutlich zunimmt. Insbesondere im Satz der Protonenereignisse lässt sich eine signifikante Vergrößerung der Korrelation im Energie-Bin $E_{19,5}$ gegenüber $E_{18,5}$ erkennen. Aber auch im niedrigsten Bin liegen die Wert des Pearson-Korrelationskoeffizienten deutlich höher als das bei der beispielhaften Kombination von X_{\max} und R_{μ} der Fall war. Da die Fisher-Analyse ausschließlich für gering korrelierte Observablen gut geeignet ist, könnte dies erklären, warum die Trennkraft der verschiedenen Diskriminanten nicht die von S_4 übersteigt, obwohl diese Observable in allen Kombinationen enthalten ist. Eine andere Methode der MVA könnte hier geeigneter sein und bessere Ergebnisse erzielen.

8. Weiterführende Studien

Bei der Erstellung dieser Analyse sind einige Thematiken aufgetreten, die aufgrund ihres Umfangs nicht im Rahmen dieser Bachelorarbeit bearbeitet werden konnten und damit Gegenstand für weiterführende Studien sein könnten. In diesem Abschnitt soll ein kurzer Überblick über diese Bereiche gegeben werden.

8.1. Differenz in der Energie-Rekonstruktion

Für die Analyse eines einzelnen Schauerereignisses muss zunächst die zugehörige Primärenergie rekonstruiert werden, bevor eine Einteilung in die verschiedenen Primärteilchenklassen über trennende Observablen geschehen kann. Das liegt an der starken Energie-Abhängigkeit der hier betrachteten Einzelobservablen. Für diese Simulationstudie wurden dafür die erstellten Ereignisse in drei Energie-Bins eingeteilt. Dazu wurde der in Generierung verwendete wahre Wert E_{MC} der Primärenergie verwendet. Wird ein echter Schauer rekonstruiert, ist dieser Wert allerdings nicht zugänglich, sondern es muss anhand der Messgrößen zunächst ein Wert E_{SD} für die Primärenergie rekonstruiert werden. Liegen für den Schauer ausschließlich Daten aus dem SD zugrunde, geschieht das über den Wert der Observable S_{1000} . Die Rekonstruktion über diese Abhängigkeit ist jedoch für Protonenereignisse optimiert, so dass es für Photon-induzierte Schauer zu einem systematischen Bias kommt. Dieser ist in Abbildung 8.1 als relative Differenz zwischen E_{MC} und E_{SD} zu erkennen.

Es ist deutlich sichtbar, dass die Primärenergie für Photonenschauer systematisch zu niedrig abgeschätzt wird, so liegt das arithmetische Mittel für Photonen bei einer relativen Abweichung von rund 65%. Diesem systematische Fehler kann allerdings nur entgegengewirkt werden, wenn die Art des Primärteilchens bereits bestimmt wurde.

Für eine genauere Abschätzung der Trennkraft der oben aufgeführten Observablen und ihrer Kombinationen, muss eine Analyse diesen systematischen Bias mit einbeziehen und die Energie-Abhängigkeit der Observablen auch für E_{SD} betrachten. Dies konnte im Rahmen dieser Bachelorarbeit aufgrund des zeitlichen Rahmens leider nicht mehr untersucht werden, sei aber der Vollständigkeit halber hier aufgeführt.

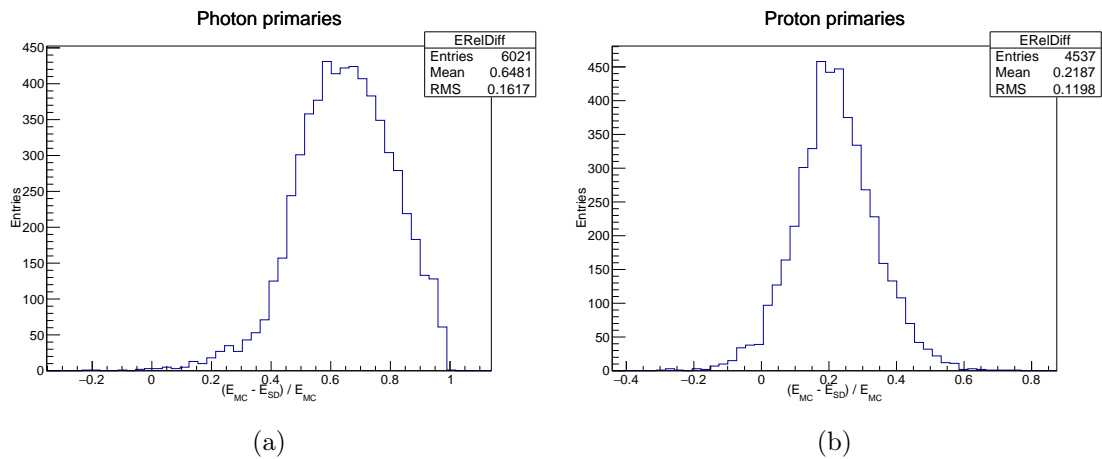


Abbildung 8.1: Relative Differenz in der Energie-Rekonstruktion zwischen Photonen (a) und Protonen (b). Die analysierten Ereignisse stammen aus dem reduzierten Datensatz ohne Einschränkung von E_{MC} .

8.2. Auffälligkeiten bei der Observable r_{curv}

Bei der Observable r_{curv} kann ausschließlich aus den Daten des SD nur ein Wert bestimmt werden, wenn in mindestens fünf Detektorstationen die Signalstärke gemessen wurde. Anhand dieses Kriteriums wurden in der Analyse Selektionsschnitte vorgenommen, die den Umfang der Simulationsdaten reduzieren. Trotzdem kommt es in den Verteilung dieser Observable in den Abbildungen 6.3 und A.4 bei Photonenergebnissen zu dem deutlichen Auftreten eines Doppel-Peaks, der in seiner Struktur auch die Trennkraft der Observable verringert. Es wird vermutet, dass dieses Phänomen aus eine weiteren Parametrisierung der Größe r_{curv} stammt. Wenn also trotz der benötigten Anzahl an Detektorstationen der Fit für r_{curv} ein gewisses Qualitätsmaß nicht erreicht oder gar nicht erst erfolgreich konvergiert, wird für die Rekonstruktion von r_{curv} auf eine Energie-abhängige Parametrisierung durch andere Observablen zurückgegriffen. Bei Photonenergebnissen könnte dieser Zusammenhang anders aussehen, so dass dort die fehlerhafte Parametrisierung zu der Bildung von Peaks führt.

Bei der Untersuchung dieses Phänomens wurde festgestellt, dass für die Auswahl der Simulationsdaten noch eine etwas schärfere Selektion möglich ist. So kann zusätzlich das *SDRecLevel* 4 gefordert werden, das voraussetzt, dass ein Fit für r_{curv} erfolgreich durchgeführt werden muss. Bei der initialen Zusammenstellung der Simulationsdaten ist das allerdings nicht geschehen, da die Größe der Statistik eine vorgeordnete Rolle eingenommen hat. Für eine zukünftige Studie könnte es dementsprechend von Interesse sein, inwiefern sich die Trennkraft und Effizienz der Observable durch dieses zusätzliche Kriterium verändert und wie sich das auf Kombinationen mit r_{curv} auswirkt.

8.3. Zenitwinkel-Abhängigkeit der Observablen

Neben der Primärenergie sind die Werte vieler Observablen auch stark abhängig von dem Zenitwinkel des einfallenden Schauers. Neben dem Binning in Energie-Werten könnte es also auch noch von Interesse sein, wie sich die Trennkraft der oben aufgeführten Einzelobservablen unter Veränderung des Zenitwinkels verhält. Zusätzlich müssten für die Kombination der Observable durch die Fisher-Analyse auch Winkel-Bins eingeführt werden, um die Abhängigkeit der Fisher-Koeffizienten von der Einfallsrichtung des Schauers zu erfassen. Analog zum Binning der Primärenergie sollte dies ebenfalls mit den aus den Daten des SDs rekonstruierten Werten θ_{SD} geschehen.

8.4. Zusätzliche Einschränkungen bei der modifizierten Observable RT_{mod}

Im Laufe der obigen Analyse wurde für die Observable RT_{1000} mit einfachen Mitteln eine modifizierte Version RT_{mod} formuliert. Diese verfügt nur über sehr wenige Voraussetzungen, so dass die Effizienz der Kombinationen unter Verwendung dieser Version deutlich gesteigert werden konnte (vgl. Tab. 7.6). Gleichzeitig befindet sich die Trennkraft der modifizierten Version auf einem vergleichbaren Level wie die der implementierten Observable RT_{1000} .

Aufgrund der signifikanten Steigerung in der Effizienz wäre es nun von Interesse, ob möglicherweise zusätzliche Bedingungen, die beispielsweise auf die Qualität des Fits abzielen, sich lohnenswert in die Auswahl der Ereignisse für die Kombination von Observablen einbinden lassen. Das Verhalten von Trennkraft und Effizienz der modifizierten Observable und den daraus folgenden Kombinationen müsste in einer weiterführenden Studie systematisch untersucht werden, um feststellen zu können, welche zusätzliche Schnitte in diesem Kontext sinnvoll sind.

8.5. Abhängigkeit vom hadronischen Wechselwirkungsmodell

Die Charakteristik eines simulierten Luftschauers und den daraus rekonstruierten Observablen ist fundamental von der Wahl des für die Simulation verwendeten hadronischen Wechselwirkungsmodells abhängig. Die hier ausgeführte Analyse, wurde mit den Simulationsdaten erstellt, die mit Hilfe des Wechselwirkungsmodells *EPOS LHC* generiert wurden. Eine weiterführende Studie könnte untersuchen, ob sich die hier aufgeführten Ergebnisse bei der Verwendung eines anderen Wechselwirkungsmodells reproduzieren lassen.

9. Zusammenfassung

In der vorliegenden Bachelorarbeit wurde eine Reihe an Luftschauerobservablen untersucht, die allein mit den Daten des Oberflächendetektors des Pierre-Auger-Observatoriums formuliert werden können. Dabei wurde die Trennkraft der Einzelobservablen bezüglich der

Unterscheidung von Photon- und Protonenschauern mittels des Gütefaktors η und der Untergrundunterdrückung ρ quantifiziert. Als Basis für diese Analyse diente ein umfangreicher Datensatz an Luftschauersimulationen. Für die Einzelobservablen S_4 , n_{stations} , r_{curv} , $\chi_{\text{NKG}}^2/\text{ndf}$, RT1000 und L_{LDF} konnte eine gute Trennkraft reproduziert werden, während der Großteil der Observablen, die direkt auf der lateralen Signalverteilung beruhen, nicht auf diesem Niveau für die Trennung des Primärteilchentyps geeignet sind. In diesem Kontext wurde auch eine modifizierte Form der Observable RT1000 formuliert, die mit RT_{mod} gekennzeichnet wurde. Das Ziel der Modifizierung bestand in der Maximierung der Effizienz in der Auswertung von Photonenergebnisse bei gleichzeitiger Aufrechterhaltung der Trennkraft.

Aufbauend auf der Analyse der Einzelobservablen wurden verschiedene Kombinationen von S_4 , n_{stations} , r_{curv} , RT1000 und RT_{mod} mittels der Fisher-Analyse zu Diskriminanten zusammengeführt und erneut auf ihre Trennkraft hin untersucht. Dabei konnte bei höheren Energien eine gute Trennkraft erzielt und durch die Konstruktion von Maximalkombinationen eine verlässliche Unterscheidung auch im niedrigen Energiebereich erreicht werden. Auch in diesem Zusammenhang hat sich die Verwendung von RT_{mod} bewährt.

Anhang

A. Zusätzliche Abbildungen

A.1. Trennkraft einzelner Observablen

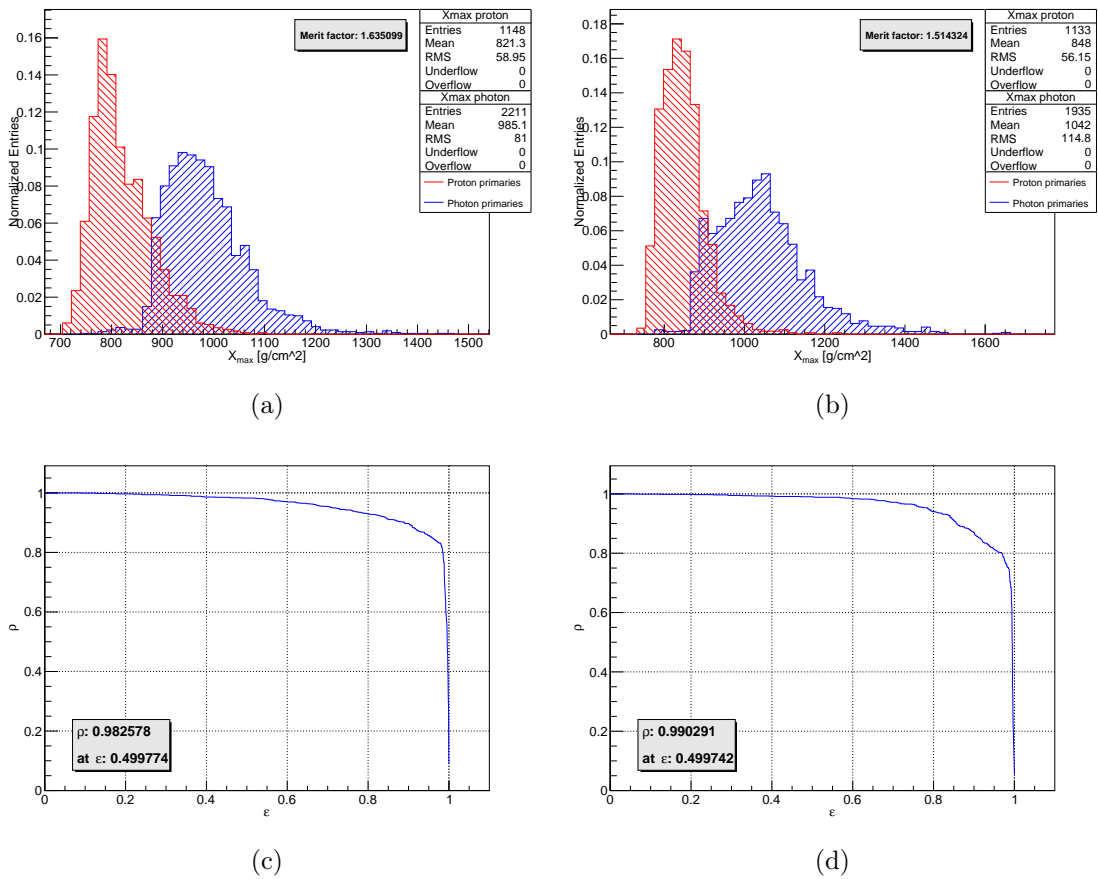
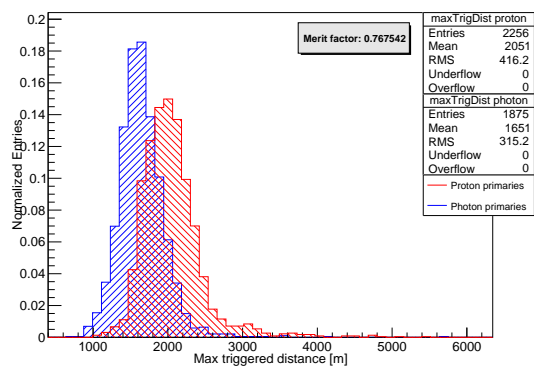
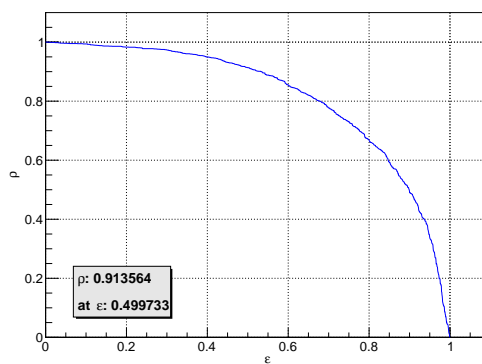


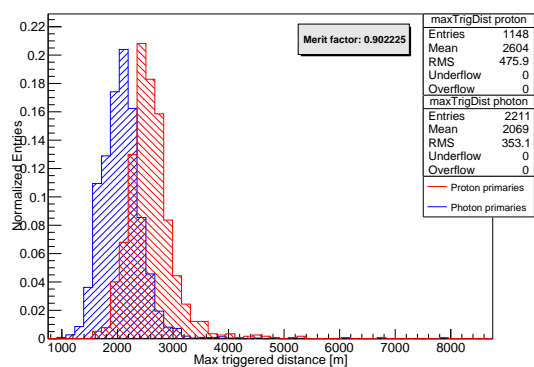
Abbildung A.1: Verteilungen und ROC-Kurve der Observable X_{\max} für die beiden Energie-Bins $E_{19,0}$ (a)/(b) und $E_{19,5}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.



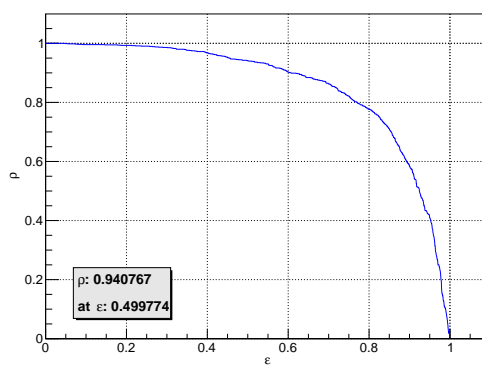
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung A.2: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen $maxTrigDist$ für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.

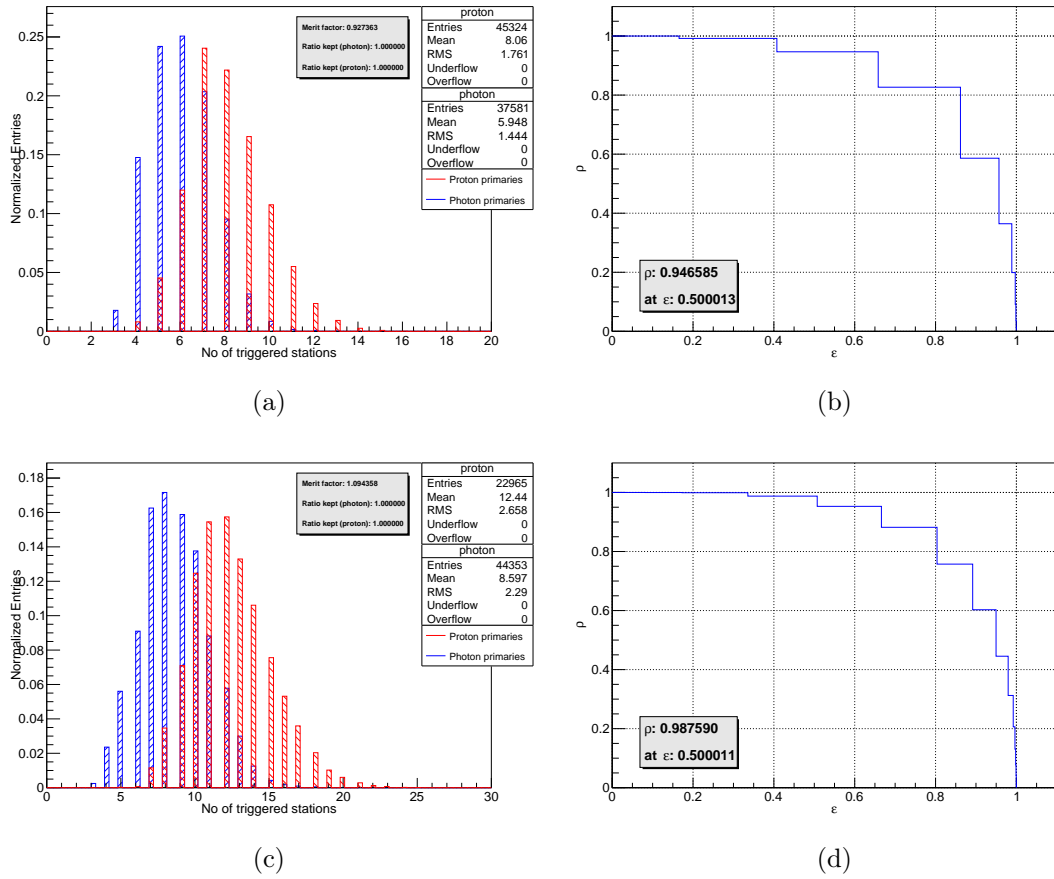
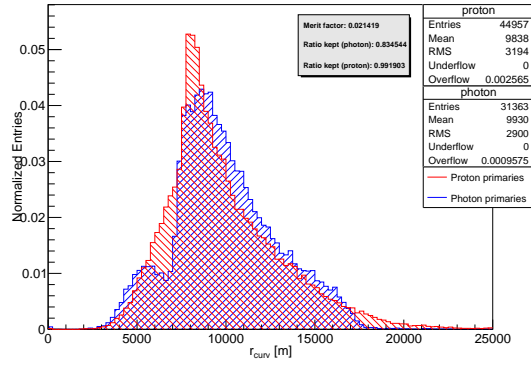
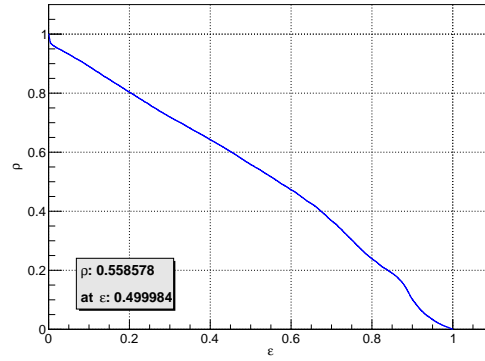


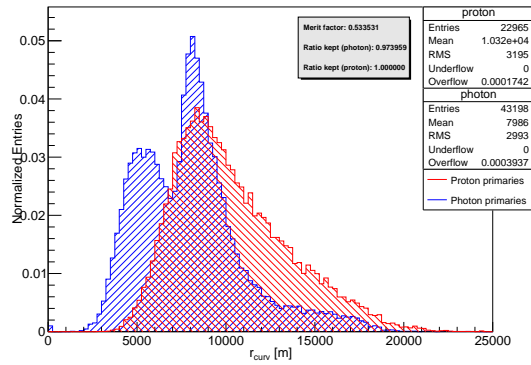
Abbildung A.3: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen n_{stations} für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



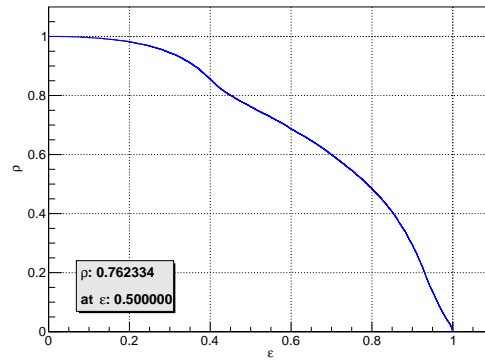
(a)



(b)

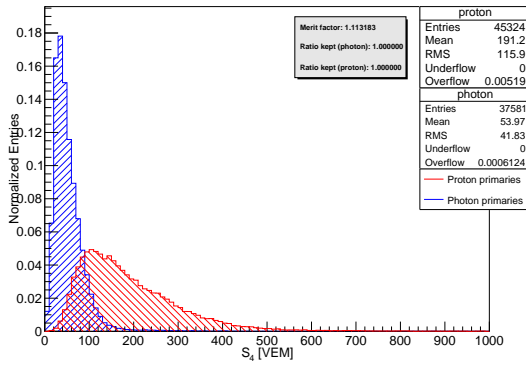


(c)

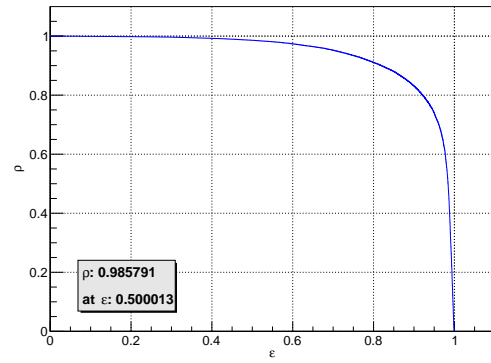


(d)

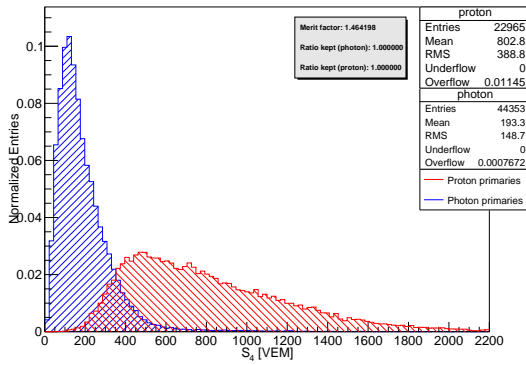
Abbildung A.4: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen r_{curv} für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



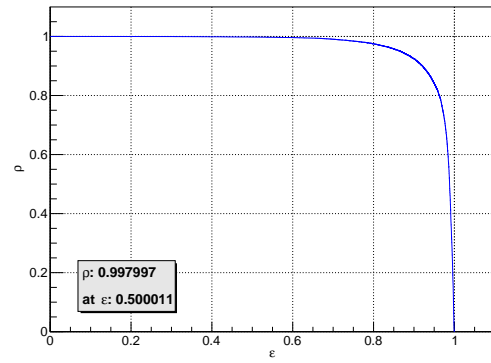
(a)



(b)

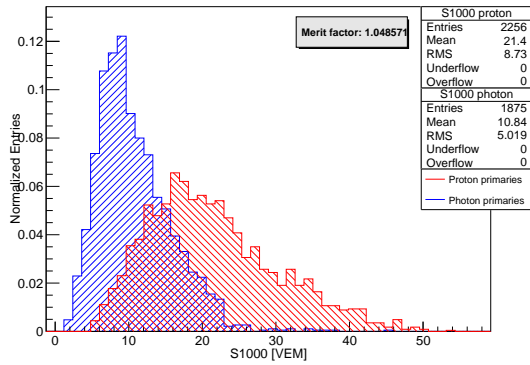


(c)

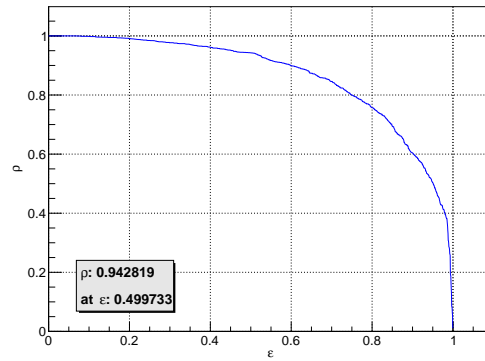


(d)

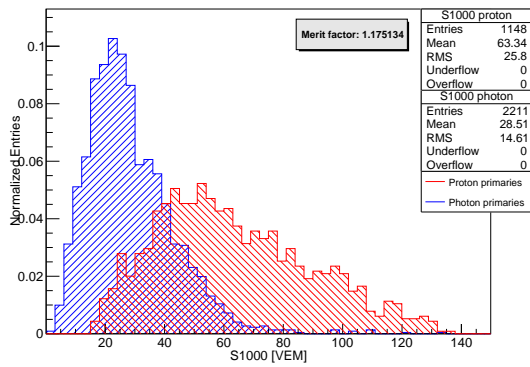
Abbildung A.5: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen S_4 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



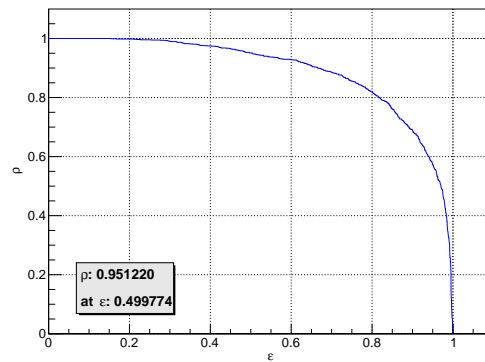
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung A.6: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen S1000 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.

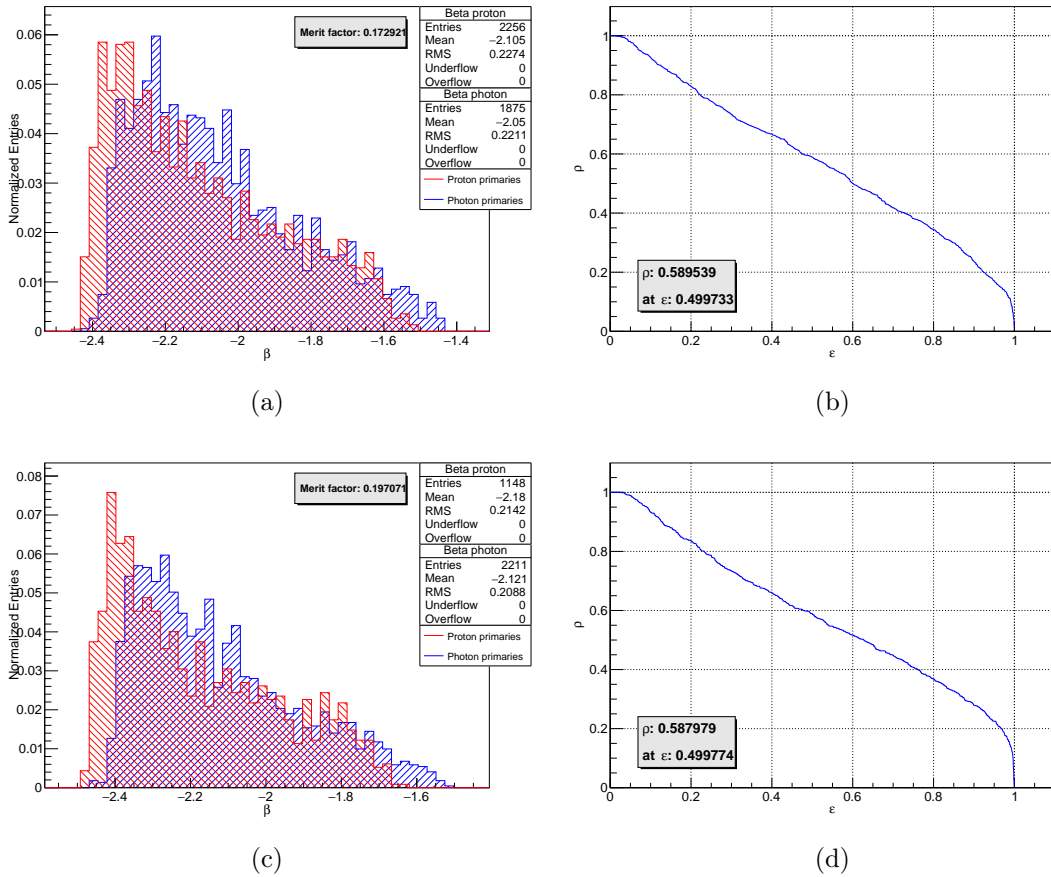


Abbildung A.7: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen β für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.

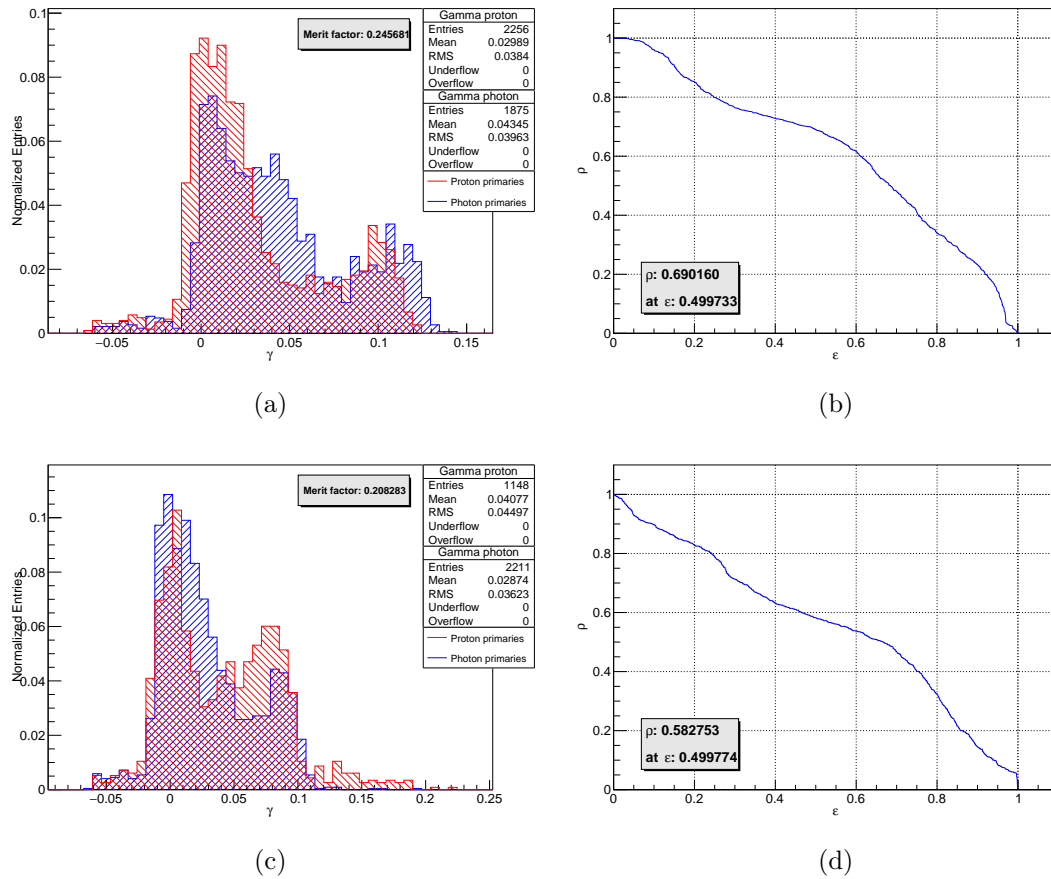


Abbildung A.8: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen γ für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.

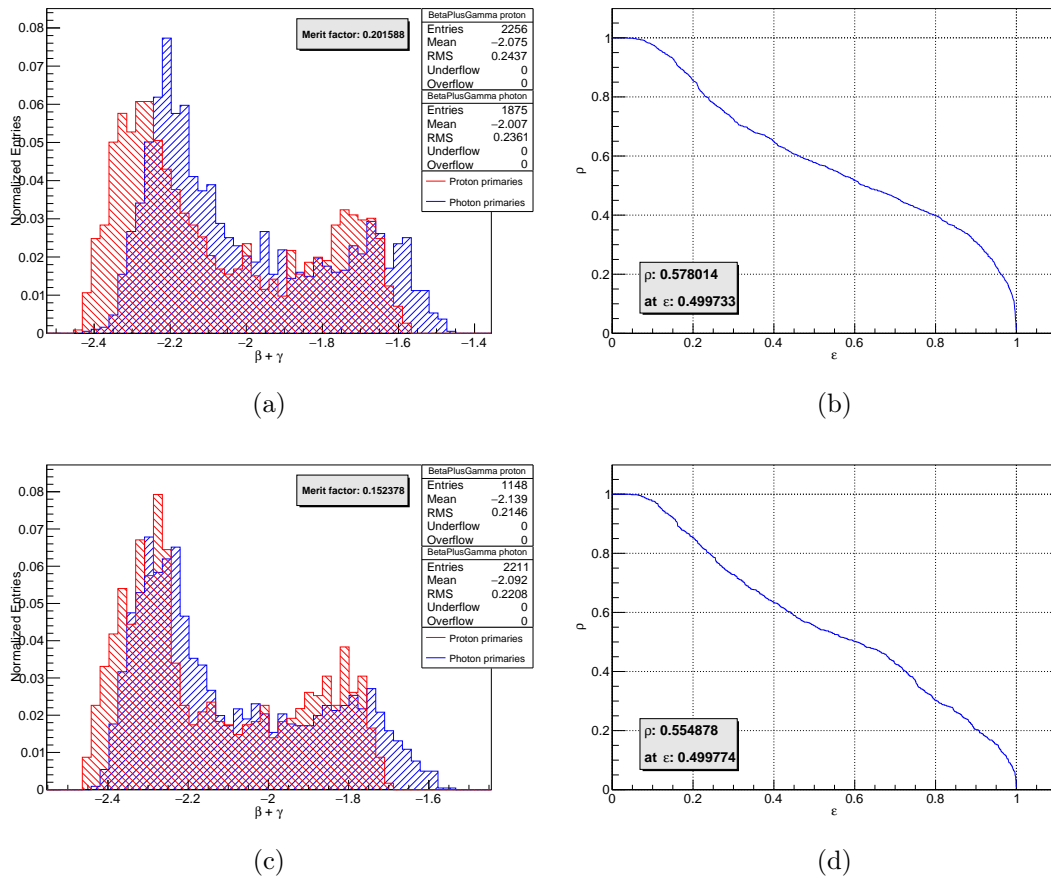
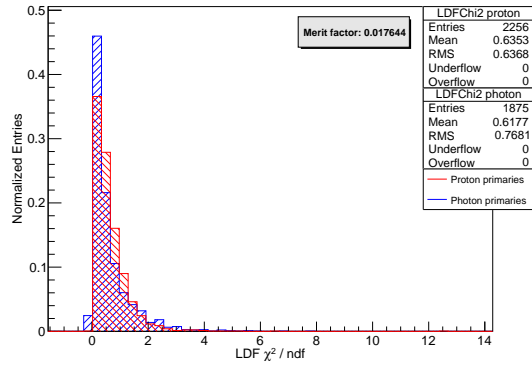
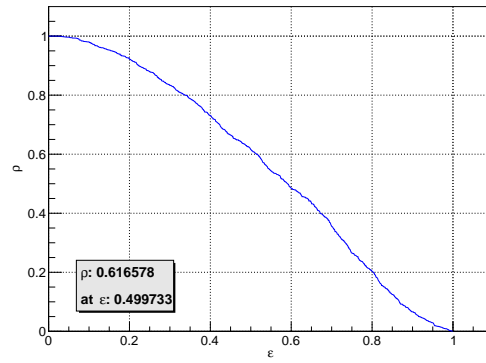


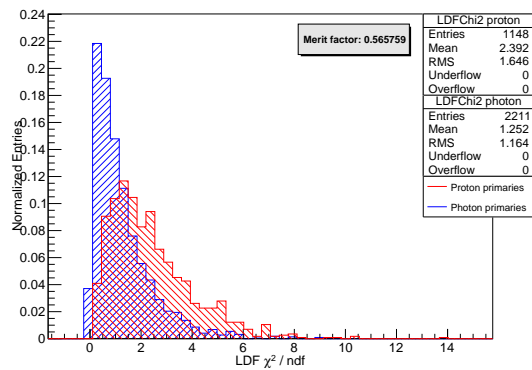
Abbildung A.9: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Summe $\beta + \gamma$ für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.



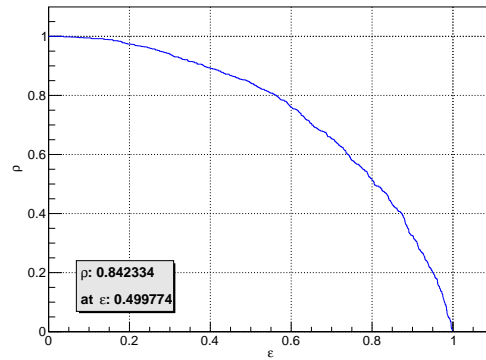
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung A.10: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen χ^2/ndf für den NKG-Fit in den Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.

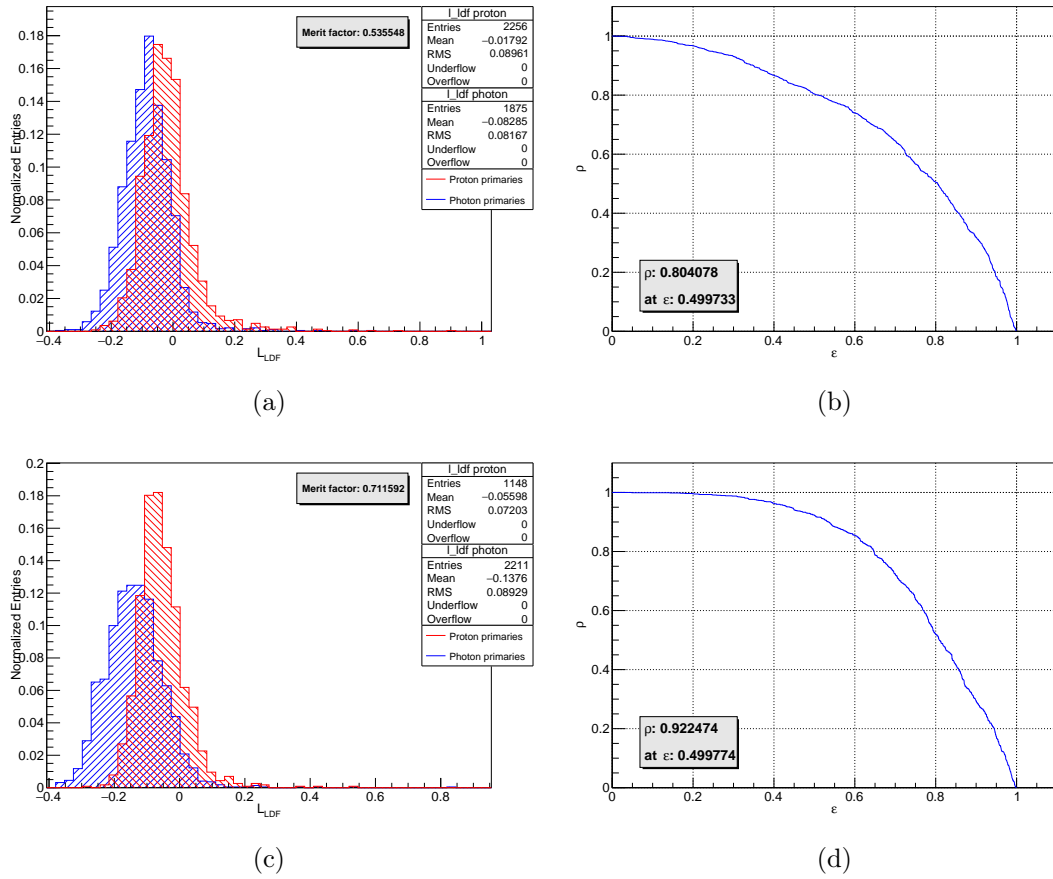
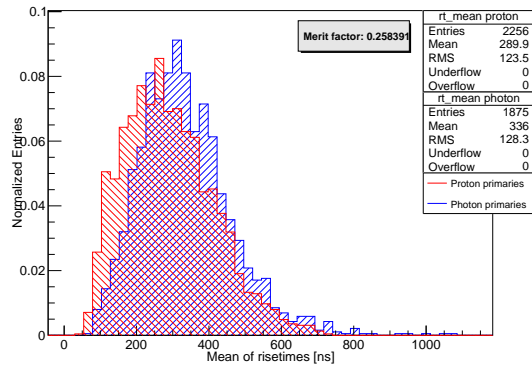
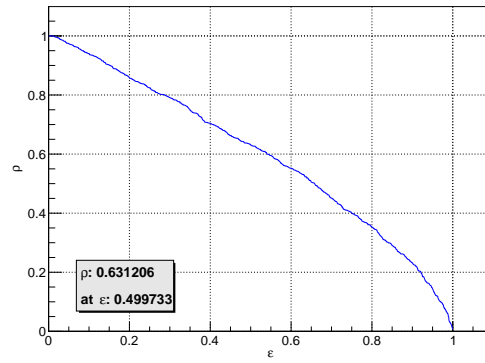


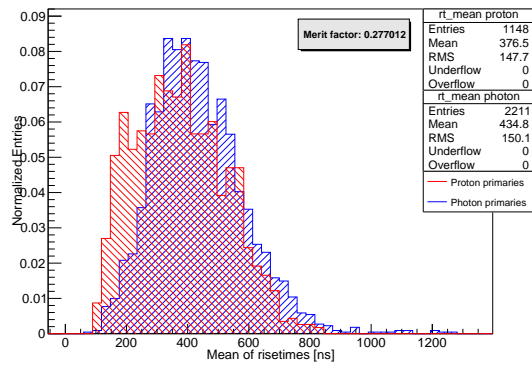
Abbildung A.11: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen L_{LDF} für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.



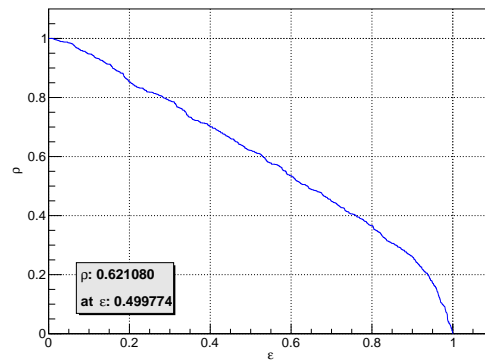
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung A.12: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen RT_{mean} für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem reduzierten Datensatz.

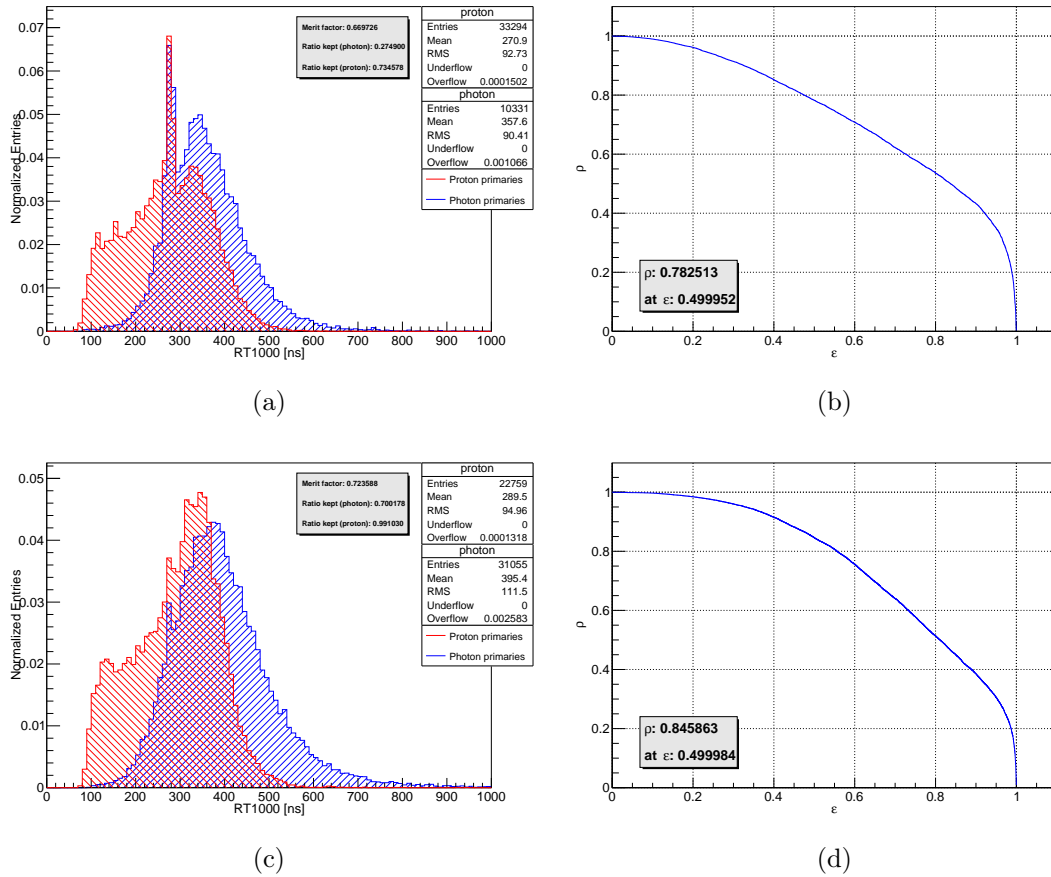
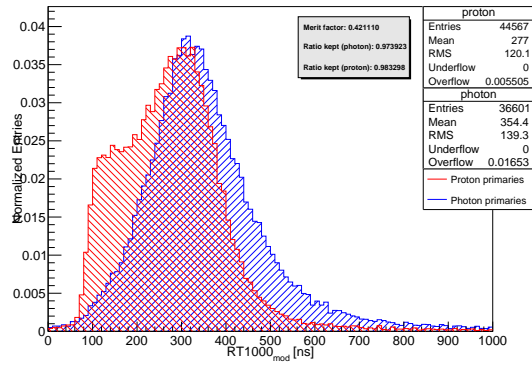
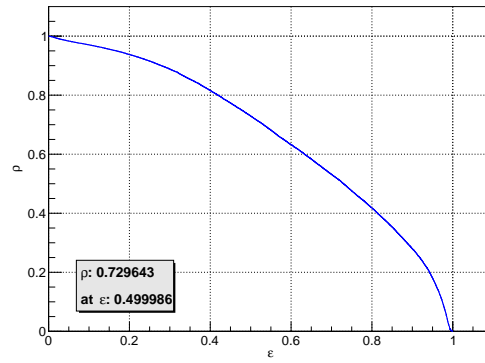


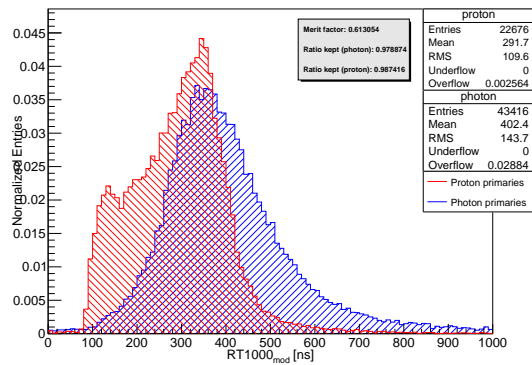
Abbildung A.13: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen RT1000 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



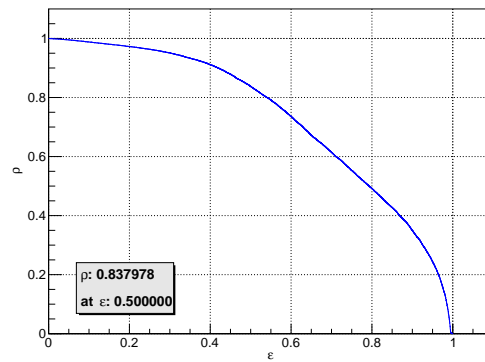
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung A.14: Verteilungen und zugehörige ROC-Kurven der Observablen RT_{mod} für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.

A.2. Kombination von Observablen

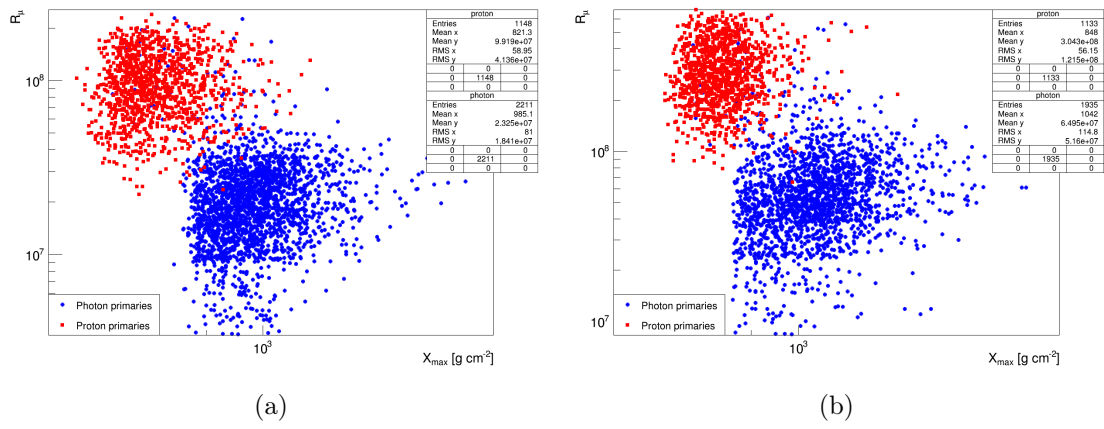
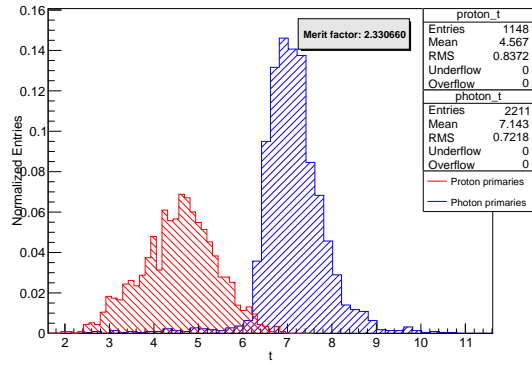
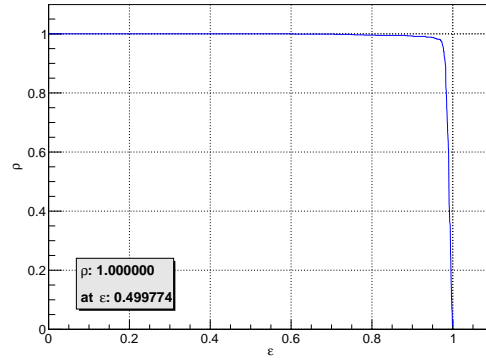


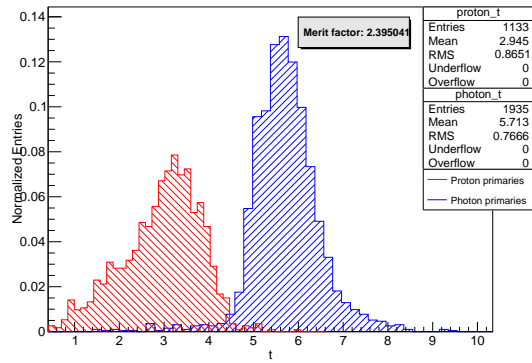
Abbildung A.15: Verteilung der Observablen X_{\max} und R_{μ} in einem Streudiagramm für die beiden Energie-Bins (a) $E_{19,0}$ und (b) $E_{19,5}$ in dem reduzierten Datensatz.



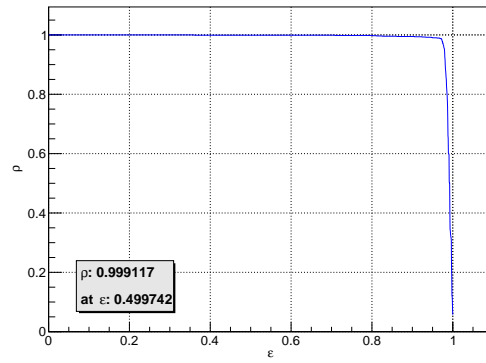
(a)



(b)

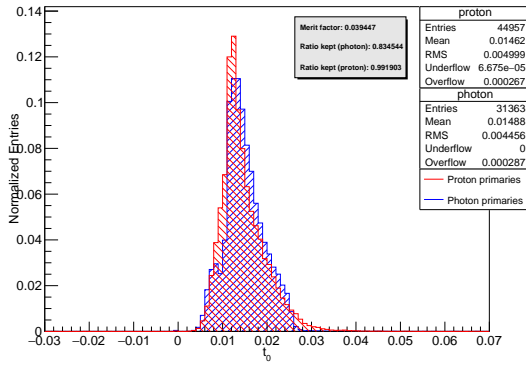


(c)

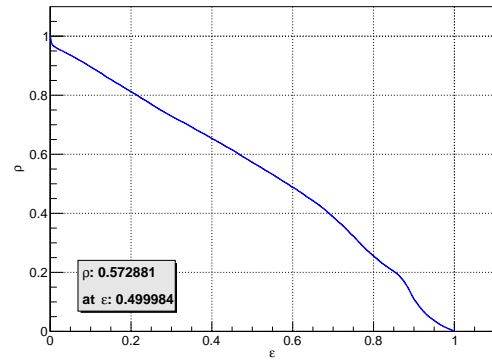


(d)

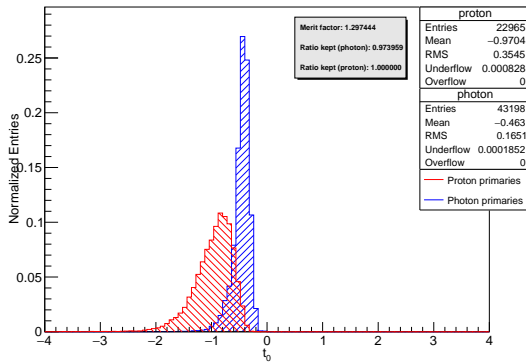
Abbildung A.16: Verteilungen und ROC-Kurven der Diskriminanten t aus der Kombination von X_{\max} und R_{μ} für die Energie-Bins $E_{19,0}$ (a)/(b) und $E_{19,5}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



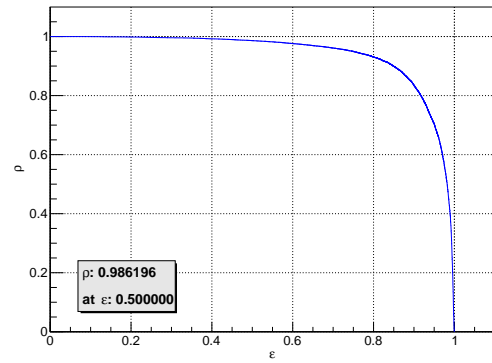
(a)



(b)

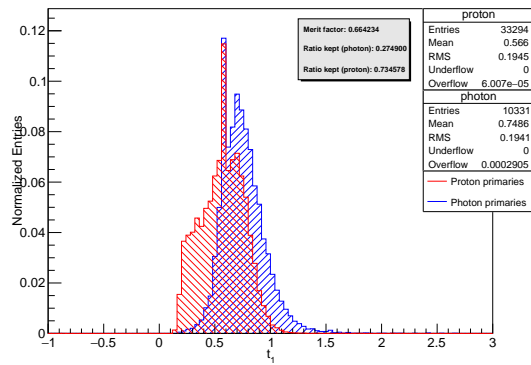


(c)

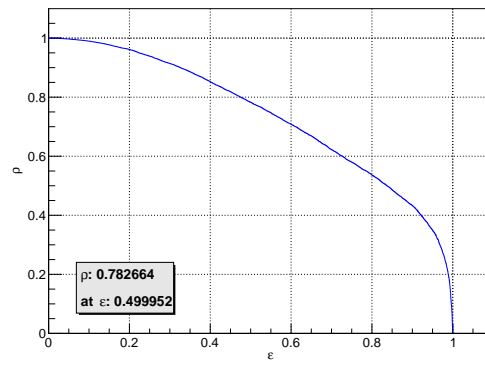


(d)

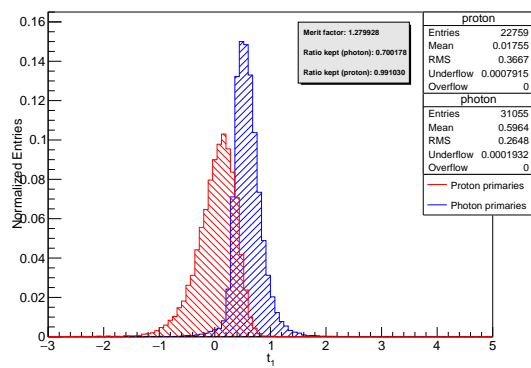
Abbildung A.17: Verteilungen und ROC-Kurven der Diskriminanten t_0 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



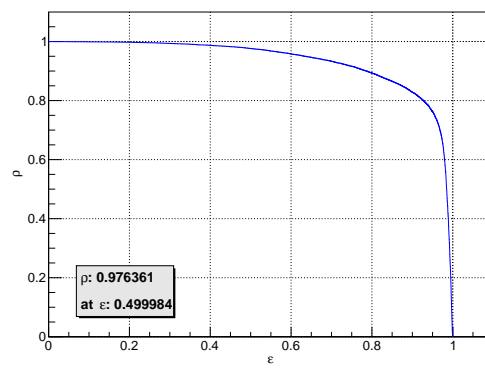
(a)



(b)

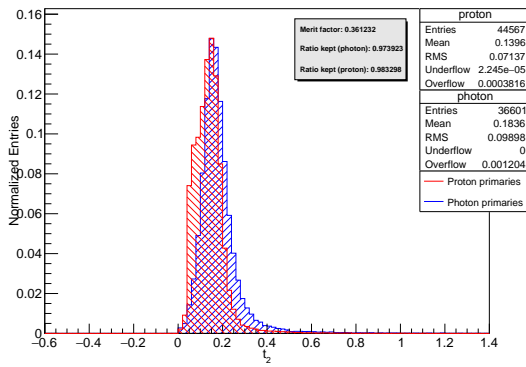


(c)

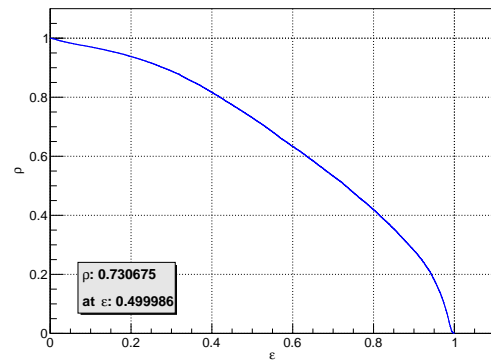


(d)

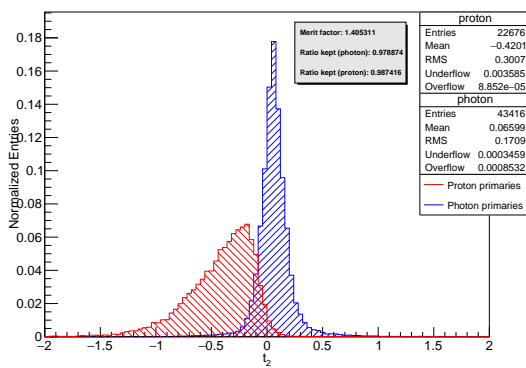
Abbildung A.18: Verteilungen und ROC-Kurven der Diskriminanten t_1 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



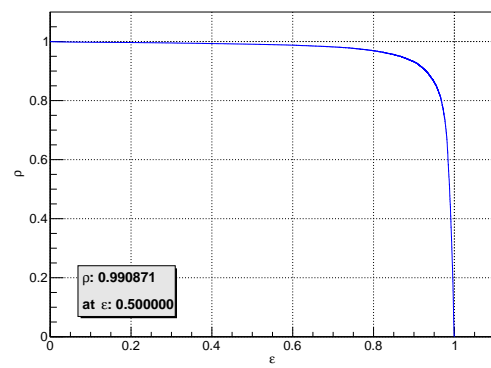
(a)



(b)

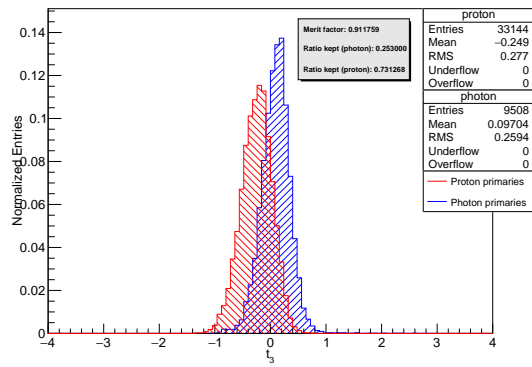


(c)

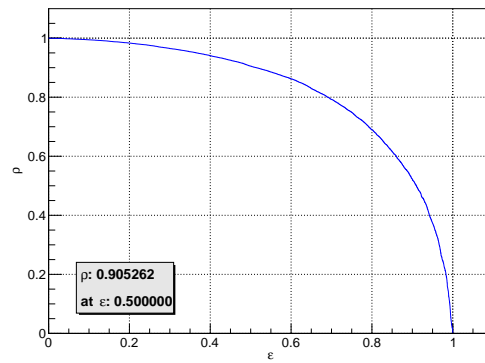


(d)

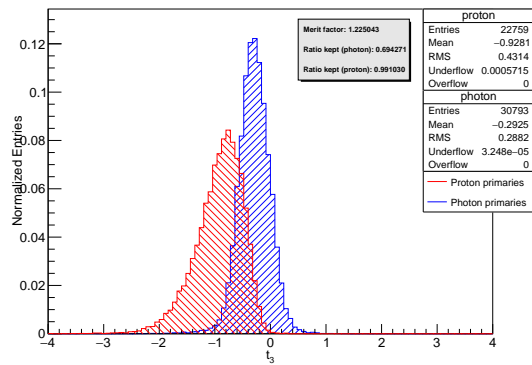
Abbildung A.19: Verteilungen und ROC-Kurven der Diskriminanten t_2 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.



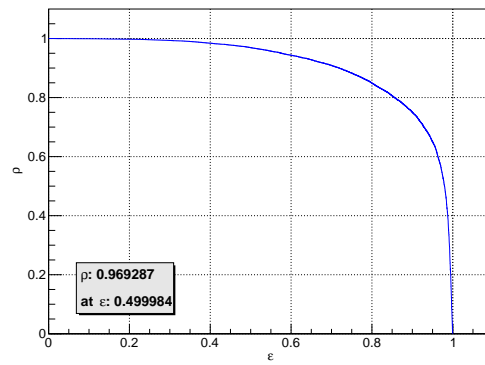
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung A.20: Verteilungen und ROC-Kurven der Diskriminanten t_3 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.

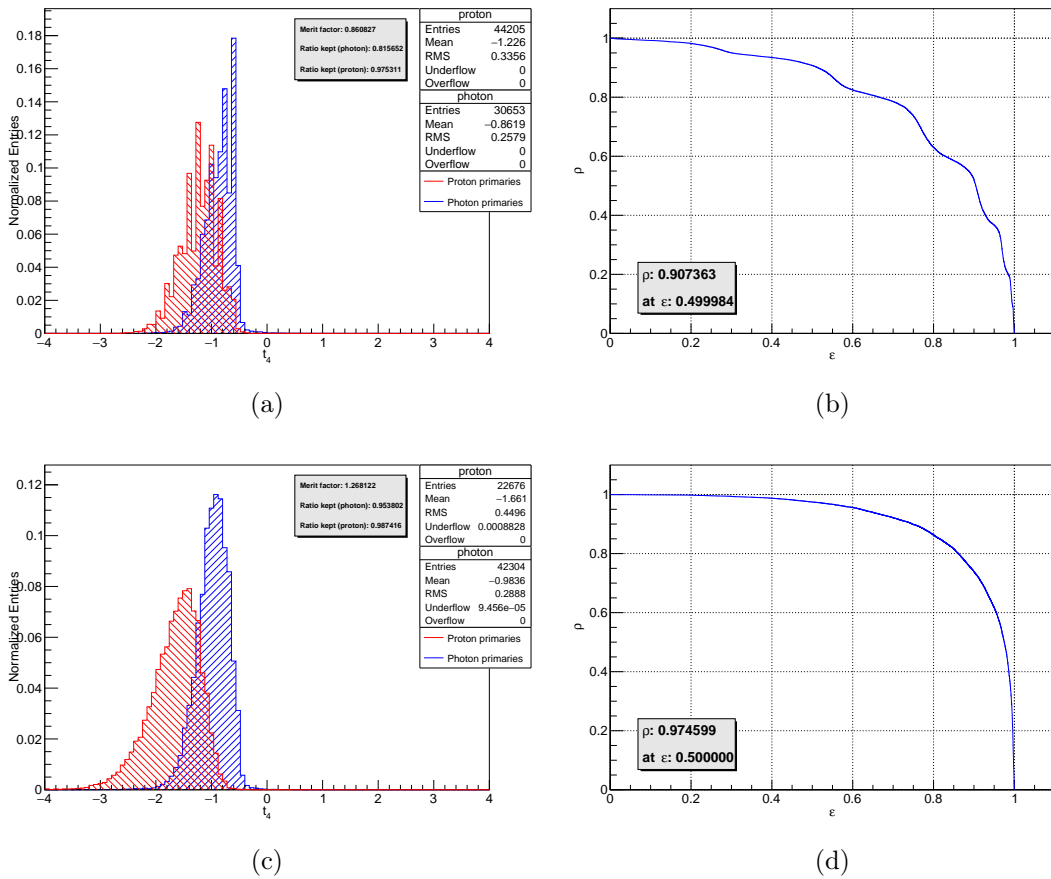


Abbildung A.21: Verteilungen und ROC-Kurven der Diskriminanten t_4 für die Energie-Bins $E_{18,5}$ (a)/(b) und $E_{19,0}$ (c)/(d) in dem vollständigen Datensatz.

B. Literatur

- [1] Victor F. Hess. „Messung der durchdringenden Strahlung bei zwei Freiballonfahrten“. In: *Aus den Sitzungsberichten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathem.-naturw. Klasse, Bd CXX, Abt. IIa* (1911).
- [2] Victor F. Hess. „Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten“. In: *Phys. Z.* 12.1084 (1912), S. 1090.
- [3] The Nobel Foundation. *Nobel Lectures, Physics 1922-1941*. 1965.
- [4] Walter Bothe und Werner Kolhörster. „Das Wesen der Höhenstrahlung“. In: *Zeitschrift für Physik* 56 (1929), S. 751–777.
- [5] Pierre Auger et. al. „Extensive Cosmic Ray Showers“. In: *Rev. Mod. Phys.* 11.288 (1939).
- [6] Philipp Papenbreer. „Search for Ultra-High-Energy Photons with the Pierre Auger Observatory“. PhD thesis. Bergische Universität Wuppertal, 2020. URL: <http://elpub.bib.uni-wuppertal.de/servlets/DocumentServlet?id=11200>.
- [7] Todor Stanev. *High Energy Cosmic Rays*. second edition. Springer-Verlag, 2010.
- [8] Kenneth Greisen. „End to the Cosmic-Ray Spectrum?“ In: *Phys. Rev. Lett.* 16 (17 1966), S. 748–750. DOI: 10.1103/PhysRevLett.16.748. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.16.748>.
- [9] G. T. Zatsepin und V. A. Kuz'min. „Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays“. In: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* 4 (1966), S. 78.
- [10] Christopher Heiter u. a. „Production and propagation of ultra-high energy photons using CRPropa 3“. In: *Astropart. Phys.* 102 (2018), S. 39–50.
- [11] Marcus Niechciol. „A New Window to the Universe? Searching for Ultra-High-Energy Photons at the Pierre Auger Observatory“. PhD thesis. Universität Siegen, 2015.
- [12] Markus Risse und Piotr Homola. „Search for Ultra-High-Energy Photons using Air-Showers“. In: *Modern Physics Letters A* 22.11 (2007), S. 749–766.
- [13] Enrico Fermi. „On the Origin of the Cosmic Radiation“. In: *Phys. Rev.* 75 (1949), S. 1169.
- [14] Homi J. Bhabha und Walter Heitler. „The Passage of Fast Electrons and the Theory of Cosmic Showers“. In: *Proceedings of the Royal Society of London A* 159 (1937), S. 432–458.
- [15] J. Matthews. „A Heitler model of extensive air showers“. In: *Astroparticle Physics* 22 (2005), S. 387–397.
- [16] Lev Davidovich Landau und Isaak J. Pomeranchuk. „The limits of applicability of the theory of Bremsstrahlung by electrons and of the creation of pairs at large energies“. In: *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 92 (1953), S. 535.
- [17] Pavel A. Čerenkov. „Vidimoe svechenie chistyh zhidkostej pod dejstviem γ -radiacii“. In: *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 2 (1934), S. 451–454.

- [18] Ilya Frank und Igor Tamm. „Coherent visible radiation from fast electrons passing through matter“. In: *C. R. Acad. Sci. USSR* 14 (1937), S. 109–114.
- [19] The Pierre Auger Collaboration. „The Pierre Auger Cosmic Ray Observatory“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 798 (2015), S. 172–213.
- [20] OpenStreetMap Mitwirkende. *OpenStreetMap*. 2021. URL: <https://www.openstreetmap.org>.
- [21] Darko Veberič. *Maps of the Pierre Auger Observatory*. 2013. URL: <https://web.ikp.kit.edu/darko/auger/auger-array/>.
- [22] A. Aab u. a. „A Search for Point Sources of EeV Photons“. In: *The Astrophysical Journal* 789.2 (2014), S. 160. DOI: 10.1088/0004-637x/789/2/160. URL: <https://doi.org/10.1088/0004-637x/789/2/160>.
- [23] D. Heck u. a. „CORSIKA: a Monte Carlo code to simulate extensive air showers“. In: *Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6019* (1998).
- [24] Klaus Werner, Fu-Ming Liu und Tanguy Pierog. „Parton ladder splitting and the rapidity dependence of transverse momentum spectra in deuteron-gold collisions at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider“. In: *Phys. Rev. C* 74 (2006), S. 044902.
- [25] Stefano Argiró u. a. „The offline software framework of the Pierre Auger Observatory“. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 580 (2007), S. 1485–1496.
- [26] Karl-Heinz-Kampert und Michael Unger. „Measurements of the cosmic ray composition with air shower experiments“. In: *Astroparticle Physics* 35.10 (2012), S. 660–678.
- [27] A. Aab u. a. „A targeted search for point sources of EeV photons with the Pierre Auger Observatory“. In: *Astrophys. J.* 837.2 (2017), S. L25.
- [28] G. Ros u. a. „A new composition-sensitive parameter for ultra-high energy cosmic rays“. In: *Astroparticle Physics* 35.3 (2011), S. 140–151.
- [29] Koichi Kamata und Jun Nishimura. „The Lateral and the Angular Structure Functions of Electron Showers“. In: *Progress of Theoretical Physics Supplement* 6 (1958), S. 93–155.
- [30] K. Greisen. „Cosmic Ray Showers“. In: *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 10 (1960), S. 63–108.
- [31] The Pierre Auger Collaboration. „Updates on the neutrino and photon limits from the Pierre Auger Observatory“. In: *Proc. of 34rd ICRC, The Hague, The Netherlands ICRC2015* (2016), S. 1103.
- [32] Karl Pearson. „Mathematical Contributions to the Theory of Evolution. III. Regression, Heredity, and Panmixia“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A* 187 (1986), S. 253–318.
- [33] Ronald A. Fisher. „The use of multiple measurements in taxonomic problems“. In: *Annals of Eugenics* 7 (1936), S. 179–188.

- [34] Antoine Letessier-Selvon und Todor Stanev. „Ultrahigh energy cosmic rays“. In: *Rev. Mod. Phys.* 83 (3 2011), S. 907–942. DOI: 10.1103/RevModPhys.83.907. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.907>.

C. Danksagung

Mein Dank gilt einer Reihe von Menschen, die das Erstellen dieser Arbeit möglich gemacht und unterstützt haben. Dazu gehören zuerst Prof. Dr. Markus Risse, der es mir ermöglicht hat die Arbeit zu diesem Thema im Rahmen der Arbeitsgruppe für Experimentelle Astroteilchenphysik zu schreiben, sowie Dr. Marcus Niechciol, der mir in der ungewöhnlichen Zeit von Home-Office und Distanzlernen mit Rat und Tat zur Seite stand und mit unseren regelmäßigen Besprechungen und zahlreichen E-Mails den stetigen Fortschritt meiner Arbeit unterstützt hat.

Weiterhin möchte ich mich bei den Personen bedanken, die durch ihre gründliche Kontrolle des Textes einiges zur Qualität dieser Arbeit beigetragen oder mich anderweitig in der zeitweise doch recht stressigen Schreibphase unterstützt und entspannt haben.

D. Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Bachelor-Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate und Ergebnisse Anderer kenntlich gemacht habe. Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Ort, Datum

Unterschrift