

# Untersuchungen verschiedener Detektorgeometrien einer Cherenkov-basierten Comptonkamera

BACHELORARBEIT  
ZUR ERLANGUNG DES AKADEMISCHEN GRADES  
BACHELOR OF SCIENCE  
(B.Sc.)

der UNIVERSITÄT SIEGEN



DEPARTMENT PHYSIK

vorgelegt von  
Sophia Denker

Siegen, März 2021



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Wechselwirkungen von Elektronen und Photonen in Materie . . . . .	2
2.1.1	Photonen in Materie . . . . .	2
2.1.2	Elektronen in Materie . . . . .	4
2.2	Die Comptonkamera . . . . .	6
2.2.1	Anwendung und Aufbau . . . . .	6
2.2.2	Die Cherenkov-basierte Comptonkamera . . . . .	7
2.3	Das Programm GEANT4 . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Anpassung der vorhandenen Simulation</b>	<b>9</b>
3.1	Optische Eigenschaften . . . . .	10
3.1.1	Korrektur der Simulation (1) . . . . .	10
3.1.2	Brechungsindex . . . . .	11
3.1.3	Backpainted PMMA . . . . .	12
3.2	Die Quelle . . . . .	12
3.2.1	Verschiedene Startimpulse . . . . .	12
3.2.2	Ausgedehnte Quelle . . . . .	13
3.3	Zusammenfassung . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Neue Geometrien</b>	<b>16</b>
4.1	Änderungen am PMMA . . . . .	16
4.1.1	Verschiedene PMMA-Größen in x-y-Richtung . . . . .	16
4.1.2	Verschiedene PMMA-Dicken . . . . .	18
4.2	Änderungen an den SiPM-Arrays . . . . .	18
4.2.1	Größere SiPM-Arrays . . . . .	18
4.2.2	SiPM-Arrays an den Seiten . . . . .	21
4.2.3	Zusammenfassung . . . . .	29
4.3	Vergleich der beiden neuen Geometrien . . . . .	31
4.3.1	Dark count . . . . .	31
4.3.2	Effizienz vs Energie . . . . .	33
4.3.3	Verschiedene Definitionen der Effizienz . . . . .	35
4.3.4	Compton vs Cherenkov . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Prozesse im Detektor</b>	<b>39</b>
5.1	Korrektur der Simulation (2) . . . . .	39
5.2	Comptoneffekt im PMMA . . . . .	40
5.2.1	Photoeffekt . . . . .	43
5.2.2	Bremsstrahlung . . . . .	46
5.2.3	Paarbildung . . . . .	49
5.2.4	Zusammenfassung . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>51</b>



# 1 Einleitung

In dieser Arbeit werden verschiedene Detektorgeometrien der Comptonkamera untersucht. Eine Comptonkamera ist ein Detektor, welcher mithilfe eines bildgebenden Verfahrens zur Überwachung unter anderem in der Protonentherapie angewendet werden soll. Zur Untersuchung der Geometrien wird das Simulationsprogramm GEANT4 genutzt. Ein mögliches Setup der Comptonkamera ist bereits implementiert. Im Folgenden werden daran Änderungen vorgenommen und so ein optimaler Aufbau gesucht.

Die Arbeit gliedert sich neben dieser Einleitung und dem abschließenden Fazit in vier weitere Kapitel. Im ersten Teil werden die notwendigen physikalischen Grundlagen gegeben und es gibt einen Überblick auf den experimentellen Aufbau, welcher zugleich der Ausgangspunkt dieser Arbeit ist. In nächsten Teil wird die weitere Anpassung der Simulation an den experimentellen Aufbau beschrieben und es werden einige Erweiterungen der Simulation eingeführt. Kapitel 4 beschäftigt sich mit neuen Detektorgeometrien. Hierbei werden zunächst die beiden Hauptbauteile der Comptonkamera auf verschiedene Weisen vergrößert, danach wird ein erweiterter Aufbau eingeführt. Im Anschluss daran werden zwei repräsentative Setups anhand einiger Simulationen miteinander verglichen. Das letzte Kapitel beschäftigt sich schließlich mit den Effekten, die im Detektor auftreten können.

Die Simulation ermöglicht es, schnelle Änderungen an den Aufbauten vorzunehmen. Unter dem Aspekt, dass die Simulation zunächst möglichst genau an den experimentellen Aufbau angepasst wurde, können viele neue Setups erstellt werden, welche einer experimentellen Umsetzung ebenfalls sehr nahe kämen. Somit ist es möglich das Setup der Comptonkamera zu optimieren und ihre Effizienz zu maximieren.

## 2 Physikalische Grundlagen

In diesem Abschnitt werden zunächst die physikalischen Grundlagen, die zum Verständnis der Comptonkamera notwendig sind, erläutert. Des Weiteren wird auf deren Funktionsweise und das zur Simulation genutzte Programm GEANT4 eingegangen.

### 2.1 Wechselwirkungen von Elektronen und Photonen in Materie

Es wird unterschieden zwischen den Wechselwirkungen geladener Teilchen mit Materie und denen von Gammastrahlung mit Materie. Hier ist zu beachten, dass die Begriffe Gamma und Photon im Folgenden als Synonym verwendet werden. Generell bezeichnet man höherenergetische (mehrere keV) Photonen als Gammateilchen.

#### 2.1.1 Photonen in Materie

Die drei wichtigsten Wechselwirkungen von Gammastrahlung mit Materie sind der Comptoneffekt, der Photoeffekt und die Paarbildung. Die Wirkungsquerschnitte der jeweiligen Effekte hängen sowohl von der Kernladungszahl  $Z$  des Absorbers, als auch von der Energie  $E$  des einlaufenden Gammas ab. Abb. 2.1 zeigt, welche Effekte für welche Energien in Abhängigkeit der Kernladungszahl dominieren.

Im Folgenden werden die drei Effekte, insbesondere der Comptoneffekt genauer erläutert.

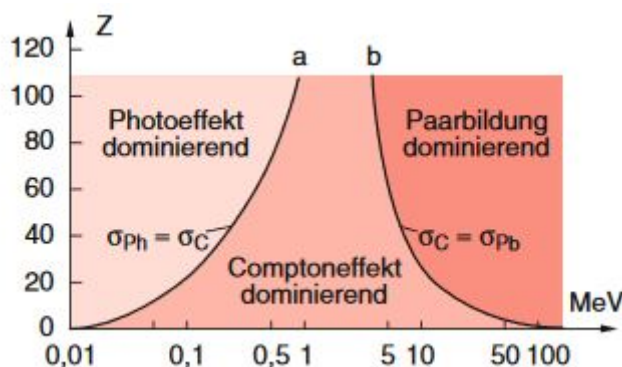


Abbildung 2.1: Paarbildung, Compton- und Photoeffekt in Abhängigkeit der Energie des einlaufenden Gammas und der Kernladungszahl des Absorbers: Für geringe Energien dominiert der Photoeffekt, für hohe Energien die Paarbildung. Die drei Bereiche werden durch die Linien getrennt, auf denen die Wirkungsquerschnitte der beiden jeweils angrenzenden Effekte gleich sind. Die entsprechenden Wirkungsquerschnitte für Comptoneffekt, Paarbildung und Photoeffekt sind mit  $\sigma_C$ ,  $\sigma_{pb}$  und  $\sigma_{ph}$  bezeichnet.[1]

## Comptoneffekt

Den Comptoneffekt kann man als elastischen Stoß zwischen einem Photon und einem schwach gebundenen Elektron betrachten. Das einlaufende Gamma der Energie  $E_\gamma$  stößt mit einem quasifreien Elektron und verlässt dieses unter einem Winkel  $\varphi$  zur ursprünglichen Flugbahn mit geringerer Energie und somit größerer Wellenlänge als zuvor. Eine schematische Darstellung des Comptoneffekts ist in Abb. 2.2 zu sehen. Durch den Stoß erhält das Elektron ebenfalls einen Impuls und bewegt sich nun auf einer Bahn unter dem Winkel  $\vartheta$  zur vorherigen Flugbahn des Gammas.

Die Energie  $E'_\gamma$  des Gammas nach dem Comptoneffekt ist gegeben durch [2]

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0c^2}(1 - \cos(\varphi))} \quad (2.1)$$

und die kinetische Energie  $E_{e,\text{kin}}$  des Elektrons durch

$$E_{e,\text{kin}} = E_\gamma - E'_\gamma - E_b, \quad (2.2)$$

mit der Bindungsenergie  $E_b$ . Der Streuwinkel  $\theta$  des Elektrons lässt sich durch

$$\cos(\theta) = \frac{1 + \epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + 2\epsilon \cdot E_\gamma(E_\gamma - E'_\gamma)}} \quad (2.3)$$

berechnen, wobei  $\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$  der Quotient aus der Energie des Gammas und der Ruheenergie des Elektrons ist.[3] Die Änderung der Wellenlänge  $\lambda$  in Abhängigkeit des Streuwinkels  $\varphi$  ist durch die folgende Formel gegeben:

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2(\varphi/2). \quad (2.4)$$

Hier ist  $\lambda_c = \frac{h}{m_0c}$  die Comptonwellenlänge mit dem Planck'schen Wirkungsquantum  $h$ .

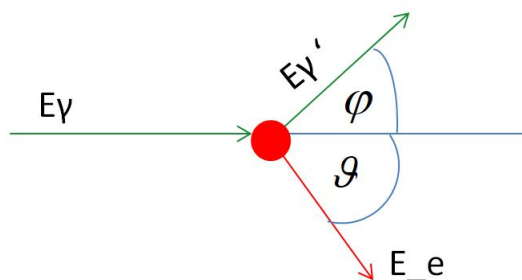


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des Comptoneffekts: Das Gamma (grün) trifft auf das Elektron (rot) und läuft mit der Energie  $E'_\gamma$  unter dem Winkel  $\varphi$  weiter. Das ruhende Elektron erhält einen Impuls und läuft mit kinetischer Energie  $E_{e,\text{kin}}$  in Richtung des Winkels  $\vartheta$ .

## Photoeffekt

Trifft ein Photon der Energie  $E = h\nu$  auf ein Atom, so kann es von diesem unter Ausendung eines Elektrons, das mit Bindungsenergie  $E_b$  im Atom gebunden ist, absorbiert werden, sofern die Energie des Photons groß genug ist, die Bindungsenergie des Elektrons zu überwinden. Da das Photon absorbiert wird, muss aufgrund von Energie- und Impulserhaltung der Rückstoßimpuls vom Atom aufgenommen werden. Somit ist der Photoeffekt nur an gebundenen Elektronen möglich, nicht aber an freien. Das Elektron hat anschließend die Energie [1]

$$E_{\text{kin}} = h\nu - E_b. \quad (2.5)$$

## Paarbildung

Ist die Energie des Gammas größer als die zweifache Ruheenergie eines Elektrons, so kann das Gamma im Coulombfeld eines Atomkerns ein Elektron-Positron-Paar erzeugen. Diesen Effekt nennt man Paarbildung. Auch hier wird der Rückstoßimpuls wieder vom Atomkern aufgenommen und Elektron und Positron werden, betrachtet im Ruhesystem der beiden Teilchen, in entgegengesetzte Richtungen ausgesandt.[1]

### 2.1.2 Elektronen in Materie

Geladene Teilchen können auf verschiedene Weisen mit Materie wechselwirken. Für die Comptonkamera spielt der Cherenkov-Effekt eine wichtige Rolle, aber auch Bremsstrahlung wird hier kurz beschrieben.

## Cherenkov-Effekt

Durchläuft ein geladenes Teilchen ein Medium mit Brechungsindex  $n$  mit einer Geschwindigkeit  $v$ , die größer ist als die Phasengeschwindigkeit  $c_n = \frac{c}{n}$  des Lichts, tritt der Cherenkov-Effekt auf. Hierbei werden die Atome des Mediums durch das Coulombfeld des geladenen Teilchens polarisiert und es entsteht ein elektromagnetischer Impuls.

Während es sich bei einer Teilchengeschwindigkeit kleiner als die Phasengeschwindigkeit des Lichtes um eine symmetrische Polarisation handelt, ist die Polarisation für  $v > c_n$  asymmetrisch. Durch die Polarisation werden elektromagnetische Wellen abgestrahlt, während das Teilchen schon die nächsten Atome polarisiert und es auch hier wieder zur Abstrahlung elektromagnetischer Wellen kommt.

Bei symmetrischer Polarisation heben sich die Wellen gegenseitig auf und es entsteht keine Cherenkov-Strahlung. Ist die Polarisation hingegen asymmetrisch, so überlagern sich die Elementarwellen konstruktiv zu einer Wellenfront. Von dieser wird die Cherenkov-Strahlung emittiert. Dies ist in Abb. 2.3 graphisch dargestellt.



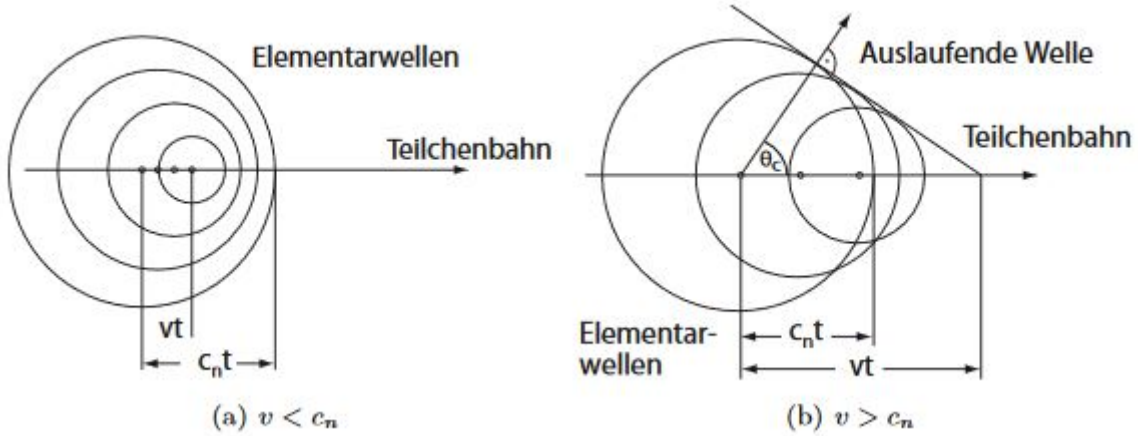


Abbildung 2.3: Graphische Darstellung der Entstehung der Cherenkov-Strahlung: Das geladene Teilchen bewegt sich mit Geschwindigkeit  $v$  durch das Medium. An jedem Punkt der Flugbahn werden Elementarwellen ausgesandt. Gilt  $v < c_n$ , überlagern sich die Wellen nicht (a), für  $v > c_n$  interferieren die Wellen konstruktiv und es entsteht die Cherenkov-Strahlung unter dem Winkel  $\Theta_C$  zur Flugbahn des Teilchens (b). [3]

Betrachtet man die Flugbahnen der Cherenkov-Photonen, erkennt man, dass diese einen Kegel mit dem Öffnungswinkel  $\Theta_C$  bilden. Diesen kann man aus geometrischen Betrachtungen der Abb. 2.3 berechnen. Man erhält

$$\cos(\Theta_C) = \frac{c_n \cdot t}{v \cdot t} = \frac{1}{\beta \cdot n}, \quad (2.6)$$

wobei  $\beta = \frac{v}{c}$ . Die Projektion eines Kegelmantels auf eine Ebene senkrecht zur Flugbahn nennt man Cherenkov-Ring.

Die Anzahl  $N$  der produzierten Cherenkov-Photonen pro Strecken- und Wellenlängenintervall lässt sich mit der Frank-Tamm-Formel berechnen [3]:

$$\frac{d^2 N}{dx d\lambda} = \frac{2\pi Z^2 \alpha}{\lambda^2} \sin^2(\Theta_C(\lambda)). \quad (2.7)$$

Hier ist  $\lambda$  die Wellenlänge des abgestrahlten Cherenkov-Lichtes,  $Z$  die Ladungszahl des Teilchens und somit gleich eins für Elektronen,  $\alpha$  die Feinstrukturkonstante und  $\sin^2(\Theta_C(\lambda)) = \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)}\right)$ . Es herrscht demnach die folgende Proportionalität:

$$\frac{dN}{d\lambda} \sim \frac{1}{\lambda^2}. \quad (2.8)$$

Somit werden die meisten Photonen im Bereich kleiner Wellenlängen emittiert. Betrachtet man den Term  $\sin^2(\Theta_C(\lambda))$  genauer, stellt man fest, dass dieser mit  $\beta$  und demnach mit der Geschwindigkeit der Elektronen  $v$  sinkt oder steigt. Da Elektronen in Materie

Energie verlieren, verringert sich ebenso deren Geschwindigkeit und somit werden der Term  $\sin^2(\Theta_C(\lambda))$  sowie  $\Theta_C$  selbst kleiner. Folglich sinkt sowohl die Anzahl der emittierten Cherenkov-Photonen als auch die Größe des Öffnungswinkels des Cherenkov-Kegels je weiter sich die Elektronen in Materie bewegt haben.

## Bremsstrahlung

Ein weiterer Effekt, der im Detektor eine Rolle spielt, ist Bremsstrahlung. Durch Impulsänderung eines geladenen Teilchens, also durch Abbremsung oder Richtungsänderung, wird elektromagnetische Strahlung emittiert, die Bremsstrahlung. Im Falle von geladenen Teilchen in Materie kann eine Richtungsänderung durch die Ablenkung im Coulombfeld der Atomkerne hervorgerufen werden.

## 2.2 Die Comptonkamera

### 2.2.1 Anwendung und Aufbau

In der Behandlung von Tumoren ist unter anderem die Bestrahlung mit Protonen sehr vielversprechend. Im Gegensatz zu Photonen, welche ihre Energie nicht nur im Tumor deponieren, sondern auch im umliegenden gesunden Gewebe, geben geladene Teilchen die maximale Energie an einer bestimmten Stelle ab. Dieser Bereich kann gezielt gesteuert werden. Zur Überwachung der Bestrahlung kommt die Comptonkamera zum Einsatz. Mithilfe dieses bildgebenden Verfahrens kann die Gammastrahlung, die durch die Behandlung vom Körper emittiert wird, detektiert und ihr Ursprungsort bestimmt werden. Somit kann der Verlauf des Protonenstrahls nachvollzogen werden und es wird sicher gestellt, dass die Energie an der richtigen Stelle deponiert wird. [4]

Im Allgemeinen besteht der Detektor aus zwei Schichten, einem Absorber und einem Radiator. Mit einer Wahrscheinlichkeit  $p$ , welche von der Energie und dem Startimpuls eines einlaufenden Gammas, sowie von der Dicke des Radiators abhängt, wird dieses dort Comptongestreut. Während die Energie des Comptonelektrons vom Radiator absorbiert wird, wird das gestreute Gammateilchen in der Absorberschicht detektiert. Durch die Signale beider Schichten kann dann der Anfangsimpuls des Gammas bestimmt werden, welcher sich auf der Oberfläche eines Kegels befindet. Durch mehrere solcher Messungen kann dann anhand des Schnittpunktes der Kegel die Quelle der Strahlung bestimmt werden. Abb. 2.4 verdeutlicht den Aufbau einer Comptonkamera. [5]

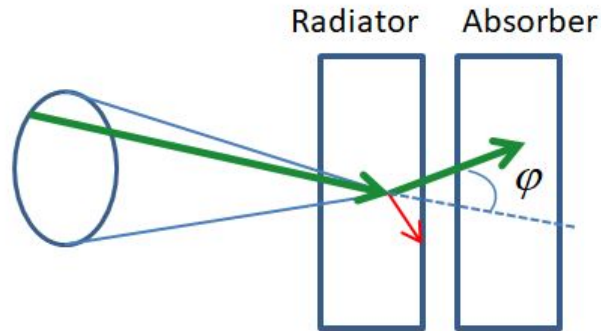


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung einer Comptonkamera: Das Gamma startet auf einem Punkt der Kegeloberfläche mit einem Impuls, der ebenfalls auf dieser Fläche liegt. Im Radiator unterliegt es einem Comptoneffekt und das gestreute Gamma trifft schließlich unter dem Winkel  $\varphi$  gegenüber des ursprünglichen Impulses auf den Absorber.

### 2.2.2 Die Cherenkov-basierte Comptonkamera

Bei der Cherenkov-basierten Comptonkamera werden Cherenkov-Photonen zur Detektion der Comptonelektronen genutzt. Nachdem das Gammateilchen comptongestreut wurde, erhält das Elektron ebenfalls einen Impuls. Ist die kinetische Energie des Elektrons groß genug, entstehen Cherenkov-Photonen. Diese werden dann detektiert. Hinter dem Streumaterial befinden sich mehrere Auslesekanäle, sodass die verschiedenen Auftreffpunkte der Cherenkov-Photonen bestimmt werden können. Eine schematische Darstellung dieser Konstruktion ist in Abb. 2.5 zu sehen.

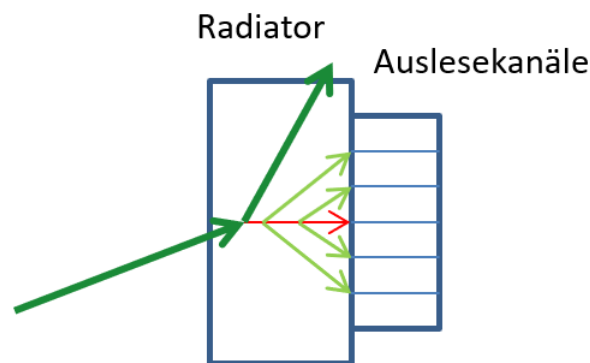


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Cherenkov-basierten Comptonkamera: Im Radiator wird das Gamma (grün) comptongestreut. Das Elektron (rot) erhält einen Impuls und es entstehen Cherenkov-Photonen (hellgrün), welche in der zweiten Schicht detektiert werden.

Alle Punkte zusammen genommen ergeben dann den Kegelquerschnitt des Cherenkovkegels. Anhand der Größe und Form des Cherenkov-Ringes lassen sich nun einige Aussagen über das ursprüngliche Gammateilchen machen.

- (i) Anhand der Form des Querschnitts lassen sich Rückschlüsse auf den Winkel des Elektronenimpulses ziehen.
- (ii) Je weiter die Punkte auseinander liegen, desto weiter weg liegt der Startpunkt des Comptonelektrons. Man kann also anhand der Verteilung der Cherenkov-Photonen den Startpunkt des Comptonelektrons bestimmen.
- (iii) Die Anzahl der Cherenkov-Photonen hängt von der Energie des Elektrons ab, daher können auch auf diese Rückschlüsse gezogen werden.

Mit all diesen Informationen lässt sich dann auch der Anfangsimpuls des Gammateilchens, eingeschränkt auf einen Kegel (siehe Kapitel 2.2.1) bestimmen, ohne dass dafür das gestreute Gamma detektiert werden muss.

Im zu Grunde liegenden experimentellen Aufbau wird ein  $30 \times 30 \text{ mm}^2$  großer UV transparenter PMMA Radiator genutzt, dessen Dicke variabel ist. Zur Auslese der Cherenkov-Photonhits werden vier  $4 \times 4$  SiPM-Arrays genutzt, wobei jeder der insgesamt 64 Kanäle  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  groß ist. Als Strahlungsquellen werden verschiedene Stoffe genutzt, jedoch bezieht sich die folgende Simulation ausschließlich auf die  $^{22}\text{Na}$ -Quelle.

Diese emittiert  $\beta^+$ -Teilchen, welche mit den umliegenden Elektronen unter Aussendung zweier Gammateilchen mit einer Energie von je 511 keV annihilieren. Aufgrund der Impulserhaltung bewegen sich die beiden Gammateilchen in entgegengesetzte Richtungen. Somit kann die  $^{22}\text{Na}$ -Quelle als Gammaquelle genutzt werden.[6]

In der Simulation wurde zunächst der experimentelle Aufbau nachgestellt. Im Weiteren wird dieser dann variiert, um unter verschiedenen Detektorgeometrien diejenigen zu finden, unter welchen der Detektor besonders effizient wird.

## 2.3 Das Programm Geant4

Zur Simulation des Detektors wurde das Programm GEANT4 genutzt. Ein Simulationsprogramm besteht hier aus mehreren Klassen, wobei die für diese Arbeit relevanten nun kurz erläutert werden.

In der `Run Control` können alle Parameter hinterlegt werden, sodass zum Beispiel eine Änderung der Detektorgröße direkt an die anderen Klassen übergeben werden kann. Hier kann zwischen verschiedenen Detektorgeometrien gewechselt werden.

Eine der wichtigsten Klassen für diese Arbeit ist die `Detector Construction`. Hier werden alle Materialeigenschaften, insbesondere die Dichte sowie die optischen Eigenschaften und die Positionen der einzelnen Bauteile des Detektors festgelegt.

In der `Physics List` können die physikalischen Prozesse, die in der Simulation stattfinden sollen, ausgewählt werden.

In der `Primary Generator Action` wird die Teilchenquelle generiert. Hier können unter anderem der Startimpuls und die Startposition festgelegt werden.

Zuletzt ist noch die `Analysis`-Klasse zu erwähnen. Hier werden die Histogramme gefüllt, die die gewünschten Simulationsergebnisse speichern. Es können die verschiedenen Teilchen, die innerhalb eines Events entstehen, registriert werden und so können zum Beispiel die Cherenkov-Photonhits definiert werden. Außerdem können die Tracks der Teilchen unter anderem gestoppt werden, was in dieser Simulation später genutzt wird, um eine Doppeltzählung zu vermeiden.

Es gibt noch einige weitere Klassen, welche hier aber nicht weiter relevant sind. Nähere Informationen finden sich im `GEANT4 user support` [7] und [8].

### 3 Anpassung der vorhandenen Simulation

Die aktuelle Geometrie besteht aus dem PMMA-Radiator und den SiPM-Auslesekanälen. Die Quelle liegt an einem Punkt, der vorher bestimmt werden kann und der Startimpuls aller Photonen zeigt ebenfalls in eine zuvor bestimmte Richtung. Die Geometrie ist in Abb. 3.1 zu sehen. In der Simulation werden die Hits der Cherenkov-Photonen pro Kanal detektiert. Es kann festgelegt werden, wie viele Kanäle gleichzeitig aktiv sein sollen um das Elektron als detektiert zu werten.

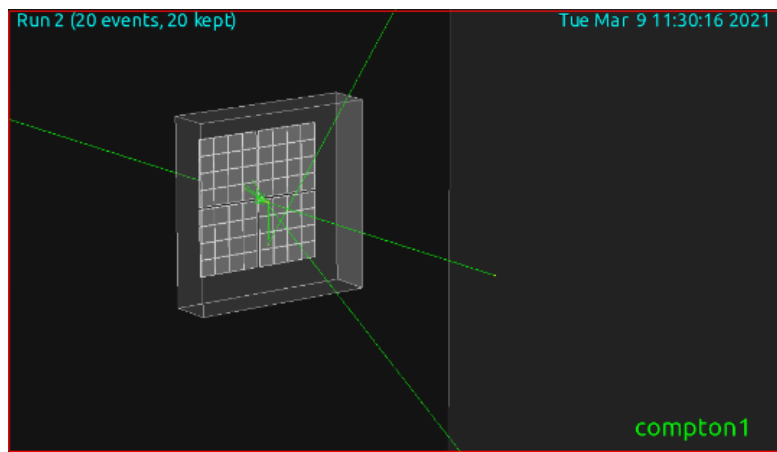


Abbildung 3.1: Ausgangssituation: Photonen (grün) aus der Punktquelle treffen auf die PMMA-Schicht und werden gegebenenfalls Compton-gestreuert. Hier wurden 20 Gammas der Energie 511 keV simuliert.

Zunächst wurde die aktuelle Detektorgeometrie erweitert und durch einige Änderungen weiter an den tatsächlichen experimentellen Aufbau angepasst. Die simulierte Geometrie zeigte zunächst eine Effizienz von

$$\epsilon_{\text{Sim}} = (7,80 \pm 0,09) \cdot 10^{-3}, \quad (3.1)$$

wobei diese das Verhältnis der detektierten Comptonevents  $N_{\text{det}}$  zur Gesamtzahl der einlaufenden Photonen  $N_{\text{einl}}$  beschreibt:

$$\epsilon_{\text{Sim}} = \frac{N_{\text{det}}}{N_{\text{einl}}}. \quad (3.2)$$

Ein Comptonevent zählt als detektiert, wenn mindestens vier Kanäle ein Signal geben. Der Fehler wird mit

$$\sigma_{\epsilon} = \sqrt{\frac{\epsilon(1-\epsilon)}{N_{\text{einl}}}} \quad (3.3)$$

berechnet.

In dieser Arbeit werden häufig Hitmaps verwendet, welche die detektierten Photonen pro Kanal darstellen. Für einen Eintrag in einer Hitmap werden mindestens drei aktive Kanäle gefordert, wobei mindestens fünf Photonen insgesamt auf den Detektor getroffen sein sollten.

Die Effizienz des experimentellen Aufbaus bei genutzter  $^{22}\text{Na}$ -Quelle ist

$$\epsilon_{\text{Exp}} = (0,641 \pm 0,027) \cdot 10^{-3} \text{ [9]} \quad (3.4)$$

und damit ungefähr um einen Faktor 12 geringer als in der Simulation. Eines der Ziele dieser Arbeit ist es, diese besser an den experimentellen Aufbau anzupassen. Simuliert wurde mit Photonen der Energie  $E = 511 \text{ keV}$ . Im Folgenden werden die Änderungen erläutert, die vorgenommen wurden, um die simulierte Effizienz weiter an die tatsächliche anzupassen. In den Simulationen wird stets der PMMA-Radiator der Dicke 8 mm verwendet.

## 3.1 Optische Eigenschaften

### 3.1.1 Korrektur der Simulation (1)

Zunächst schien es, als würde die Effizienz stark vom Brechungsindex des PMMA abhängen. Dieses Problem und einige weitere, die dadurch entdeckt wurden, wurden vorerst durch folgende Schritte behoben.

- Die Cherenkov-Photonen werden gezählt, sobald sich einer ihrer Steppoints im entsprechenden Detektorvolumen befindet. Dies ist jedoch auch der Fall, wenn ein Photon nur an der Oberfläche des SiPM-Kanals reflektiert wird. Um dies auszuschließen, werden nur noch Photonen gezählt, die sowohl einen Steppoint im Detektorvolumen haben, als auch eine positive z-Koordinate des Impulses.
- Der nächste Punkt ist das Material der Multiplier. Da es bei der Simulation mit GEANT4 in diesem Fall nicht unbedingt auf das definierte Material ankommt, sondern auf dessen Eigenschaften, wurde hier für die SiPM-Kanäle als Material

Wasser gewählt und diesem dann die gewünschten Eigenschaften zugewiesen. So kann verhindert werden, dass der Brechungsindex nicht richtig definiert wird.

- Zuletzt wurden die SiPM-Kanäle, die vorher 0,5 cm dick waren, durch eine 0,01 cm dicke Schicht mit denselben Eigenschaften und eine beliebig dicke Schicht mit Brechungsindex Null ersetzt. Durch das Verringern der Dicke der reflektierenden Schicht soll verhindert werden, dass Cherenkov-Photonen, die in das Volumen gelangen, ständig an dieser reflektiert und dadurch mehrfach gezählt werden. Die hintere Schicht mit Brechungsindex Null absorbiert die Cherenkov-Photonen und vermeidet somit ebenfalls eine Doppelzählung. Wie man später in Kapitel 5.1 sehen wird, kann dieser Aspekt jedoch noch weiter korrigiert werden.

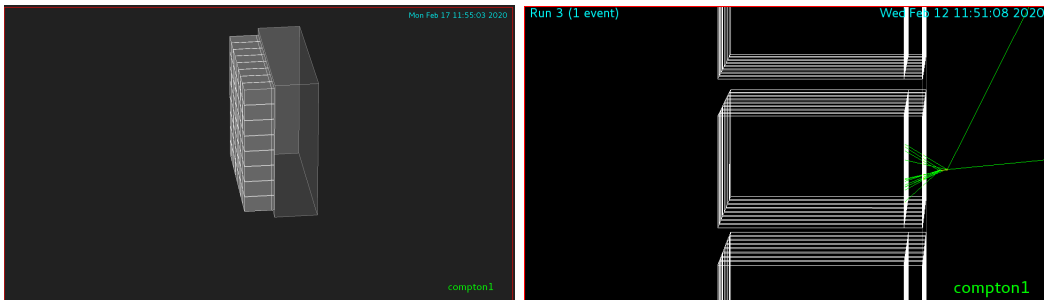


Abbildung 3.2: Überarbeitete SiPM-Kanäle: Es sind die zweischichtigen SiPM-Kanäle zu erkennen, die dünne Schicht hat die gewünschten Materialeigenschaften, die hintere dicke Schicht dient nur zur Absorption der Photonen. Links ist der gesamte Detektor zu sehen, rechts wird eine Nahaufnahme, wo die Absorption sehr gut zu erkennen ist, gezeigt.

Die überarbeitete Detektorgeometrie ist in Abb. 3.2 zu sehen. Die neue Effizienz beträgt nun

$$\epsilon_{\text{korr}(1)} = \frac{2.330}{1.000.000} = (2,33 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \quad (3.5)$$

und ist somit auf weniger als ein Drittel gesunken.

### 3.1.2 Brechungsindex

Nun wird der Brechungsindex der Si-Photomultiplier von  $n = n_{\text{PMMA}} = 1,49$  auf  $n_{\text{SiPM}} = 1,55$  gesetzt. Die Effizienz beträgt dann

$$\epsilon_{n=1,55} = \frac{2.297}{1.000.000} = (2,30 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \quad (3.6)$$

und hat sich somit kaum verändert.

### 3.1.3 Backpainted PMMA

Im experimentellen Aufbau wurden die Seitenränder des PMMA in dunkles Klebeband eingewickelt um so Reflexion an den Rändern zu vermeiden. In GEANT4 gibt es die Funktion *backpainted* mit welcher diese Oberflächeneigenschaft definiert werden kann. Nach jener Änderung an der Simulation ergibt sich eine Effizienz von

$$\epsilon_{\text{bp}} = \frac{1.988}{1.000.000} = (1,99 \pm 0,05) \cdot 10^{-3}. \quad (3.7)$$

Diese ist im Vergleich zu  $\epsilon_{n=1,55}$  um ca. 13% gefallen.

## 3.2 Die Quelle

### 3.2.1 Verschiedene Startimpulse

Die  $^{22}\text{Na}$ -Quelle strahlt  $\beta^+$ -Teilchen isotrop ab. Sie befindet sich oberhalb eines PMMA-Radiators, sodass die Positronen dort annihilieren und somit Gammateilchen emittiert werden. Diese Konstruktion liegt in einem Bleiblock. In 25 mm Abstand zur Quelle befindet sich eine Öffnung mit 10 mm Durchmesser. Die Gammas verlassen die Quelle somit durch eine Blende. Eine Skizze dieses Aufbaus ist in Abb. 3.3 zu sehen.

Um die Blende in der Simulation umzusetzen, werden die möglichen Startimpulse der

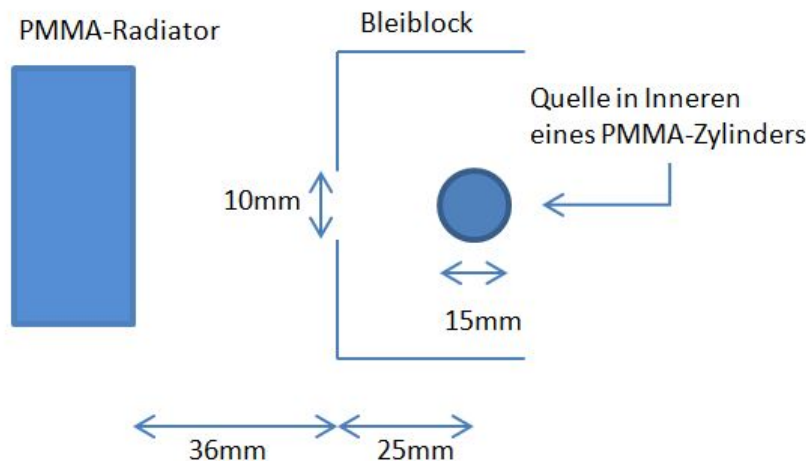


Abbildung 3.3: Skizze der  $^{22}\text{Na}$ -Quelle im experimentellen Aufbau: Zu sehen ist die Natriumquelle, umhüllt von einem PMMA-Zylinder. Außen herum der Bleiblock mit der 10 mm großen Öffnung. Die Öffnung ist 36 mm vom Detektor entfernt.

Gammas so definiert, dass sie einen Kegel entsprechender Größe bilden. Der Startimpuls ist durch den Vektor  $\vec{p}_0 = (x, y, 25)^T$  gegeben. Die z-Koordinate beschreibt den Abstand der Quelle zur Blende in Millimetern. Die x- und y-Koordinaten werden durch Ziehen von Zufallszahlen generiert. Es werden für jeden Startimpulsvektor zwei Zufallszahlen  $x$



und  $y$  zwischen  $-r$  und  $r$  gezogen, wobei in diesem Fall  $r = 5$ , der Radius der Blende in Millimetern ist. Der Vektor wird definiert, wenn

$$r \geq \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.8)$$

erfüllt ist. So kann jeder Punkt auf der Blendenöffnung durch einen Impulsvektor erreicht werden. In Abb. 3.4 ist die Umsetzung in der Simulation zu sehen. Die neue Effizienz



Abbildung 3.4: Simulation der Startimpulsverteilung durch die Bleiblende: Links die Photontracks (grün), welche durch die simulierte Blende einen Kegel formen, bis sie auf den Detektor treffen. Rechts daneben ist zur Veranschaulichung die Bleiblende dargestellt. Es ist zu erkennen, dass alle Photonen durch diese Blende fliegen. Es wurden 200 Gammas der Energie 511 keV simuliert.

der Geometrie beträgt nun

$$\epsilon_{\text{Blende}} = \frac{1.545}{1.000.000} = (1,55 \pm 0,04) \cdot 10^{-3}. \quad (3.9)$$

Im Vergleich zu  $\epsilon_{\text{bp}}$  ist die Effizienz hier um weitere 22 % gefallen.

### 3.2.2 Ausgedehnte Quelle

Da es sich in der Realität um eine ausgedehnte Quelle und nicht um eine Punktquelle handelt, soll auch diese in die Simulation eingebunden werden. Dies wird realisiert, indem, ähnlich wie in Abschnitt 3.2.1, Zufallszahlen gezogen und verschiedene Startpunkte definiert werden. In diesem Fall werden die Startpunkte auf einer nach oben geöffneten Halbsphäre definiert. Da die  $\beta^+$ -Teilchen in PMMA in etwa eine Reichweite von 1 mm haben, wurde für den Radius dieser Sphäre  $r_{\text{Sphäre}} = 1,0 \text{ mm}$  gewählt. Ihr tiefster Punkt befindet sich an der Stelle des ursprünglichen Startpunktes. Der Startimpulsvektor ist nun die Differenz des in Abschnitt 3.2.1 bestimmten Vektors  $\vec{p}_0$  und des hier bestimmten Startpunktes auf der Sphäre. Die Simulation der ausgedehnten Quelle ist in Abb. 3.5 zu sehen.

Die Effizienz ändert sich dann zu

$$\epsilon_{\text{ausged.}} = \frac{1.500}{1.000.000} = (1,50 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \quad (3.10)$$

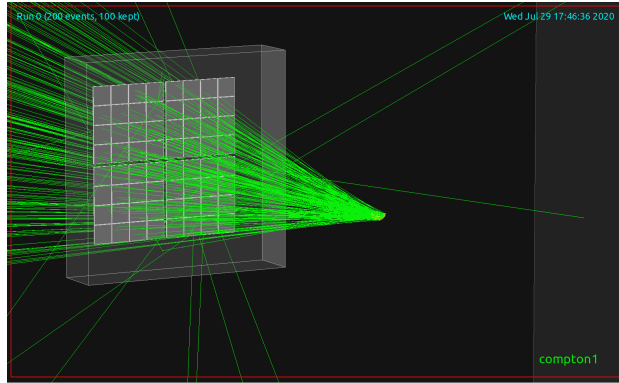


Abbildung 3.5: Simulation der ausgedehnten Quelle: Es sind die verschiedenen Startpunkte, angeordnet auf einer Halbkugelsphäre zu erkennen. Hier wurden 200 Gammas der Energie 511 keV simuliert.

und hat sich somit innerhalb der statistischen Unsicherheiten nicht geändert.

Es bleibt zu erwähnen, dass der PMMA-Zylinder, in welchen die Quelle eingebettet ist, nicht mit simuliert wurde. Wäre dieser in der Simulation berücksichtigt, würden in etwa 7% der losgeschickten Photonen durch Streuung im PMMA verloren gehen und folglich die Effizienz verringert. Bei der Berechnung der experimentell bestimmten Effizienz sind dieser Verlust von 7% jedoch berücksichtigt, sodass das Ergebnis mit der Simulation verglichen werden kann.

### 3.3 Zusammenfassung

An der bereits bestehenden Simulation wurden einige Änderungen vorgenommen, sodass die aktuelle Geometrie noch weiter an den experimentellen Aufbau angepasst werden konnte. Es ist zu erkennen, dass die Effizienz durch die einzelnen Änderungen unterschiedlich stark beeinflusst wird. In Tabelle 1 sind die jeweiligen Anpassungen in der Simulation den damit einher gehenden Änderungen der Effizienz gegenübergestellt.

Anpassung der Simulation	Prozentuale Änderung zur vorherigen Effizienz
Korrektur (1)	-70
Brechungsindex SiPM	-1
<i>backpainted</i> PMMA	-13
Blende	-22
Ausgedehnte Quelle	-3

Tabelle 1: Gegenüberstellung der jeweiligen Anpassungen in der Simulation und der Änderung der Effizienz: Die prozentuale Änderung bezieht sich jeweils auf die vorherige Effizienz.

Die größte Änderung liefert die Korrektur der Simulation und das damit einher gehende verringern der SiPM-Dicke. Da die Cherenkov-Photonen, die in das SiPM-Volumen treffen, noch an dessen Rändern reflektiert werden können, werden diese mehrfach gezählt, sodass sich die Effizienz massiv erhöht. Durch das Reduzieren der SiPM-Dicke auf  $\frac{1}{50}$ , bleibt kaum noch Raum zur Reflexion der Cherenkov-Photonen innerhalb der SiPMs. Somit können die Mehrfachzählungen weitestgehend eingedämmt werden.

Die Änderung, die durch das Anpassen des Brechungsindex hervorgerufen wird, ist so gering, dass sie noch innerhalb der statistischen Unsicherheiten liegt. Da sich die Brechungsindizes des PMMA und SiPM kaum unterscheiden, ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon am Übergang reflektiert wird, sehr gering und es kommt kaum zu Verlusten.

Mäßige Änderungen der Effizienz werden durch das *backpainted* PMMA und das Simulieren der Bleibende hervorgerufen. Durch die Eigenschaft *backpainted* werden die reflektierten Cherenkov-Photonen an den Rändern des PMMA-Radiators absorbiert. Die Effizienz sinkt folglich, da einige der jetzt absorbierten Photonen vorher reflektiert und detektiert wurden.

Wird die Blende simuliert, landen die Gammas nicht mehr alle exakt in der Mitte. Zwar treffen noch immer alle auf den Detektor, jedoch haben die Äußeren kaum die Möglichkeit Comptongestreut zu werden, sodass Cherenkov-Photonen produziert und diese detektiert werden können. Somit sinkt auch hier die Effizienz.

Durch das Einführen der ausgedehnten Quelle ist wiederum kaum eine Änderung zu erkennen. Da nun nicht mehr alle Gammas exakt aus der Mitte starten, können diejenigen, deren Startpunkt am weitesten vom Mittelpunkt entfernt liegt, in einem etwas größeren Winkel aus der Blende austreten als jene, deren Startpunkt in der Mitte liegt. Dieser Unterschied ist jedoch so gering, dass er vernachlässigbar ist, was sich auch in den Simulationsergebnissen widerspiegelt.

Die aktuelle Effizienz der Simulation beträgt nun

$$\epsilon_{\text{Sim,ak}} = (1,50 \pm 0,04) \cdot 10^{-3}. \quad (3.11)$$

Damit ist sie noch immer um ungefähr einen Faktor drei größer als die tatsächliche experimentelle Effizienz. Ein möglicher Grund dafür könnte sein, dass die Quelle im experimentellen Aufbau nicht exakt mittig ausgerichtet ist. Dadurch könnte die Effizienz ebenfalls ein wenig verringert werden. Weitere mögliche Gründe für die Abweichungen wurden in [9] diskutiert. Unter anderem wird dort erwähnt, dass die *photon detection efficiency* (PDE), also die Photonendetektionseffizienz der SiPM möglicherweise geringer sein könnte als angegeben. Dies würde den Unterschied erklären. Da die tatsächliche Ursache für den Unterschied jedoch nicht sicher ist, wird für die folgenden Simulationen

die bereits implementierte PDE mit einem maximalen Wert von 58,2% beibehalten.

Durch die in 3.1 und 3.2 beschriebenen Anpassungen an die Simulation, konnte die simulierte Effizienz um fast 81 % verringert und somit weiter an die experimentell bestimmte Effizienz angepasst werden. Den größten Unterschied brachte die Korrektur der Simulation. Die eigentlichen physikalischen Änderungen von  $2,33 \cdot 10^{-3}$  auf  $1,50 \cdot 10^{-3}$  entsprechen nur 36 %.

Auf der Grundlage der angepassten Effizienz können nun die Geometrie des Detektors verändert und die daraus erhaltenen neuen Effizienzen verglichen werden.

## 4 Neue Geometrien

### 4.1 Änderungen am PMMA

Da die Größe des PMMA-Radiators entscheidend für die Anzahl der Compton-Stoßprozesse und somit auch für die Effizienz ist, soll diese zunächst variiert werden.

#### 4.1.1 Verschiedene PMMA-Größen in x-y-Richtung

Im aktuellen Aufbau hat das PMMA eine Oberflächengröße von  $35 \times 35 \text{mm}^2$  und die Detektionsfläche, bestehend aus vier  $4 \times 4$  SiPM-Arrays, ist  $25,1 \times 25,1 \text{mm}^2$  groß. Damit überragt der PMMA-Radiator diese um 4,95 mm auf jeder Seite. In diesem Bereich können zwar keine Cherenkov-Photonen detektiert werden, jedoch bietet es Platz für Streueffekte und kann somit gegebenenfalls die Anzahl der entstehenden Cherenkov-Photonen erhöhen. In Abb. 4.1 ist eine Skizze dieser Geometrie zu sehen. Es wird nun die Größe des Überstands erhöht und die resultierende Effizienz betrachtet. Hierzu werden jeweils 1.000.000 Photonen der Energie 511 keV simuliert. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.2 zu sehen.

Alle Ergebnisse sind innerhalb der statistischen Unsicherheiten gleich. Das heißt, dass bei einer senkrecht auf den Detektor zielenden Quelle die Größe des PMMA in x-y-Richtung keinen Einfluss auf die Effizienz hat. Würde man die Quelle jedoch in x- oder y-Richtung verschieben oder den Einfallswinkel ändern, so würde die Größe des PMMA einen Unterschied hervorrufen. Beim Verschieben in eine Richtung kann es sein, dass bei kleinerem PMMA nicht mehr alle Photonen auf die Fläche treffen und sich die Effizienz verringert. Ändert sich der Einfallswinkel, so ändert sich auch die effektive Dicke des PMMA, was die Effizienz ebenfalls ändern könnte. Dies wird in Abschnitt 4.2 genauer betrachtet.

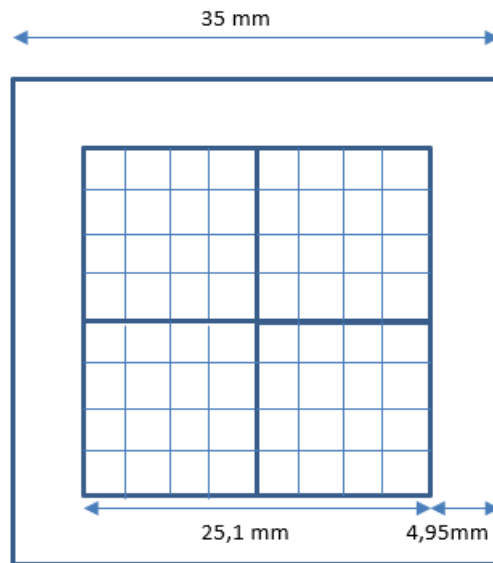


Abbildung 4.1: Skizze der aktuellen Detektorgeometrie: Vier  $4 \times 4$  SiPM-Arrays hinter einem PMMA-Quader der Oberflächengröße  $35 \times 35 \text{ mm}^2$ .

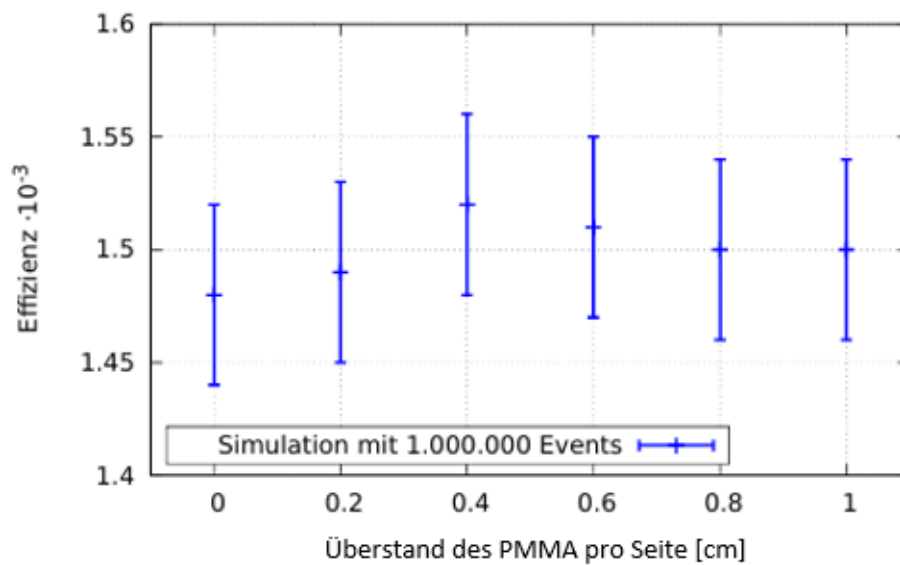


Abbildung 4.2: Effizienz des Detektors aufgetragen gegen die Größe des Überstands über die Detektionsfläche: 1.000.000 Photonen der Energie 511 keV wurden jeweils simuliert, es wurde die ausgedehnte Quelle mit der Blende genutzt.

### 4.1.2 Verschiedene PMMA-Dicken

Eine weitere Variable, die untersucht werden soll, ist die Dicke des PMMA-Radiators. Hier wird die Effizienz bei verschiedenen PMMA-Dicken untersucht. Ausgehend von 8 mm wird mit den selben Einstellungen wie in 4.1.1 simuliert, wobei sich die Quelle hier wieder in der Mitte befindet und der Radiator nun in 2 mm Schritten vergrößert wird. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.3 dargestellt. Es wurden je 500.000 Photonen simuliert.

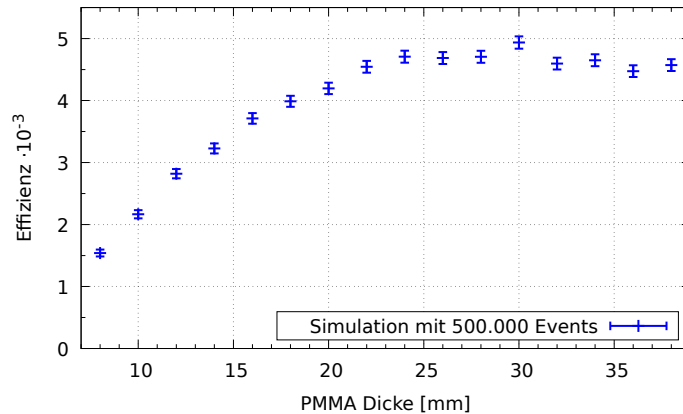


Abbildung 4.3: Effizienz des Detektors aufgetragen gegen verschiedene PMMA-Dicken: Es wurden jeweils 500.000 Photonen der Energie 511 keV simuliert.

Zu Beginn verdoppelt sich die Effizienz fast für doppelte PMMA-Dicke. Ab einer Dicke von 24 mm bleibt die Effizienz konstant. Der Grund für die zunächst steigende Effizienz liegt an der steigenden Anzahl der Wechselwirkungen im PMMA, je dicker dieses ist. Gleichzeitig nimmt die Zahl der Cherenkov-Photonen, die auf die SiPM-Kanäle treffen ab, da aufgrund längerer Wegstrecken im PMMA mehr Cherenkov-Photonen absorbiert werden.

## 4.2 Änderungen an den SiPM-Arrays

### 4.2.1 Größere SiPM-Arrays

Da die Effizienz in Abschnitt 4.1.1 nicht gestiegen ist, werden nun größere SiPM-Arrays simuliert. Des Weiteren wird bei gleich bleibender Detektionsfläche die Anzahl der Kanäle erhöht. Alle Simulationen in diesem Abschnitt werden mit 511 keV Photonen bei 8 mm dickem PMMA durchgeführt. Der PMMA-Radiator ragt in allen Fällen 0,495 cm an jeder Seite über die SiPM-Fläche.

Das aktuelle Setup besteht aus vier  $4 \times 4$  SiPM-Arrays und hat folglich  $2 \times 2 \cdot 4 \times 4$  Kanäle. Zwischen den einzelnen Arrays sind je 0,05 cm Platz, zwischen den einzelnen Kanälen pro Array sind es 0,01 cm. Es werden nun die Hitmaps verschiedener Variationen der Arrays verglichen.

In Abb. 4.4 ist die Hitmap des aktuellen Aufbaus zu sehen. Die Bedingung pro Eintrag wurde hier auf mindestens drei aktive Kanäle gesetzt, wobei mindestens fünf Cherenkov-Photonen detektiert sein sollten (siehe Definition in Abschnitt 3).

Im nächsten Schritt werden neun  $8 \times 8$  Arrays simuliert ( $3 \times 3 \cdot 8 \times 8$  Kanäle). Hierbei wird zunächst die Größe der Kanäle gleich gelassen ( $3 \times 3 \text{ mm}^2$ ), das heißt die Kantenlänge der Detektionsfläche vergrößert sich um einen Faktor drei. Abb. 4.5 zeigt die zugehörige Hitmap.

Anschließend die wird die Detektionsfläche konstant gelassen und die Kanalgröße auf ein Drittel ihrer vorherigen Größe, auf  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  gesetzt. Diese Hitmap ist in Abb. 4.6 zu sehen.

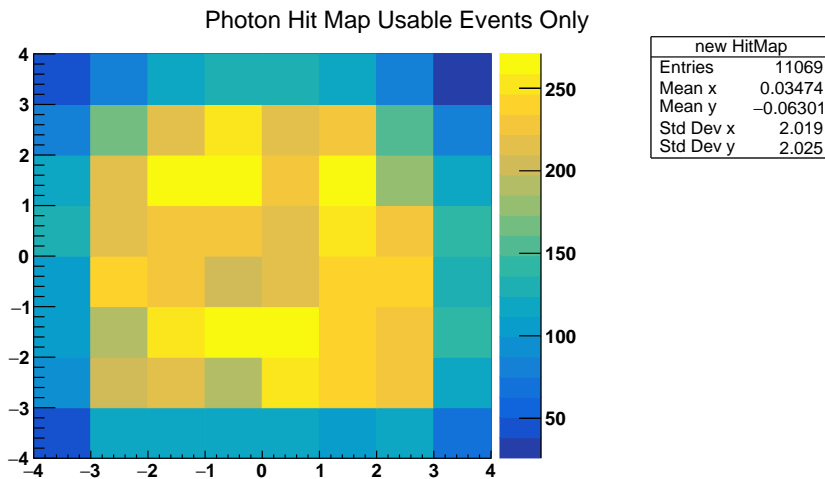


Abbildung 4.4: Hitmap des  $2 \times 2 \cdot 4 \times 4$  Aufbaus: 1.000.000 Photonen wurden simuliert.

Wie in Abb. 4.4 zu erkennen, werden die meisten Photonen in der Mitte detektiert. Die Anzahl der detektierten Photonen an den äußeren Kanälen nimmt deutlich ab. Die Größe des Detektors scheint also ausreichend gewählt zu sein. Dies lässt sich auch in Abb. 4.5 erkennen. Hier decken die Kanäle eine Gesamtfläche von  $7,51 \times 7,51 \text{ cm}^2$  ab, jedoch werden die meisten Photonen innerhalb der  $8 \times 8$  Kanäle in der Mitte detektiert. Vergleicht man nun die Hitmaps gleicher Größen aber verschiedener Anzahlen der Kanäle, so erkennt man die deutlich höhere Auflösung des  $3 \times 3 \cdot 8 \times 8$  Aufbaus in Abb. 4.6 gegenüber des  $2 \times 2 \cdot 4 \times 4$  Aufbaus in Abb. 4.4.

Das Erhöhen der Anzahl an Kanälen spiegelt sich ebenfalls in der Effizienz wieder. Hierzu wird die Bedingung für ein detektiertes Event wieder auf mindestens vier aktive Kanäle gesetzt um die obige Definition der Effizienz beizubehalten. Die erhaltenen Effizienzen sind in Tabelle 2 gegenübergestellt. Es wurde außerdem noch ein  $8 \times 8$  und ein  $24 \times 24$  Aufbau, also ohne die größeren Lücken zwischen den einzelnen Arrays, betrachtet.

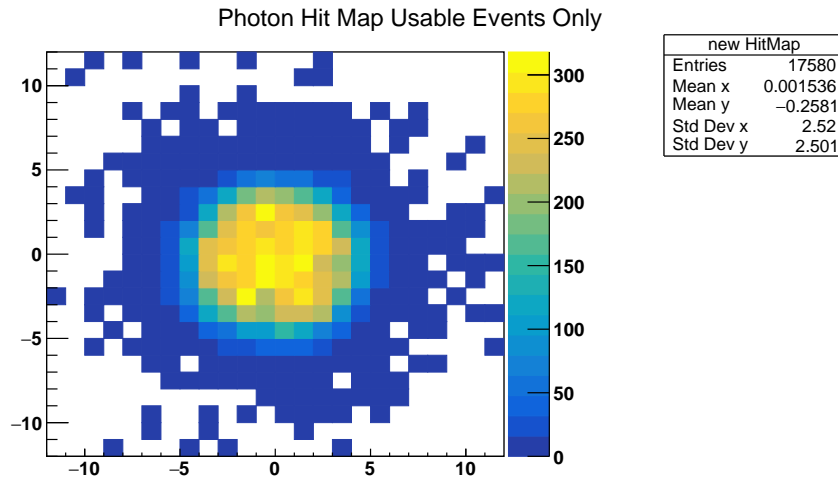


Abbildung 4.5: Hitmap des  $3 \times 3 \cdot 8 \times 8$  Aufbaus: 1.000.000 simulierte Photonen, die Kanäle sind  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  groß.

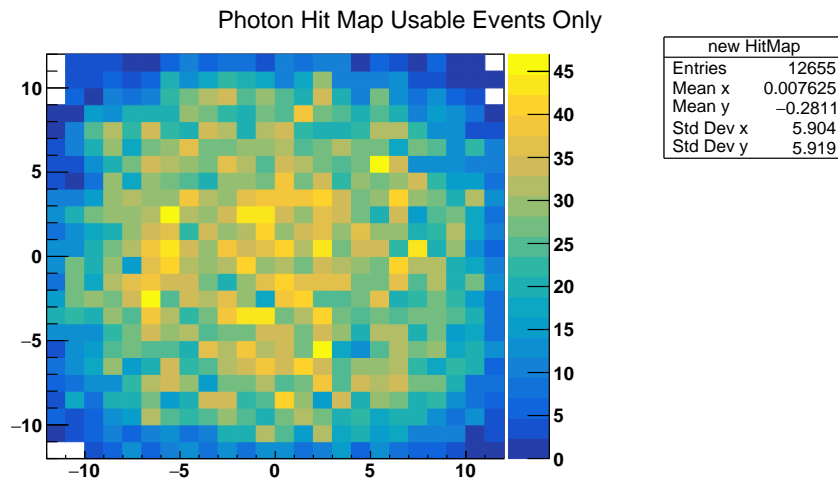


Abbildung 4.6: Hitmap des  $3 \times 3 \cdot 8 \times 8$  Aufbaus: 1.000.000 simulierte Photonen, die Kanäle sind  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  groß.

Aufbau	Effizienz $\cdot 10^{-3}$
$2 \times 2 \cdot 4 \times 4$ , 3 mm SiPM	$1,50 \pm 0,04$
$1 \times 1 \cdot 8 \times 8$ , 3 mm SiPM	$1,66 \pm 0,05$
$3 \times 3 \cdot 8 \times 8$ , 3 mm SiPM	$2,65 \pm 0,06$
$3 \times 3 \cdot 8 \times 8$ , 1 mm SiPM	$2,99 \pm 0,06$
$1 \times 1 \cdot 24 \times 24$ , 1 mm SiPM	$3,27 \pm 0,06$

Tabelle 2: Gegenüberstellung der Effizienzen für verschieden SiPM-Arrays: In der Spalte “Aufbau” sind von links die Zahl der Arrays, die Zahl der Kanäle pro Array und die Kantenlänge eines SiPM-Kanals eingetragen.



Für eine größere Anzahl an Kanälen steigt die Effizienz. Dies liegt vor allem daran, dass die Bedingung, dass mindestens vier Kanäle aktiv sein sollen nun leichter erfüllt werden kann. Dennoch steigt die Effizienz nicht um den selben Faktor, um welchen die Detektionsfläche erhöht wurde. Dies liegt daran, dass auf den äußeren Kanälen keine Photonen detektiert werden, da diese bereits außerhalb des Bereiches liegen. Man erkennt zudem, dass die Effizienz für die kleineren Kanäle nur geringfügig steigt. Ein möglicher Grund hierfür ist, dass die Kanäle mit 1 mm Seitenlänge nun nur noch doppelt so groß wie die Lücken zwischen den Arrays sind. Es treffen also einige Cherenkov-Photonen auf diese Lücken und gehen somit verloren. Bei der Simulation des  $24 \times 24$  Aufbaus lässt sich gegenüber des  $3 \cdot 3 \cdot 8 \times 8$  Aufbaus mit 3 mm SiPM jedoch eine größere Steigerung der Effizienz erkennen. Hier befinden sich die Kanäle ausschließlich in dem Bereich, in welchem die meisten Cherenkov-Photonen detektiert werden. Durch das Fehlen der Lücken zwischen den Arrays und die zusätzlich erhöhte Anzahl der Kanäle kann die Effizienz hier maximiert werden.

#### 4.2.2 SiPM-Arrays an den Seiten

Wie bereits in Abschnitt 4.1.2 zu sehen, nimmt die Effizienz mit der Dicke des PMMA zu, steigt jedoch ab einer Dicke von 24 mm nicht mehr weiter an. Um die Effizienz ab hier weiter zu steigern, muss verhindert werden, dass die Cherenkov-Photonen an den Seiten des PMMA verloren gehen. Daher werden nun auch dort SiPM-Arrays angebracht.

Zunächst werden alle fünf Seiten mit einem  $8 \times 8$  Array verkleidet. Das PMMA wird nun 24,7 mm dick gewählt, sodass ein Würfel dieser Kantenlänge entsteht. In Abb. 4.7 ist die neue Geometrie zu sehen.

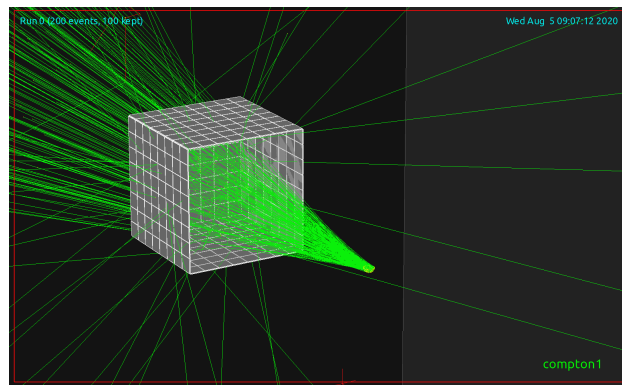


Abbildung 4.7: Neue Geometrie: Der Detektor hat nun die Form eines Würfels mit Kantenlänge 24,7 mm und ist an fünf Seiten mit je einem  $8 \times 8$  SiPM-Array ausgestattet.

Die Effizienz dieses Würfels beträgt nun

$$\epsilon_{\text{Würfel}} = (15,39 \pm 0,13) \cdot 10^{-3} \quad (4.1)$$

und hat sich somit gegenüber des ursprünglichen Aufbaus verzehnfacht. Gegenüber des ursprünglichen Aufbaus der Dicke 24 mm ohne SiPM-Arrays an den Seiten hat sie sich in etwa verdreifacht. Die Hitmap ist in Abb. 4.8 zu sehen. Sie ist als aufgeklappter Würfel dargestellt. In den nächsten Abschnitten wird untersucht, wie sich die Effizienz

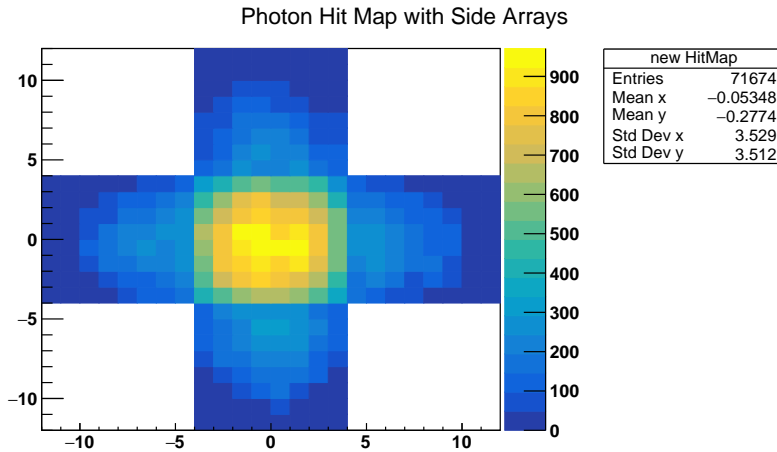


Abbildung 4.8: Hitmap der Würfelgeometrie: Hier wurden 1.000.000 511 keV Photonen simuliert. Jeder Eintrag erfüllt die Bedingung, dass mindestens drei Kanäle aktiv und mindestens fünf Photonen detektiert sind.

des Würfels unter bestimmten Bedingungen verhält.

### Verteilung der detektierten Photonen

Die Hitmap der Würfelgeometrie (Abb. 4.8) zeigt, dass die meisten Photonen auf der Rückwand auftreffen. An den Seitenkanälen sind schon weniger Einträge zu sehen und vor allem an den äußeren Kanälen treffen deutlich weniger Photonen auf. Um dies genauer zu untersuchen, wird die Verteilung der detektierten Cherenkov-Photonen betrachtet. Dazu werden die *Kanalringe* wie folgt definiert:

- Das SiPM-Array an der Rückseite des Würfels bekommt die Nummer Null.
- Die Reihe der Kanäle, die der Rückseite am nächsten sind, werden mit Kanalring 1 bezeichnet.
- Die übrigen Reihen werden so weiter durchnummeriert. Kanalring 8 bezeichnet schließlich die Kanäle, die ganz außen liegen.

Daraus ergibt sich die in Abb. 4.9 gezeigte Verteilung. Es ist zu erkennen, dass ca. 60 % der Cherenkov-Photonen auf den hinteren SiPMs landen. Die restlichen 40 % sind auf die Randkanäle verteilt. Vor allem auf den äußeren Randkanälen, ab Nummer 4, liegt die Zahl der Cherenkov-Photonen bereits unter 10 %.

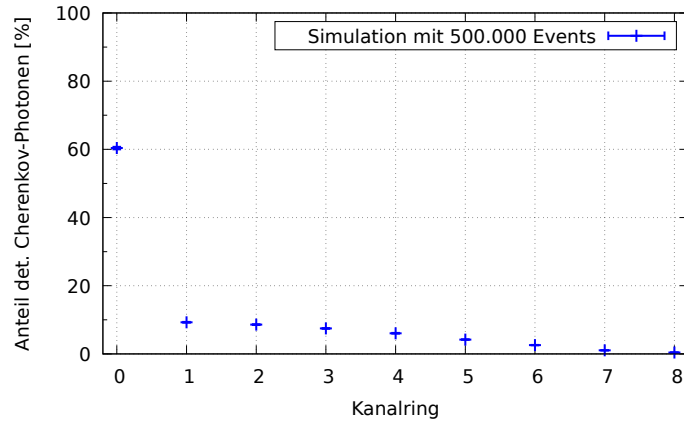


Abbildung 4.9: Prozentuale Anzahl der detektierten Cherenkov-Photonen pro Kanalring: Werte aus Abb 4.8 abgelesen.

Dennoch ist die Gesamteffizienz durch das Einführen der Randkanäle angestiegen. Es wird daher untersucht, wie sich die Effizienz für verschiedene Anzahlen von Randkanälen verhält. Dazu werden 500.000 Photonen der Energie 511 keV simuliert. Der PMMA-Radiator bleibt für jede Simulation ein Würfel der Kantenlänge 24,7 mm, jedoch wird bei jedem Durchlauf ein weiterer Kanalring angefügt. In Abb. 4.10 sind die Ergebnisse zu sehen.

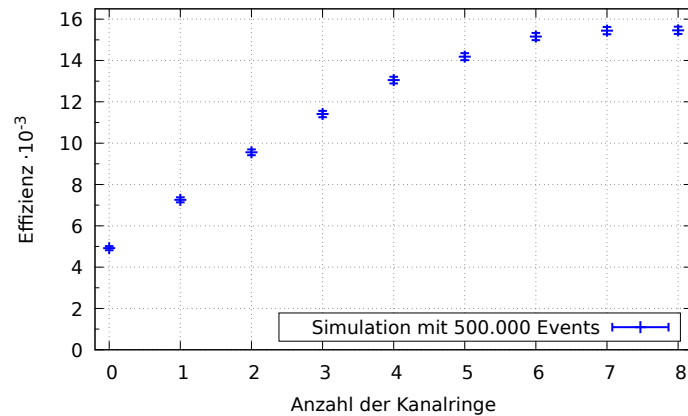


Abbildung 4.10: Effizienz bei verschiedenen Anzahlen von Kanälen an den Rändern: Ergebnisse aus neun einzelnen Simulationen von jeweils 500.000 Photonen der Energie 511 keV.

Die Effizienz steigt für die ersten vier Kanalringe näherungsweise linear mit der Anzahl der Ringe an. Ab dem fünften tritt eine Sättigung ein und es gibt kaum noch einen Anstieg. Vergleicht man die Effizienz des vollständigen Würfels mit der des Aufbaus ohne Kanäle an den Seiten, macht diese ohne Seitenkanäle nur 30 % der maximalen Effizienz aus.

Da die Ergebnisse aus mehreren Simulationen entstanden sind, wurde hier die Standardabweichung angegeben statt des statistischen Fehlers, welcher mit Formel 3.3 berechnet wird. Es lässt sich erkennen, dass die letzten drei Werte bereits innerhalb der einfachen Streubreite übereinstimmen. Die Effizienz wird folglich hauptsächlich durch die ersten vier Kanalaringe vergrößert, während die letzten drei keinen signifikanten Einfluss mehr haben. Dies stimmt auch mit den Ergebnissen in Abb. 4.9 überein.

### Verschiedene Einfallswinkel

Da die Photonen nicht unbedingt immer genau mittig auf den Detektor treffen, werden in diesem Abschnitt verschiedene Einfallswinkel untersucht. Dazu wird das Programm so angepasst, dass die Quelle auf einem Kreis um den Mittelpunkt des PMMA-Radiators verschoben werden kann. Der Abstand zwischen Quelle und Radiatormittelpunkt bleibt folglich immer gleich. Es kann ein Winkel  $\alpha$  gewählt werden, um welchen die Quelle von ihrer ursprünglichen Position in der Mitte auf dem Kreis verschoben werden soll. Dieser Aufbau ist vereinfacht in Abb. 4.11 zu sehen. Für die folgenden Simulationen wird eine nicht ausgedehnte Quelle genutzt, welche nur in eine Richtung strahlt. Das heißt sowohl die Verteilung der Startimpulse durch die Blende, als auch die verschiedenen Startpunkte auf der Halbsphäre sind abgeschaltet. So wird sicher gestellt, dass auch bei großen Winkeln  $\alpha$  alle Photonen auf den Detektor treffen.

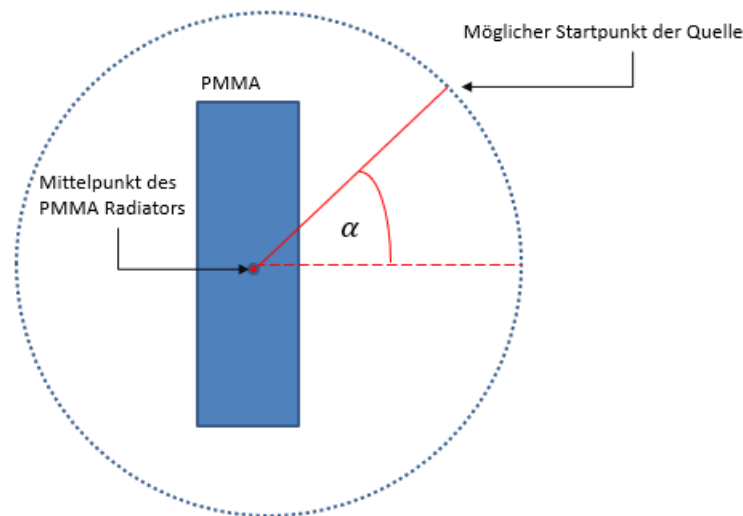


Abbildung 4.11: Vereinfachte Skizze des Aufbaus für die Untersuchung verschiedener Einfallswinkel  $\alpha$ : Die Quelle kann auf einen Kreis um den Mittelpunkt des PMMA-Radiators bewegt werden. Die SiPM-Arrays wurden in dieser Skizze weggelassen.

Es werden zunächst die Winkel  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$  und  $\alpha = 45^\circ$  gewählt. Die Hitmaps dieser Simulationen sind in Abb. 4.12 zu sehen. Man erkennt, wie der Bereich,

in dem die meisten Photonen detektiert werden, mit zunehmendem  $\alpha$  weiter an den Rand wandert.

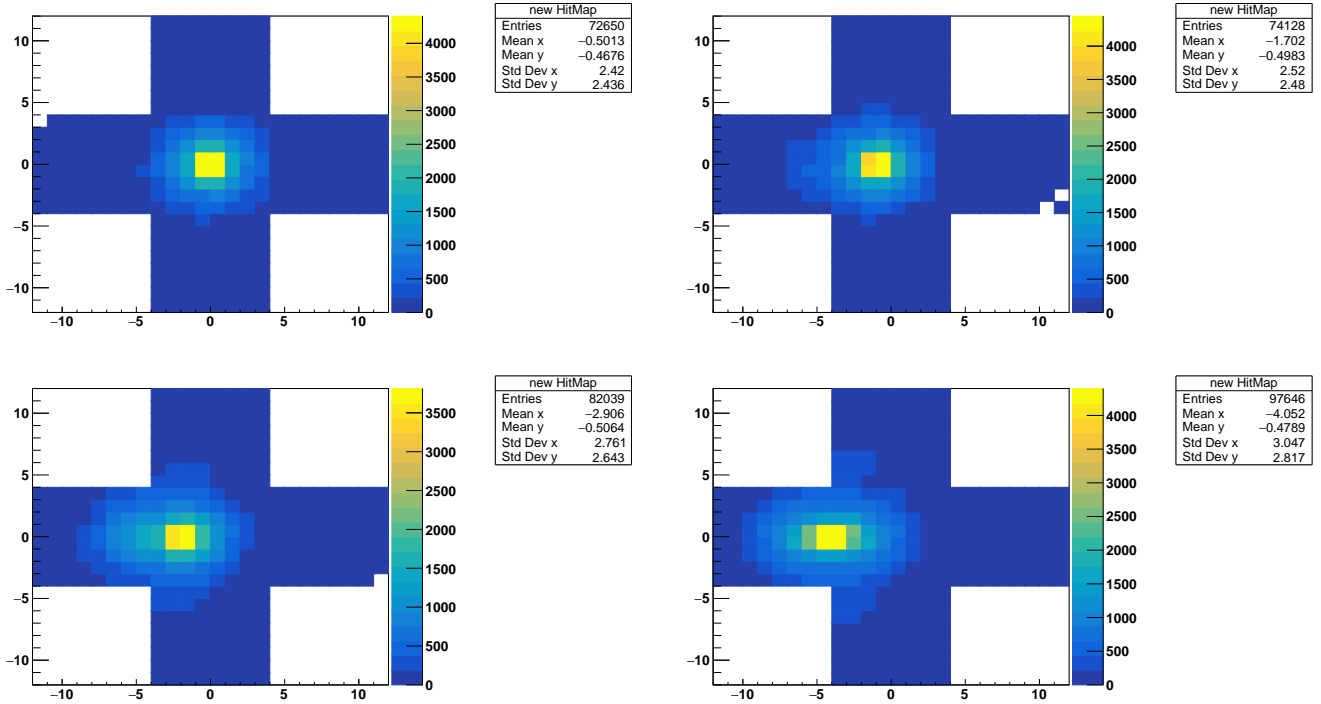


Abbildung 4.12: Hitmaps für die Einfallswinkel  $\alpha = 0^\circ$  (oben links),  $\alpha = 15^\circ$  (oben rechts),  $\alpha = 30^\circ$  (unten links) und  $\alpha = 45^\circ$  (unten rechts): 1.000.000 simulierte 511 keV Photonen. Die eingetragenen Ereignisse erfüllen die Bedingung, dass mindestens drei Kanäle aktiv und mindestens fünf Photonen detektiert sind.

Schon ab einem Einfallswinkel von  $30^\circ$  wird ein Großteil der Photonen auf dem Seitenrand detektiert. Wie die Verteilung der Cherenkov-Photonen genau aussieht, ist den Abb. 4.13 dargestellt. Wie im vorherigen Abschnitt kann auch hier wieder die Anzahl der Cherenkov-Photonen pro Kanalring aus den Hitmaps abgelesen werden. Für den Einfallswinkel von  $0^\circ$  landen fast 85% der detektierten Cherenkov-Photonen auf der Rückwand. Die Anzahl der auf den einzelnen Kanalringen detektierten Photonen liegt für jeden Ring unter 10% und ist somit sehr gering. Im Vergleich mit Abb. 4.9, wo nur 60% der Cherenkov-Photonen auf der Rückwand landen, lässt sich der Einfluss der simulierten Blende gut erkennen.

Wie oben rechts in Abb. 4.13 zu sehen, ändert sich die Verteilung der Cherenkov-Photonen für den Einfallswinkel  $15^\circ$  im Vergleich zu  $0^\circ$  kaum. Es werden lediglich fünf Prozentpunkte weniger auf der Rückwand detektiert, welche dafür auf den ersten Kanalringen verteilt werden. Dies zeigt, dass die Rückwand groß genug ist, sodass die meisten Photonen dort detektiert werden.

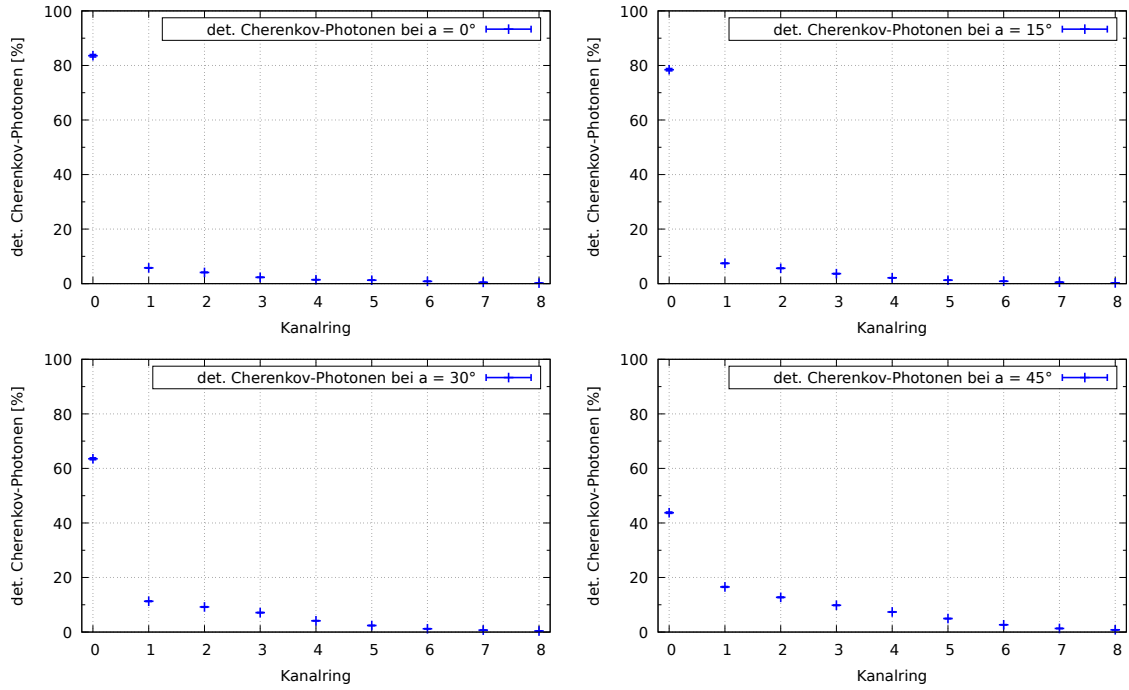


Abbildung 4.13: Prozentualer Anteil der Cherenkov-Photonen pro Kanalring bei Einfallswinkeln von  $\alpha = 0^\circ$  (oben links),  $\alpha = 15^\circ$  (oben rechts),  $\alpha = 30^\circ$  (unten links) und  $\alpha = 45^\circ$  (unten rechts): Werte aus den zugehörigen Hitmaps in Abb. 4.12 abgelesen und auf Gesamtzahl der detektierten Photonen normiert.

Allgemein sieht man bei Betrachtung der Änderungen der einzelnen Graphen in Abbildung 4.13, dass die Anzahl der detektierten Photonen auf den ersten Kanalringen ansteigt, während sie für die Rückwand sinkt. Zwischen der Rückwand und dem ersten Kanalring ist dennoch in allen Fällen ein großer Sprung zu erkennen. Dies liegt vor allem daran, dass die Rückwand  $8 \times 8 = 64$  Kanäle umfasst, während die einzelnen Kanalringe je nur  $4 \times 8 = 32$  Kanäle einschließen. Des Weiteren ist zu bedenken, dass die eine Hälfte dieser Kanäle mit zunehmendem  $\alpha$  immer weniger getroffen wird, während die andere mehr Photonen abbekommt und sich die Gesamtzahl der detektierten Cherenkov-Photonen somit ausgleicht.

Zuletzt ist noch anzumerken, dass selbst bei einem Einfallswinkel von  $45^\circ$  nur in etwa 10% der Photonen auf den letzten vier Randkanälen detektiert werden. Dies lässt sich mit den bisherigen Ergebnissen vereinbaren und spiegelt insbesondere die aus Abb. 4.10 gewonnenen Erkenntnisse wider.

Um nun noch den Einfluss der Erweiterung des Detektors um die Seitenkanäle unter verschiedenen Einfallswinkeln auf die Effizienz zu untersuchen, wird der Winkel  $\alpha$  in  $5^\circ$  Schritten von  $0^\circ$  bis  $45^\circ$  verstellt. Das Verhalten der Effizienz wird einmal mit und einmal ohne Seitenkanäle betrachtet. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.14 zu sehen. Für

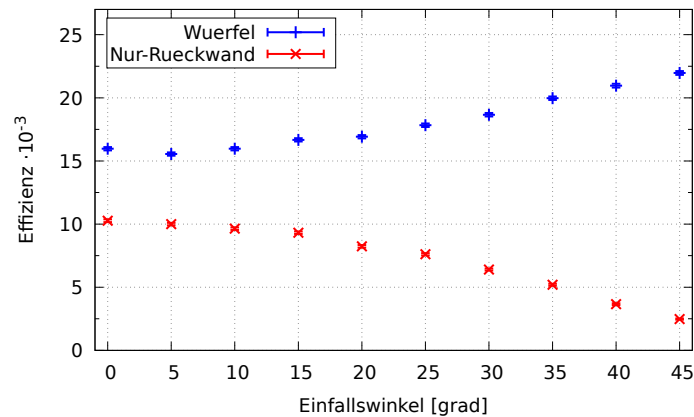


Abbildung 4.14: Effizienz bei verschiedenen Einfallswinkeln: Es wurden jeweils 1.000.000 Photonen der Energie 511 keV simuliert. Das PMMA ist ein Würfel der Kantenlänge 24,7 mm, es befinden sich entweder nur an der Rückwand SiPM-Kanäle (rot) oder auch an den vier Seitenwänden (blau).

$\alpha = 0^\circ$  ist der Unterschied des Setups mit SiPMs an den Seitenrändern gegenüber dem, welches nur auf der Rückwand eine Detektionsfläche hat, zu sehen. Hierbei ist zu beachten, dass die Effizienzen beider Setups höher sind, als die zuvor bestimmten, da in dieser Simulation eine nicht ausgedehnte und in eine Richtung strahlende Quelle verwendet wurde. Mit zunehmendem Einfallswinkel sinkt nun die Effizienz für den Nur-Rückwand-Aufbau auf 20% ihres Anfangswertes, während die Effizienz für den Würfel weiter ansteigt und bei  $\alpha = 45^\circ$  eine Effizienz von  $22 \cdot 10^{-3}$  erreicht. Des Weiteren ist zu bemerken, dass für beide Setups die Änderung der Effizienz bis  $\alpha = 15^\circ$  sehr gering

ist und erst dann steiler steigt bzw. fällt.

Dieser Verlauf ist zu erwarten, da, wie in den Graphen in Abbildung 4.13 zu sehen, mit zunehmendem  $\alpha$  immer weniger Cherenkov-Photonen auf der Rückwand detektiert werden. Damit sinkt die Effizienz für den Nur-Rückwand-Aufbau. Dass die Effizienz für den Würfel-Aufbau steigt und nicht konstant bleibt, liegt daran, dass sich mit dem Einfallswinkel auch die effektive Dicke des PMMA ändert. Für den maximalen Winkel  $\alpha = 45^\circ$  legen die einlaufenden Photonen einen Weg von 34,9 mm durch das PMMA zurück, die Wahrscheinlichkeit für einen Comptoneffekt steigt somit.

Zuletzt ist noch zu bemerken, dass die Effizienz für den Nur-Rückwand-Aufbau weiter sinkt, als sie für den anderen Aufbau steigt.

### Vergrößern der Rückwand

Da die Effizienz durch die Wahl eines dickeren PMMA-Radiators und das Anbringen der SiPM-Arrays an den Seitenrändern schon weiter erhöht werden konnte, soll der Detektor auch noch in x-y-Richtung vergrößert werden. Hierzu wird die Rückwand vergrößert, indem dort größere SiPM-Arrays angebracht werden. Es werden mehrere Simulationen durchgeführt. Das PMMA bleibt immer 24,7 mm dick und mit SiPM-Arrays, welche in z-Richtung 8 Kanäle lang sind, an den vier Seitenwänden versehen. Auf der Rückwand wird die Anzahl der SiPM-Kanäle Schritt für Schritt erhöht und die Größe des PMMA-Radiators so angepasst, dass die gesamte Fläche mit SiPMs abgedeckt ist. Für die Simulationen werden wieder 511 keV Photonen und die ausgedehnte Quelle sowie die Blende genutzt. In Abb. 4.15 sind die Ergebnisse zu sehen. Es stellt sich heraus, dass

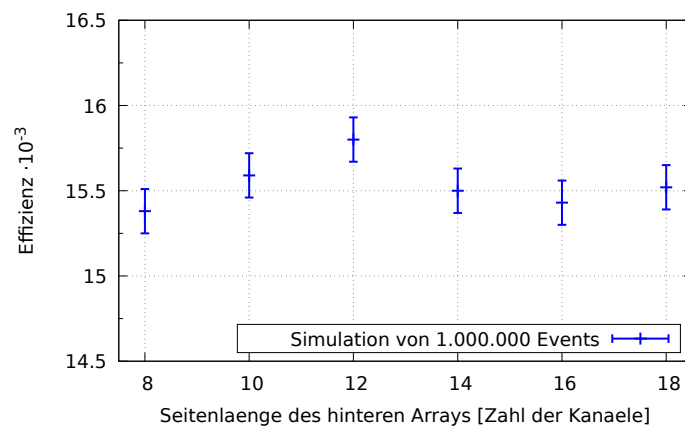


Abbildung 4.15: Die Effizienz aufgetragen gegen die Seitenlänge des Arrays auf der Rückwand: Es wurden je 1.000.000 Photonen simuliert.

die Effizienz nicht gesteigert werden kann, sondern immer innerhalb der Unsicherheiten konstant bleibt. In Abschnitt 4.1.1 wurde bereits festgestellt, dass die Effizienz beim Vergrößern des PMMA nicht steigt, jedoch wurde dort nur die Radiatorfläche vergrößert und nicht die Detektionsfläche.



Da aufgrund der Ergebnisse in Abschnitt 4.2.1 eine geringe Steigerung der Effizienz mit wachsender Anzahl der Kanäle erwartet wurde, ist es von Interesse in wie weit die SiPM-Kanäle an den Rändern bei größerer Rückwand eine Rolle spielen. Daher ist in Abb. 4.16 die Anzahl der detektierten Cherenkov-Photonen auf der Rückwand für verschiedene Größen dieser aufgetragen. Auch hier konnten die entsprechenden Werte

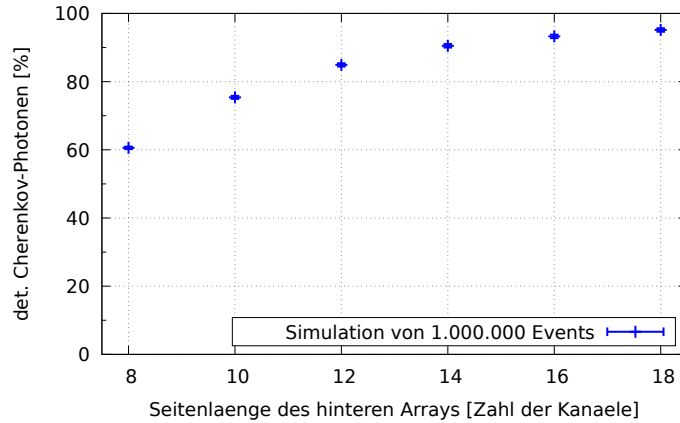


Abbildung 4.16: Anteil der Cherenkov-Photonen, die auf der Rückwand detektiert werden: Es wurden je 1.000.000 Photonen der Energie 511 keV simuliert. Die Zahl der detektierten Photonen auf der Rückwand wurde auf die Gesamtzahl detektierter Photonen normiert.

wieder aus den Hitmaps abgelesen werden. Wie man sieht, erhält man auch hier einen gesättigten Verlauf der Anzahl der Photonen. Ab einer Seitenlänge von 16 Kanälen macht eine weitere Vergrößerung kaum einen Unterschied. Ebenso ist zu erkennen, dass bei dieser Größe bereits fast 95 % der Photonen auf der Rückwand detektiert werden, was darauf schließen lässt, dass bei dieser Größe keine Seitenarrays mehr nötig sind, sofern die Quelle senkrecht vor dem Detektor steht.

### 4.2.3 Zusammenfassung

In den vorherigen Abschnitten wurden verschiedene neue Setups für die Cherenkov-basierte Comptonkamera vorgestellt. Die Hauptaspekte sind das Vergrößern des PMMA in z-Richtung, das Verfeinern bzw. Vergrößern der SiPM-Arrays sowie das Anbringen der Arrays an den Seitenrändern des PMMA. In diesem Abschnitt wird noch einmal zusammengefasst, was zuvor festgestellt wurde.

Der ursprüngliche Aufbau hat eine Effizienz von

$$\epsilon_{\text{Start}} = (1,50 \pm 0,04) \cdot 10^{-3}. \quad (4.2)$$

Nur durch das Ändern der Größe des PMMA in x- und y-Richtung lässt sich die Effizienz zunächst nicht steigern. Werden jedoch größere SiPM-Arrays an der Rückseite

angebracht, so kann die Effizienz erhöht werden. Wie in Tabelle 2 zu sehen, wird sie jedoch durch ein Array der dreifachen Seitenlänge nur verdoppelt. Um eine höhere Effizienz zu erhalten wurde also im nächsten Schritt, ausgehend von der Anfangsgeometrie, die PMMA-Dicke vergrößert.

Hier wurde festgestellt, dass sich die Effizienz bis zu einer Dicke von etwa 24 mm erhöht und danach konstant bleibt. Für diese Dicke erreicht sie ungefähr den Wert  $(4,50 \pm 0,07) \cdot 10^{-3}$  und hat sich somit verdreifacht.

Um die Effizienz noch weiter zu steigern, wurden im nächsten Schritt auch die Seitenränder des PMMA mit SiPM-Arrays versehen. Sie erreicht dann einen Wert von  $(15,39 \pm 0,13) \cdot 10^{-3}$  und wurde somit in Bezug auf den ursprünglichen Aufbau um einen Faktor zehn vergrößert. Es wurde festgestellt, dass die letzten vier Kanalringe kaum noch zur Effizienz beitragen.

Für verschiedene Einfallswinkel der Photonen erweisen sich die Seitenarrays ebenfalls als sehr nützlich, denn die Effizienz steigt mit zunehmendem Winkel, während sie für den Aufbau ohne Seitenarrays abnimmt. In diesem Absatz wurde eine Punktquelle genutzt, was vermuten lässt, dass die Änderung für die ausgedehnte Quelle noch geringer wäre. Man erhält also unabhängig vom Einfallswinkel stets ähnliche Ergebnisse.

Im letzten Schritt wurde als Kombination der beiden vorherigen Erweiterungen das SiPM-Array an der Rückwand vergrößert. Hier ist jedoch keine Änderung der Effizienz festzustellen. Die detektierten Cherenkov-Photonen wurden lediglich anders auf die Kanäle verteilt. Es wurde festgestellt, dass die meisten hier schon auf der Rückwand detektiert werden, daher sollen die beiden folgenden Setups beibehalten und im nächsten Abschnitt miteinander verglichen werden.

1. Der Würfel mit PMMA der Kantenlänge 24,7 mm. An der Rückwand und den vier Seitenwänden mit einem  $8 \times 8$  SiPM-Array versehen. Er liefert eine Effizienz von

$$\epsilon_{\text{Würfel}} = (15,39 \pm 0,13) \cdot 10^{-3}. \quad (4.3)$$

2. Der Nur-Rückwand-Aufbau mit PMMA der Maße  $49,5 \times 49,5 \times 24,7 \text{ mm}^3$ . Es befindet sich nur an der Rückwand ein SiPM-Array. Dieses hat  $16 \times 16$  Kanäle der Seitenlänge 0,3 cm. Die Effizienz dieses Aufbaus ist

$$\epsilon_{\text{NurRückwand}} = (13,51 \pm 0,12) \cdot 10^{-3}. \quad (4.4)$$

In Tabelle 3 sind die oben diskutierten Änderungen der Effizienz noch einmal zusammengetragen. Im oberen Teil sind die Änderungen, die zum Würfel führen, zu sehen, im unteren Teil diese, welche zum Nur-Rückwand-Aufbau führen.

Vorgenommene Änderung	Effizienz $\cdot 10^{-3}$	Steigerung der Effizienz in %
Vergrößern der PMMA-Dicke auf 24,7 mm	$4,50 \pm 0,07$	200
Anbringen der Seitenarrays (je $8 \times 8$ Kanäle der Seitenlänge 0,3 cm)	$15,39 \pm 0,13$	242
Vergrößern des hinteren SiPM-Arrays	$15,39 \pm 0,13$	0
Vergrößern der PMMA-Fläche auf $49,5 \times 49,5 \text{ mm}^2$	$1,50 \pm 0,04$	0
Vergrößern der Detektionsfläche ( $16 \times 16$ Kanäle der Seitenlänge 0,3 cm)	$2,79 \pm 0,05$	86
Vergrößern der PMMA-Dicke auf 24,7 mm	$13,51 \pm 0,12$	384

Tabelle 3: Gegenüberstellung der Effizienzen bei verschiedenen Erweiterungen des Aufbaus: Die prozentuale Steigerung bezieht sich immer auf den Wert davor. Oben: Änderungen, die zum Würfel führen. Unten: Änderungen, die zum Nur-Rückwand-Aufbau führen.

### 4.3 Vergleich der beiden neuen Geometrien

In diesem Abschnitt werden, wie zuvor erwähnt, einige weitere Untersuchungen vorgenommen. Dazu gehört das Verhalten der Effizienz bei verschiedenen Energien, sowie die Anzahl der detektierten Cherenkov-Photonen in Abhängigkeit der Comptonstreuungswinkel. Ebenso wird der dark count implementiert und verschiedene Definitionen der Effizienz gegenübergestellt. Diese Untersuchungen werden je mit beiden Aufbauten durchgeführt, sodass diese miteinander verglichen werden können. Der Einfallswinkel  $\alpha$  liegt hier wieder bei  $0^\circ$ .

#### 4.3.1 Dark count

Zunächst wird der dark count implementiert. Die *dark count rate* (DCR) ist eine Eigenschaft von Detektoren, die Photonen zählen. Mit dieser Rate werden Signale gezählt, obwohl keine Photonen auf den Detektor getroffen sind. Der dark count ist vor allem thermischen Ursprungs [10].

Die DCR ist hier  $50,000 \text{ s}^{-1}$  pro Kanal. Bei einem Zeitfenster von 5 ns ergibt sich ein Erwartungswert für die Anzahl der eintretenden dark count Ereignisse von:

$$\lambda = 50,000 \text{ s}^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 2,5 \cdot 10^{-4}. \quad (4.5)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung folgt einer Poissonverteilung mit Erwartungswert  $\lambda$ . Daraus berechnet sich die Wahrscheinlichkeit für mindestens ein zusätzliches Signal zu

$$P_{\text{dc}} = 2,499 \cdot 10^{-4}. \quad (4.6)$$

Ebenso wie die Signale, die tatsächlich durch ein Photon verursacht wurden, unterliegen auch die dark count Signale dem Crosstalk. Das heißt, mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit wird ein Signal doppelt gezählt. In diesem Fall liegt die Wahrscheinlichkeit bei  $P_{\text{ct}} = 15\%$ .

Um dies in der Simulation zu implementieren, wird für jeden Kanal eine Zufallszahl zwischen Null und Eins gezogen und mit der Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{dc}}$  die Zahl der detektierten Photonen um eins erhöht. Im Anschluss daran wird eine weitere Zufallszahl gezogen und die Photonenzahl um ein weiteres erhöht, wenn jene unter 0,15 liegt. Hierbei ist zu beachten, dass in der Realität ein Crosstalk Ereignis wiederum ein weiteres verursachen kann. In der Simulation hingegen ist dies nicht implementiert. Dort ist nur eine zusätzliche Zählung durch den Crosstalk möglich. In Abb. 4.17 ist die Hitmap zu sehen, die ausschließlich die dark count und damit einher gehenden Crosstalk Signale zeigt. Man erkennt die gleichmäßige Färbung der Hitmap. Im Durchschnitt erzeugt jeder

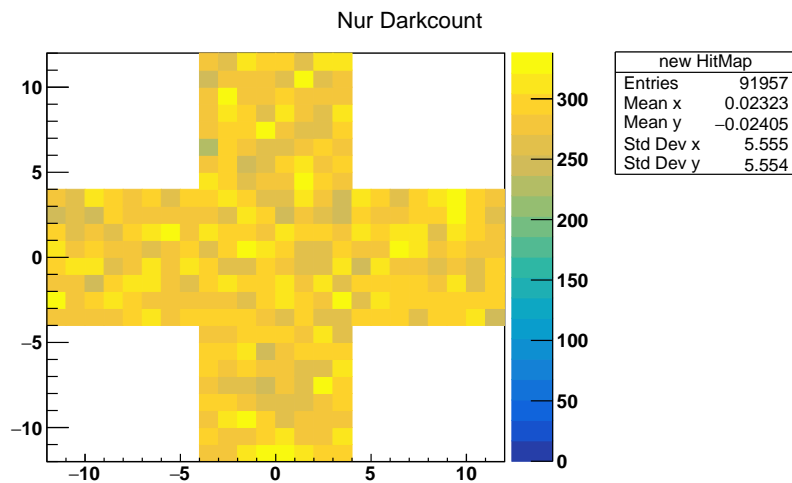


Abbildung 4.17: Hitmap der würfelförmigen Aufbau ohne Photonensignale: Es sind nur die dark count und damit einher gehenden Crosstalk Signale eingetragen. 1.000.000 Photonen wurden simuliert und es wurde jedes Signal eingetragen, unabhängig davon, wie viele Kanäle aktiv waren.

Kanal

$$P_{\text{dc}} \cdot P_{\text{ct}} \cdot 2 + P_{\text{dc}} \cdot (1 - P_{\text{ct}}) \cdot 1 + (1 - P_{\text{dc}}) \cdot 0 = 2,87 \cdot 10^{-4} \quad (4.7)$$

Signale pro Event. Bei 1.000.000 Events und  $5 \cdot 64$  Kanälen, ergibt das durchschnittlich 287 Signale pro Kanal und somit insgesamt 91.963 Signale. Die Hitmap hat insgesamt

91.657 Einträge und spiegelt diese Ergebnisse damit sehr gut wider. Auch die gleichmäßige gelbe Färbung, welche für ca. 250 bis 300 Einträge pro Kanal steht, stimmt mit den Berechnungen überein.

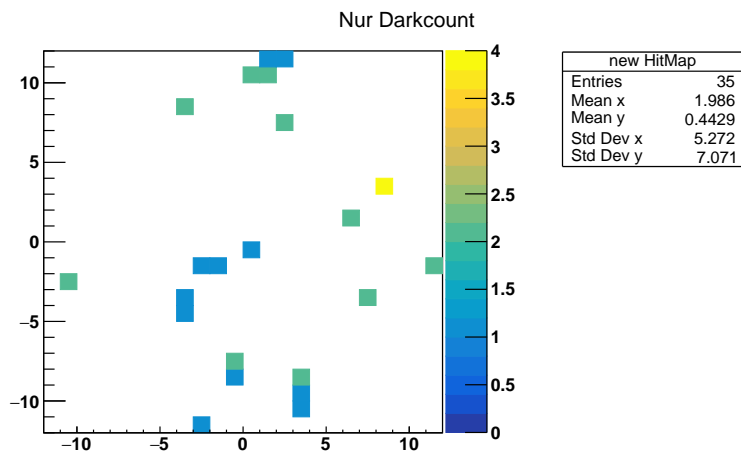


Abbildung 4.18: Hitmap des würfelförmigen Aufbaus ohne Photonensignale: Es sind nur die dark count und damit einher gehenden Crosstalk Signale eingetragen. Alle Einträge erfüllen die Bedingung, dass mindestens drei Kanäle aktiv und fünf Photonen detektiert sind.

In Abb. 4.18 ist noch einmal die Hitmap zu sehen, jedoch werden hier die ursprünglichen Bedingungen gefordert. Es sollen mindestens drei Kanäle aktiv und fünf Photonen detektiert sein. Hier sind nur 35 Einträge zu sehen, was zeigt, dass der dark count einen geringen Einfluss zu haben scheint. Dies wird in Abschnitt 4.3.3 genauer untersucht.

### 4.3.2 Effizienz vs Energie

Als nächstes soll die Effizienz bei verschiedenen Energien untersucht werden. Es wird dazu der würfelförmige Aufbau mit 8 Kanälen Seitenlänge, sowie der Aufbau mit der  $16 \times 16$  Rückwand genutzt. Für beide Aufbauten ist der PMMA-Radiator 24,7 mm dick. Des Weiteren werden verschiedene Definitionen der Effizienz miteinander verglichen. Die Mindestanzahl aktiver Kanäle (MAAK) wird auf 3, 4, 5 oder 6 gesetzt. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.19 zu sehen. Im oberen Diagramm wurde der würfelförmige Detektor verwendet, im unteren der Nur-Rückwand-Aufbau. In beiden Fällen wurde die ausgedehnte Quelle und die Blende simuliert.

Die Effizienz steigt bis zu einer Energie von 1 MeV sehr stark, sie verzehnfacht sich beinahe. Von 1 MeV auf 1,5 MeV steigt die Effizienz noch weiter, jedoch nur sehr schwach. Danach fällt sie wieder. Für beide Setups ist der Verlauf sehr ähnlich, es ist lediglich die Effizienz des Würfels ein wenig höher. Mit zunehmender Photonenenergie steigt auch die

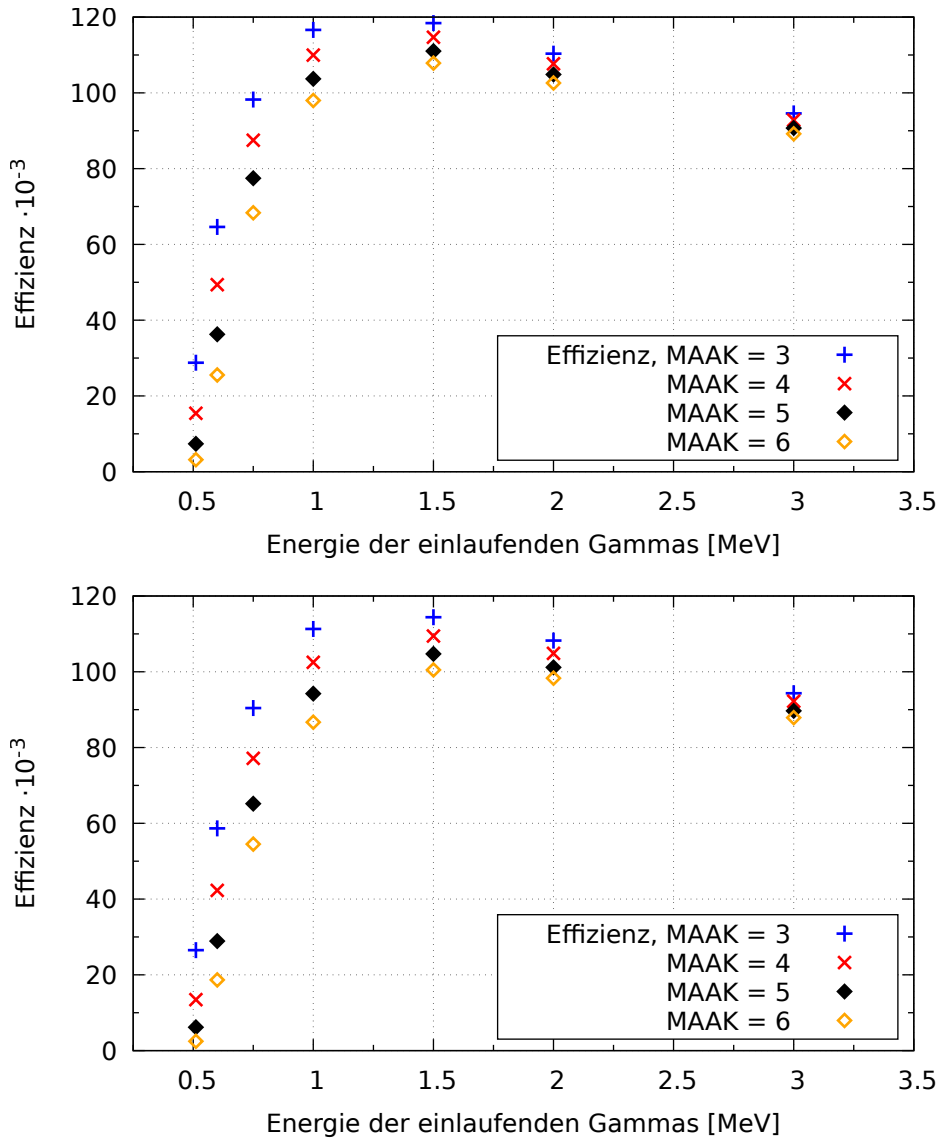


Abbildung 4.19: Effizienz bei verschiedenen Photonenenergien: Der würfelförmige Aufbau (oben) verglichen mit dem  $16 \times 16$  Aufbau (unten). Es wurden je 1.000.000 Photonen simuliert.

Energie der Comptonelektronen und damit die Zahl der Cherenkov-Photonen. Gleichzeitig sinkt jedoch die Interaktionswahrscheinlichkeit und demnach auch die Wahrscheinlichkeit für einen Comptoneffekt. Daher beginnt die Effizienz bei einer Photonenenergie von 2 MeV wieder zu sinken. Folglich trifft der Effekt, dass ab einer Energie von 1,5 MeV nahezu alle Comptonereignisse die Detektionsbedingung erfüllen, auf den sinkenden Interaktionswahrscheinlichkeit. Aus diesem Grund sinkt die Effizienz zwar wieder ab der Energie 1,5 MeV, jedoch nur leicht.

### 4.3.3 Verschiedene Definitionen der Effizienz

Wie in Abschnitt 4.3.1 gesehen, ist der Einfluss des dark counts unter bestimmten Detektionsbedingungen sehr gering. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, in wie weit der dark count die Effizienz beeinflusst, wenn diese unter verschiedenen Bedingungen definiert wird. Nach wie vor bleibt die Effizienz durch Formel 3.2 gegeben, jedoch variiert die geforderte Mindestanzahl der aktiven Kanäle und somit  $N_{\text{det}}$ . In Abb. 4.20 sind die Effizienzen den MAAK gegenübergestellt. Im oberen Diagramm wurde der würfelförmige Aufbau genutzt. Unten ist der gleiche Plot für den  $16 \times 16$  Aufbau zu sehen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Einträge mit und ohne dark count zunächst sehr weit auseinander liegen. Vor allem bei einer MAAK von eins ist der Unterschied sehr groß. Dies zeigt, dass eine Definition der Effizienz, welche keine einschränkenden Detektionsbedingungen einschließt, eher weniger sinnvoll ist.

Bei mindestens zwei Kanälen beträgt der relative Unterschied bereits nur noch ungefähr 9,2% für den würfelförmigen und ca. 7,2% für den  $16 \times 16$  Aufbau.

Ab einer Mindestanzahl von vier Kanälen überschneiden sich die Fehlerbalken der Ereignisse mit und ohne dark count. Der Anteil der dark count Signale welcher hier zur Effizienz beiträgt, ist folglich für diese MAAK so gering, dass er außer Acht gelassen werden kann. Die Plots sehen für beide Aufbauten sehr ähnlich aus, lediglich die Effizienz mit dark count ist zu Beginn für den Würfel höher, da diese von der Anzahl der Kanäle abhängt.

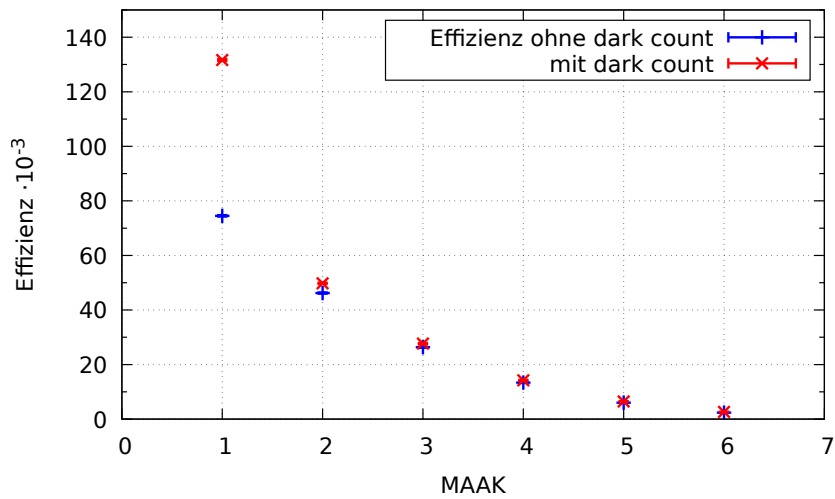
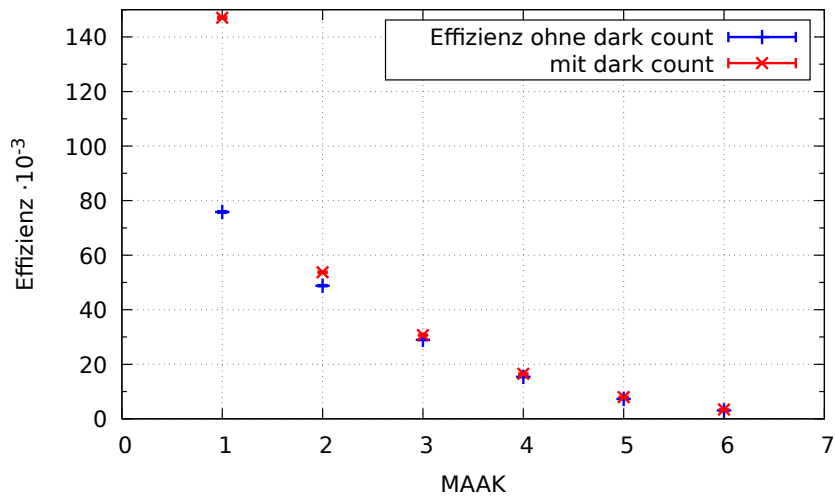


Abbildung 4.20: Effizienz aufgetragen gegen die MAAK: Der würfelförmige Aufbau (oben) verglichen mit dem  $16 \times 16$  Aufbau (unten). Es wurden 1.000.000 Photonen der Energie 511 keV simuliert.



#### 4.3.4 Compton vs Cherenkov

Es soll nun der Compton-Streuwinkel  $\varphi$ , das heißt der Winkel zwischen den Impulsen des Gammas vor und nach dem Comptoneffekt, gegen die Anzahl der detektierten Cherenkov-Photonen aufgetragen werden. Hierzu werden Gammas der Energie 1,5 MeV genutzt, da für diese die Effizienz am größten ist. Um die verschiedenen Aufbauten vergleichen zu können, wird auch hier der gleiche Plot für die drei verschiedenen Setups betrachtet. In Abb. 4.21 ist oben der Plot für den alten Aufbau mit dem  $8 \times 8$  Array und dem 8 mm dicken PMMA zu sehen, in der Mitte für den Würfel und unten für den  $16 \times 16$  Aufbau. Es wurde stets der erste Comptoneffekt aufgetragen und der Photontrack anschließend gestoppt.

Alle drei Abbildungen zeigen einen Anstieg der detektierten Photonen mit dem Compton-Streuwinkel. Dies liegt daran, dass die Energie des Comptonelektrons mit zunehmendem Streuwinkel steigt und dieses somit mehr Cherenkov-Photonen produzieren kann. Alle Einträge auf der y-Achse beginnen erst bei vier, da dies die Bedingung für ein detektiertes Photon ist. Des Weiteren lässt sich erkennen, dass die Einträge auf der x-Achse erst bei  $20^\circ$  beginnen und im Bereich von großen Winkeln, welche sich  $180^\circ$  annähern wiederum selten werden.

Das PMMA hat einen Brechungsindex von 1,49, somit ist die Mindestgeschwindigkeit, die ein Elektron haben muss, um Cherenkov-Photonen zu produzieren

$$v_{\min} = \frac{c}{1,49}. \quad (4.8)$$

Mit Hilfe der Formel 2.1 kann der kleinstmögliche Winkel  $\varphi$  berechnet werden:

$$\cos(\varphi_{\min}) = 1 - \frac{E_\gamma - E'_\gamma(v_{\min})}{E'_\gamma(v_{\min}) \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}} \quad (4.9)$$

$$\Rightarrow \varphi_{\min} \approx 17,5^\circ \quad (4.10)$$

Der berechnete Winkel ist etwas kleiner als der den die Abbildung zeigt, da zum einen eine Mindestanzahl an Cherenkov-Photonen erreicht werden muss und zum anderen nicht alle Photonen, die entstehen auch wirklich detektiert werden. Da bei großen Winkeln der höchste Energieübertrag stattfindet, kommen diese seltener vor, was das Ausdünnen der Kurve bei Winkeln nahe  $180^\circ$  erklärt.

Im Vergleich der Abbildungen untereinander stellt man fest, dass die beiden Setups ohne SiPM-Arrays an den Seiten einige Einträge von geringen Photonenzahlen für große Winkel haben, während der Plot beim Würfel steiler aussieht. Es scheint, als würden die Cherenkov-Photonen, die bei größeren Streuwinkeln entstehen, eher am Rand detektiert. Somit hat der Würfel weniger Einträge für niedrige Photonenzahlen als die beiden anderen Geometrien.

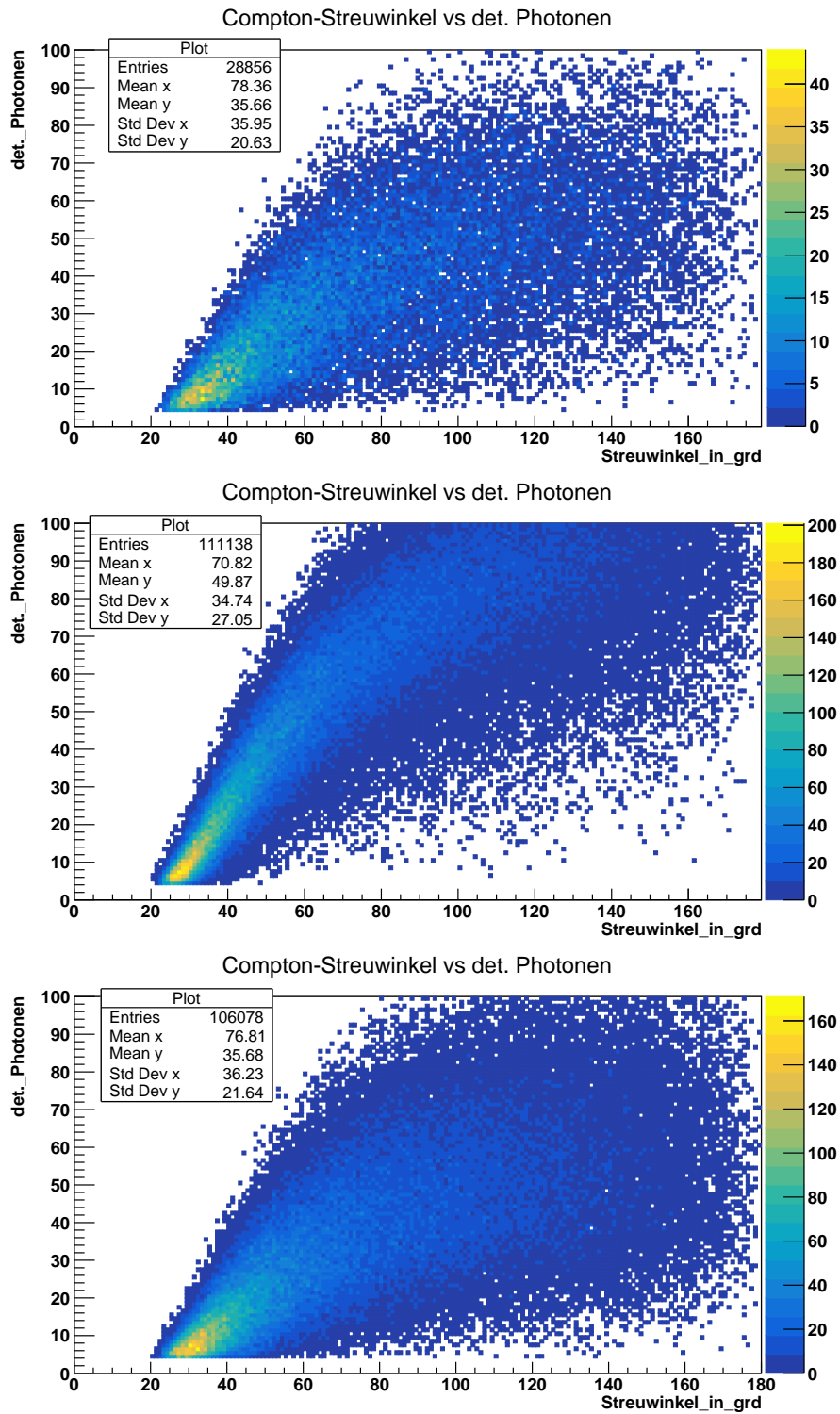


Abbildung 4.21: Anzahl der detektierten Photonen aufgetragen gegen den Compton-Streuwinkel  $\varphi$ : Das originale Setup (oben) verglichen mit dem  $8 \times 8 \times 8$  Würfel (Mitte) und dem  $16 \times 16$  Aufbau (unten). Es wurden 1.000.000 jeweils Photonen der Energie 1,5 MeV simuliert.

## 5 Prozesse im Detektor

Ausgehend von den Ergebnissen in Abschnitt 4.3.4 sollen nun die Prozesse, die im Detektor stattfinden, genauer betrachtet und untersucht werden. Vorher wird jedoch noch eine Korrektur in der Simulation vorgenommen.

### 5.1 Korrektur der Simulation (2)

Wie bereits im ersten Teil des Abschnitts 3.1 gesehen, hängt die Effizienz sehr stark von der Dicke der SiPM-Kanäle ab. Die Cherenkov-Photonen, die in das SiPM-Detektorvolumen gelangen, können gegebenenfalls an dessen Rändern reflektiert und dann ein weiteres Mal gezählt werden. Durch das Reduzieren der SiPM-Dicke konnten die Mehrfachzählungen eingedämmt werden, jedoch sollte die Effizienz idealerweise nicht von der SiPM-Dicke abhängen. Daher werden im Folgenden einige Methoden zum Verhindern dieser Doppeltzählungen untersucht.

Jedes Teilchen, das in der Simulation entsteht, bekommt eine TrackID zugewiesen. Die primären Teilchen, also in diesem Fall die einlaufenden Photonen, erhalten stets die ID Eins. Alle Secondaries, die daraus entstehen, zum Beispiel auch die Cherenkov-Photonen, erhalten eine TrackID größer als Eins.

Innerhalb der Simulation werden die Photonenhits gezählt, wenn sich ein Cherenkov-Photon in dem entsprechenden Detektorvolumen befindet. Um eine Doppeltzählung zu verhindern, wird vor jeder Zählung nach der TrackID gefragt und nur dann gezählt, wenn diese nicht -1 ist. Nach der Zählung wird die TrackID dann auf -1 gesetzt um von weiteren Zählungen ausgeschlossen zu werden. Mit diesen Einstellungen wurden alle bisherigen Simulationen gemacht, jedoch wurde hier eine Abhängigkeit von der SiPM-Dicke beobachtet.

Aus diesem Grund wurde noch der Befehl *StopAndKill* hinzugefügt, wodurch die Photonentracks nach der Zählung angehalten werden. Mit dieser Änderung wird bewirkt, dass die Effizienz nicht mehr von der SiPM-Dicke abhängt.

In Tabelle 4 sind die erhaltenen Effizienzen gegenüber gestellt. Wie dort zu sehen ist, verschwindet die Abhängigkeit von der SiPM-Dicke bei Verwendung des *StopAndKill* Befehls. Die Ergebnisse bei zusätzlichem Abfragen der TrackID liegen mit ihren statistischen Fehlern im selben Bereich, sodass im Folgenden darauf verzichtet werden kann. Durch den Vergleich der Ergebnisse bei Nutzung der TrackID Abfrage und Nutzung des *StopAndKill* Befehls ist zu erkennen, dass für 0,1 mm dickes PMMA dieselben Ergebnisse geliefert werden. Die Doppeltzählung wurde folglich bereits durch das dünne SiPM so stark eingedämmt, dass sie keinen weiteren Einfluss zu haben scheint. Dennoch wird für die folgenden Simulationen auf die Abfrage der TrackID verzichtet und stattdessen der Befehl *StopAndKill* genutzt, da nur dann Doppeltzählungen sicher vermieden werden können.

	Effizienz $\cdot 10^{-3}$
nur Abfrage der TrackID, 0,5 cm SiPM	$3,82 \pm 0,07$
nur Abfrage der TrackID, 0,1 mm SiPM	$1,50 \pm 0,04$
TrackID und <i>StopAndKill</i> , 0,5 cm SiPM	$1,44 \pm 0,04$
TrackID und <i>StopAndKill</i> , 0,1 mm SiPM	$1,46 \pm 0,04$
nur <i>StopAndKill</i> , 0,5 cm SiPM	$1,45 \pm 0,04$
nur <i>StopAndKill</i> , 0,1 mm SiPM	$1,50 \pm 0,04$

Tabelle 4: Gegenüberstellung der Effizienzen bei verschiedenen Methoden zur Vermeidung der Doppeltzählung: Simuliert wurden 1.000.000 Photonen der Energie 0,511 MeV und es wurde der ursprüngliche  $8 \times 8$  Aufbau mit 8 mm PMMA-Dicke genutzt. Der Crosstalk ist nicht mit einbezogen.

Ein weiterer Punkt ist, dass durch die Abfrage der TrackID der implementierte Crosstalk für die tatsächlichen Signale nicht berücksichtigt werden konnte. Dieser war ursprünglich durch das mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit exakte Wiederholen der Zählung der Signale umgesetzt. Durch die Abfrage der TrackID vor der zweiten Zählung, welche dann bereits auf -1 gesetzt war, kam es folglich jedoch nie zu einer zusätzlichen Zählung. Aus diesem Grund wurde der Crosstalk zur besseren Vergleichbarkeit in Tabelle 4 vollständig abgestellt. Da jedoch eine Simulation angestrebt wird, die die Realität möglichst genau widerspiegelt, soll der Crosstalk nun wieder angestellt werden.

Mit funktionierendem, implementiertem Crosstalk und dem Stoppen der Photonentracks nach Zählung ergibt sich eine Effizienz von

$$\epsilon_{\text{kor}(2)} = (1,53 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \quad (5.1)$$

Dieses Ergebnis liegt ebenfalls innerhalb des Fehlerbandes von der ursprünglichen Effizienz. Der Crosstalk hat demnach bei einer geforderten MAAK von vier keine erkennbaren Auswirkungen.

## 5.2 Comptoneffekt im PMMA

Es ist bereits bekannt, dass ein einlaufendes Gamma mehrere Comptoneffekte verursachen kann. Die Anzahl der Comptoneffekte pro einlaufendem Photon sind für zwei verschiedene Anfangsenergien in Abb. 5.1 zu sehen.

Wie in den beiden Plots zu erkennen, kann ein Photon bis zu sechs weitere Male einen Comptoneffekt auslösen. Am häufigsten kommt es jedoch vor, dass nur eine Comptonstreuung stattfindet. Die Photonen, die mehrere Comptonstreuerungen auslösen, machen bei 0,511 MeV Anfangsenergie nur 2 % aus, bei 1,5 MeV sind es 7,8 %. Beim Vergleich der beiden Graphen fällt auf, dass bei einer Energie von 0,511 MeV wesentlich mehr Comptonstreuerungen auftreten. Dies lässt sich auch mit den Erkenntnissen in Abschnitt 4.3.2 vereinbaren. Denn mit steigender Photonenenergie sinkt die Interaktionswahrscheinlich-

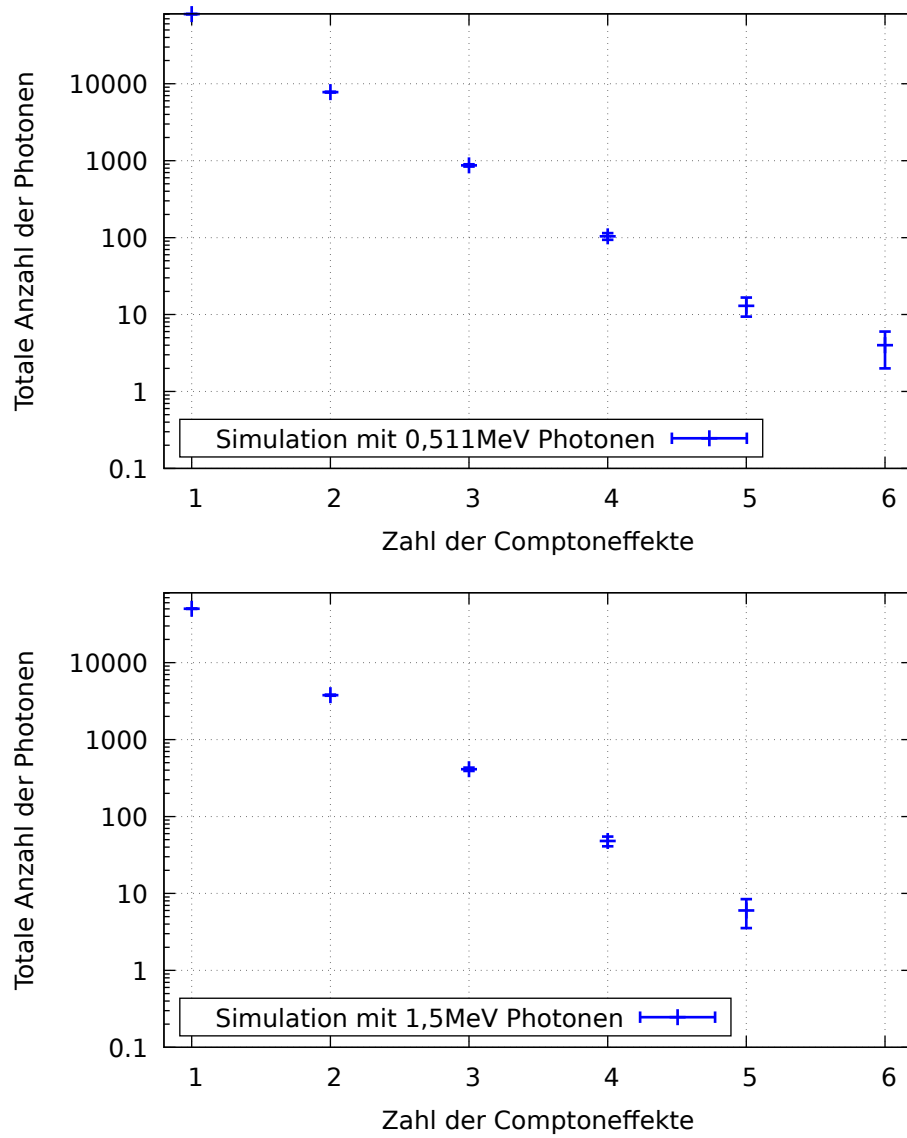


Abbildung 5.1: Anzahl der Comptoneffekte, die ein einlaufendes Photon der Energie 0,511 MeV (oben) bzw. 1,5 MeV (unten) verursacht: Es wurde der alte Standard-Aufbau mit 8 mm dickem PMMA genutzt und 1.000.000 Photonen simuliert. Die y-Achse ist logarithmisch aufgeteilt.

keit. Gleichzeitig ist der prozentuale Anteil der Photonen, die mehrere Comptonevents verursachen, bei größerer Energie höher, da die Energie nicht so schnell aufgebraucht ist.

Um dies genauer zu untersuchen, soll nun die Energieverteilung der Gammas nach dem Comptoneffekt betrachtet werden. Hierzu wird jedes Mal, wenn der Comptoncounter, welcher die Comptoneffekte zählt, auf Eins steht, die Energie des Gammas nach dem Streuprozess in ein Histogramm eingetragen. Auch in dieser Simulation wurde der ursprüngliche Aufbau mit 8 mm dickem PMMA und  $8 \times 8$  SiPM-Kanälen an der Rückwand genutzt und es wurden wieder 1.000.000 Photonen der Energien 0,511 MeV und 1,5 MeV simuliert. Die zugehörigen Histogramme sind in Abb. 5.2 zu sehen.

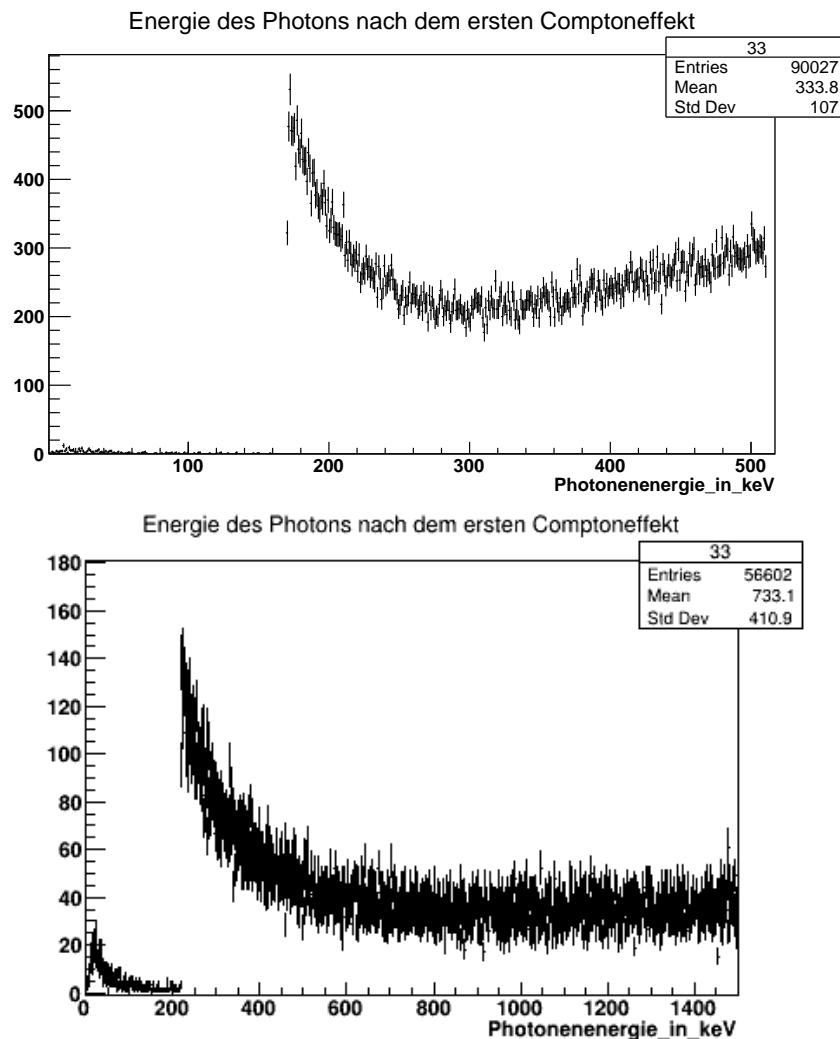


Abbildung 5.2: Energie der Photonen nachdem ein Comptoneffekt stattgefunden hat: 1.000.000 Photonen der Energien 0,511 MeV (oben) und 1,5 MeV (unten) wurden simuliert.

Der Energieübertrag im Comptoneffekt ist bei Rückstreuung des Photons, also bei einem Winkel  $\varphi = 180^\circ$ , am größten. Die Energie, die das Photon nach der Streuung noch übrig hat, kann eine gewisse Grenze folglich nicht unterschreiten. Diese Grenze, die für das Elektron gleichzeitig auch den maximalen Energieübertrag bestimmt, nennt man Comptonkante. Sie soll im Folgenden berechnet werden. Dazu wird in Formel 2.1 der Winkel  $\varphi = 180^\circ$  eingesetzt.

$$E'_{\gamma,\min} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0c^2}(1 - \cos(180^\circ))} \quad (5.2)$$

$$= \frac{1,5 \text{ MeV}}{1 + \frac{1,5 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}}(1 - \cos(180^\circ))} \quad (5.3)$$

$$\approx 0,218 \text{ MeV} \quad (5.4)$$

Man erhält die Grenze 218 keV für ein einlaufendes Gamma der Energie 1,5 MeV und analog die Grenze 170 keV für diese mit 0,511 MeV Anfangsenergie. In beiden Histogrammen sind diese Kanten zu erkennen, jedoch liegen noch einige Einträge darunter. In den nächsten Schritten soll nun festgestellt werden, wodurch diese verursacht werden.

Da die einzige Bedingung für einen Eintrag in den Histogrammen in Abb. 5.2 ist, dass der Comptoncounter auf Eins steht, werden alle weiteren Effekte, die sich an den ersten Comptoneffekt anschließen, mit betrachtet, solange bis das Photon einem zweiten Comptoneffekt unterliegt.

### 5.2.1 Photoeffekt

In den Histogrammen in Abb. 5.2 ist dies zwar nicht zu erkennen, jedoch gibt es sehr viele Einträge mit der Energie 0 MeV. Der Photoeffekt ist der einzige mögliche Effekt, bei dem ein Photon seine gesamte Energie abgibt. Nachdem das Photon Comptongestreuert wurde, besitzt es eine geringere Energie und der Photoeffekt wird somit wahrscheinlicher. Es soll nun untersucht werden, wie häufig der Photoeffekt nach einem Comptoneffekt auftritt. Dazu wird nach jedem Comptoneffekt die Anzahl der Photonen, die einen Photoeffekt durchgeführt haben, eingetragen. Da diese Verteilung vom Wirkungsquerschnitt abhängt, werden Simulationen für die Energien 0,511 MeV und 1,5 MeV durchgeführt und es werden verschiedene PMMA-Dicken verwendet. Neben dem Aufbau mit 8 mm PMMA-Dicke wird auch ein 24,7 mm dicker PMMA-Radiator genutzt. In allen vier Simulationen hat das PMMA eine Seitenlänge von 24,7 mm in x- und y-Richtung. Die Ergebnisse sind alle zusammen in Abb. 5.3 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Zahl der sich an den Comptoneffekt anschließenden Photoeffekte mit der Anzahl der Comptoneffekte sinkt. Bei einer Energie von 1,5 MeV und einer PMMA-Dicke von 24,7 mm tritt der Photoeffekt am häufigsten auf. Für das 8 mm dicke PMMA und die Energie 0,511 MeV ist die totale Anzahl der Photoeffekte am geringsten. Für die Interpretation ist hier zu beachten, dass der Verlauf dieses Diagramms von der Anzahl der Comptoneffekte abhängt. Wie in Abbildung 5.1 gesehen, kommt es nur sehr selten vor, dass

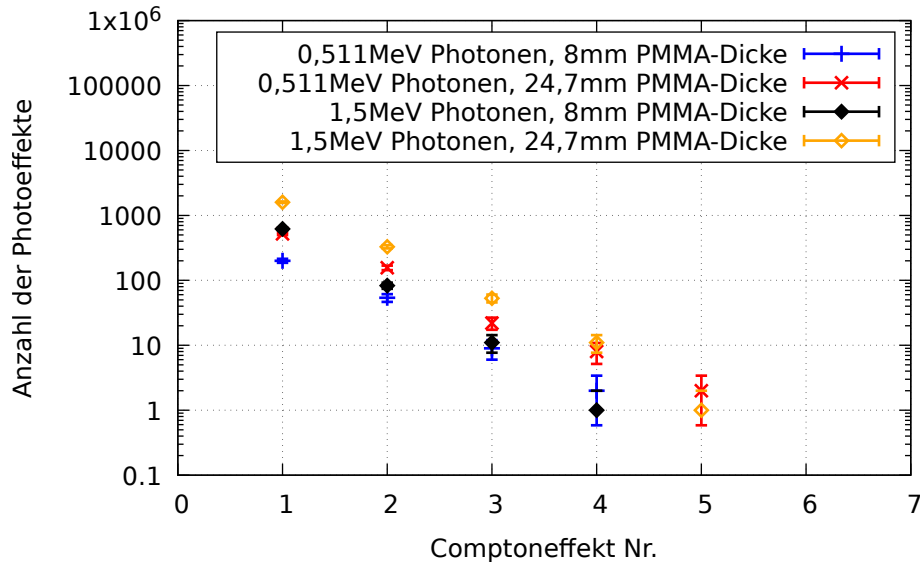


Abbildung 5.3: Anzahl der Photoeffekte nach dem n-ten Comptoneffekt bei verschiedenen Energien und Aufbauten: Die verwendeten Aufbauten sind oben beschrieben, es wurden 500.000 Photonen simuliert. Die y-Achse ist logarithmisch unterteilt.

ein einlaufendes Photon vier oder mehr Comptonstreuungen verursacht. Die Anzahl der auftretenden Photoeffekte wird dadurch unterdrückt.

Aus diesem Grund soll sie nun auf die Anzahl der Comptoneffekte normiert werden, wobei hier 100 % für den n-ten Comptoneffekt bedeuten, dass nach dem n-ten Comptoneffekt alle Photonen einem Photoeffekt unterliegen. In Abb. 5.4 ist der daraus entstehende Plot zu sehen. Da die Fehlerbalken dort zur Übersicht weggelassen wurden, sind die Werte mit ihren Fehlern noch einmal in Tabelle 5 dargestellt. Man erkennt, dass die

Comptoneffekt Nr.	0,511 MeV, 8 mm	0,511 MeV, 24,7 mm	1,5 MeV, 8 mm	1,5 MeV, 24,7 mm
1	(0,37 ± 0,03) %	(0,45 ± 0,03) %	(1,84 ± 0,08) %	(2,12 ± 0,06) %
2	(1,02 ± 0,14) %	(0,87 ± 0,08) %	(3,18 ± 0,36) %	(3,63 ± 0,21) %
3	(1,54 ± 0,52) %	(0,85 ± 0,19) %	(4,30 ± 1,33) %	(4,12 ± 0,58) %
4	(2,56 ± 1,84) %	(1,74 ± 0,63) %	(3,03 ± 3,08) %	(5,91 ± 1,84) %
5	(0,00 ± 0,00) %	(2,47 ± 1,77) %	(0,00 ± 0,00) %	(2,33 ± 2,36) %

Tabelle 5: Anzahl der auftretenden Photoeffekte nach dem n-ten Comptoneffekt: Die Werte aus Abb. 5.4 sind hier mit ihren Fehlern eingetragen. Die obere Spalte beschreibt jeweils die Energie der einlaufenden Photonen und die Dicke des PMMA.

relative Anzahl der Photoeffekte für die ersten drei bis vier Comptoneffekte steigt und erst im Anschluss daran auf Null sinkt. Dass die Anzahl steigt, hängt damit zusammen,



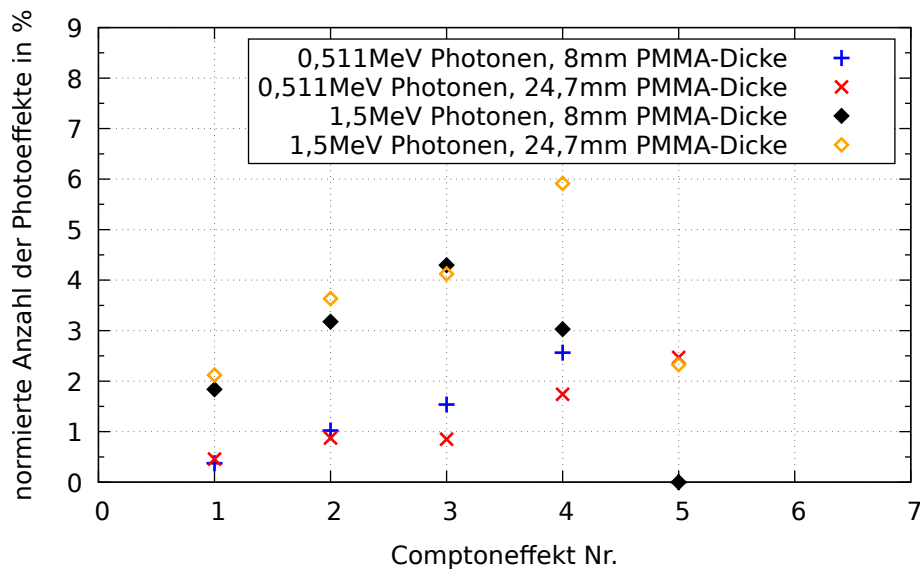


Abbildung 5.4: Anzahl der auftretenden Photoeffekte nach dem n-ten Comptoneffekt: Die Werte sind jeweils auf die Anzahl der Comptoneffekte normiert und es wurde die selbe Simulation wie in Abb. 5.3 genutzt. Um die Graphik übersichtlicher zu gestalten, wurden hier die Fehlerbalken weggelassen. (siehe Tabelle 5)

dass die Energie nach einer Comptonstreuung sinkt und somit der Wirkungsquerschnitt für den Photoeffekt steigt. Für die dickere PMMA-Schicht fällt die Anzahl der Photoeffekte nach dem fünften Comptoneffekt nicht auf Null. Dies könnte zum einen daran liegen, dass die Strecke von 24,7 mm wesentlich länger ist als die für das 8 mm dicke PMMA und die Photonen somit auch nach dem sechsten Comptoneffekt noch nicht am Ende des PMMA-Radiators angekommen sind. Zum anderen lässt sich dies mit der geringen Statistik begründen, denn die Anzahl der Photonen, die mehrere Comptoneffekte hervorrufen, ist sehr gering. Gibt man den statistischen Fehler mit an, so sind die Werte für Comptoneffekt Nr. 5 sowohl mit Null, als auch mit den Werten von Comptoneffekt Nr. 1 vereinbar.

Ebenso ist zu sehen, dass Photonen mit einer höheren Anfangsenergie generell mehr Photoeffekte verursachen. Dies stimmt nicht mit den Erwartungen überein, da bei höheren Energien der Comptoneffekt gegenüber dem Photoeffekt dominieren sollte. Warum sich dennoch ein solcher Verlauf ergibt, wird sich im nächsten Abschnitt zeigen. Dort wird man zudem sehen, dass Comptoneffekt Nr. n in diesem Fall nicht unbedingt bedeutet, dass das einlaufende Photon n mal Comptongestreut wurde. Zusätzliche Comptoneffekte können auch durch die Sekundärteilchen hervorgerufen werden, welche durch den ersten entstehen.

## 5.2.2 Bremsstrahlung

Eine weitere Ursache für die Einträge unterhalb der Comptonkante ist die Bremsstrahlung. Je nach Energie des Comptonelektrons, erzeugt dieses nicht unbedingt Cherenkov-Licht sondern kann auch Bremsstrahlung emittieren. Dies sind ebenfalls Photonen, deren Energie in das Histogramm eingetragen wird. Lässt man sich von in der Simulation den jeweiligen Effekt, durch welchen das entsprechende Teilchen entstanden ist, angeben, so stellt man fest, dass die Photoeffekte meist auf einen Comptoneffekt folgen. Es kommt nur sehr selten vor, dass der erste Effekt, dem das einlaufende Gamma unterliegt, der Photoeffekt ist. Zum Einen lässt sich dies damit begründen, dass für die gewählten Anfangsenergien 0,511 MeV und 1,5 MeV der Comptoneffekt gegenüber dem Photoeffekt dominiert (vgl. Abb. 2.1). Nach der ersten Comptonstreuung liegt die Energie der Photonen jedoch noch immer im für den Comptoneffekt dominanten Bereich, wie in den Histogrammen in Abb. 5.2 zu sehen. Zudem tritt der Photoeffekt bei einer höheren Anfangsenergie der Photonen häufiger auf. Es lässt sich daher vermuten, dass die Photoeffekte hauptsächlich von den Photonen der Bremsstrahlung ausgelöst werden.

Um diese Annahme weiter zu überprüfen, soll die Energieverteilung der Bremsstrahlung betrachtet werden. Abb. 5.5 zeigt die Histogramme der Energie der Bremsstrahlung bei einer Anfangsenergie von 0,511 MeV und 1,5 MeV. Es ist zu erkennen, dass die Energie der Bremsstrahlung weit gestreut ist, sich jedoch vor allem im niedrigen Energiebereich befindet. Demnach erscheint es sinnvoll, dass der Photoeffekt sich tatsächlich an das Entstehen von Bremsstrahlung anschließt. Des Weiteren sieht man, dass das Histogramm für 1,5 MeV in Abb. 5.5 wesentlich mehr Einträge hat als das Histogramm für 0,511 MeV. Dies liegt daran, dass aufgrund der höheren Anfangsenergie der Photonen auch die Comptonelektronen mehr Energie zur Verfügung haben und es somit nicht nur mehr Cherenkov- sondern ebenso mehr Bremsstrahlung geben kann.

Zuletzt wird nun der Effekt der Bremsstrahlung in der Simulation ausgestellt um zu sehen, ob die Einträge unterhalb der Comptonkante tatsächlich hierdurch ausgelöst werden. In den Histogrammen in Abb. 5.6 ist die Energieverteilung zu sehen, die sich dann ergibt. Man sieht, dass fast alle Einträge unterhalb der Comptonkante verschwinden. Dadurch wird bestätigt, dass diese durch die Bremsstrahlung ausgelöst wurden. Auch die Einträge mit der Energie Null sind nicht mehr vorhanden, was darauf schließen lässt, dass der Photoeffekt tatsächlich nur durch Bremsstrahlung verursacht wird.

Betrachtet man vor diesem Hintergrund noch einmal Abb. 5.4, so lässt sich erklären, weshalb der Photoeffekt bei größerer Anfangsenergie häufiger auftritt. Bei größerer Photonenenergie erhält auch das Comptonelektron mehr Energie und es gibt mehr Bremsstrahlung, welche Photoeffekte auslösen kann.

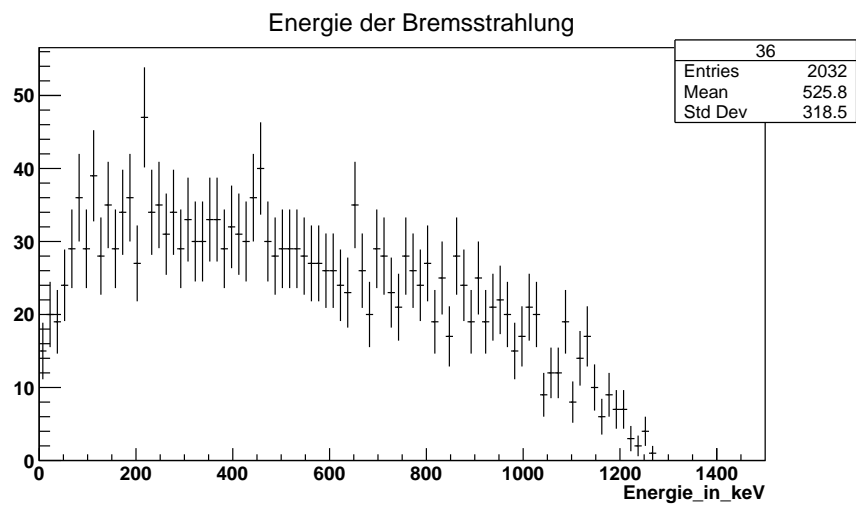
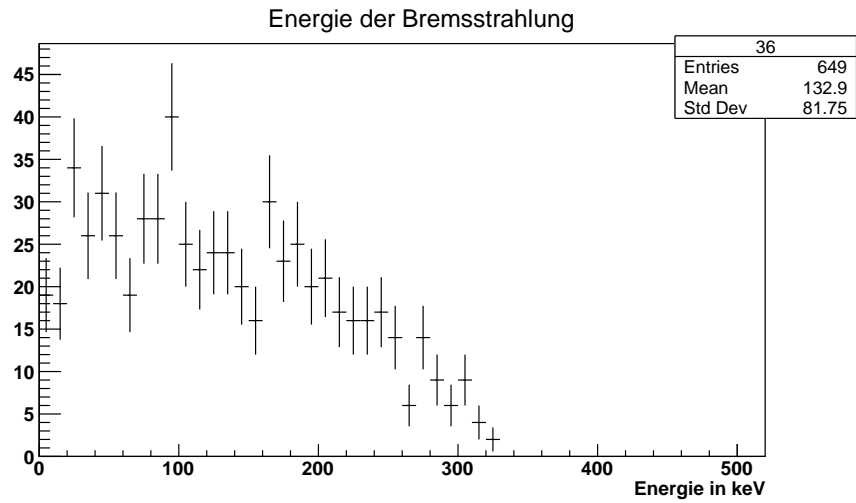


Abbildung 5.5: Energie der Bremsstrahlung bei einer Simulation mit 0,511 MeV (oben) bzw. 1,5 MeV (unten) Photonen: Es wurde der Standard-Aufbau genutzt und 1.000.000 Photonen simuliert.

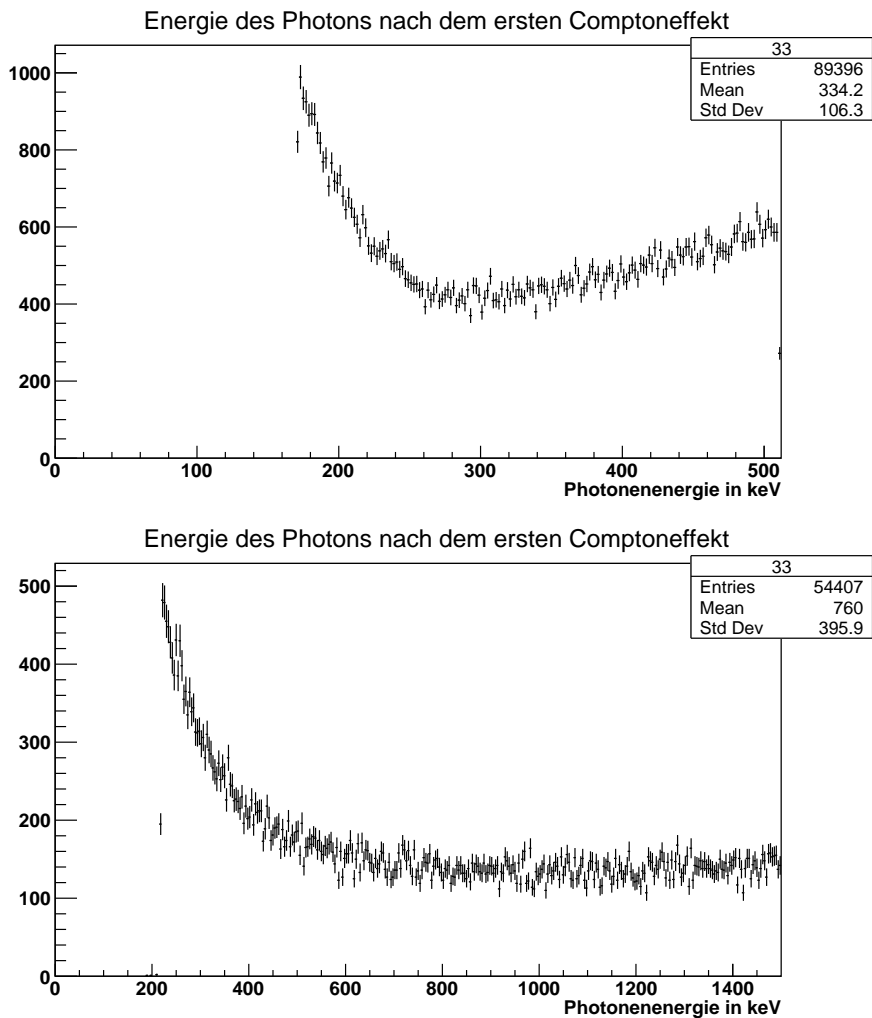


Abbildung 5.6: Photonenergie nach dem ersten Comptoneffekt ohne Betrachtung der Bremsstrahlung: Es wurden 1.000.000 Photonen mit Anfangsenergie 0,511 MeV (oben) bzw. 1,5 MeV (unten) simuliert und der Standard-Aufbau verwendet.

### 5.2.3 Paarbildung

Während nach Abschalten der Bremsstrahlung die Einträge unterhalb der Comptonkante für die 0,511 MeV Photonen vollständig verschwunden sind, bleiben für die Anfangsenergie 1,5 MeV einige wenige Einträge zu erklären. Dazu werden wiederum alle Prozesse, bei denen Sekundärteilchen entstehen, bei der Simulation ausgegeben. Hierbei stellt sich heraus, dass Paarbildung ebenfalls eine Rolle spielt. In seltenen Fällen kommt es bei dem einlaufenden Gamma zur Paarbildung und es entsteht ein Elektron-Positron-Paar. Durch Annihilation des Positrons mit einem ruhenden Elektron entstehen zwei Photonen, die einem Compton- oder Photoeffekt unterliegen können. Diese Photonen haben jedoch eine geringere Energie als das ursprüngliche und können damit nach der Comptonstreuung eine geringere Energie als die zuvor berechnete Comptonkante haben.

Die zugehörige Klasse in der Simulation heißt `G4GammaConversion` und kann bei Photonen der Energien 1,022 MeV bis 100 GeV auftreten [11]. Aus diesem Grund sind die Einträge für die 0,511 MeV Photonen bereits durch Abstellen der Bremsstrahlung verschwunden, während sie bei den 1,5 MeV Photonen noch auftreten können.

### 5.2.4 Zusammenfassung

In diesem Teilabschnitt wurde festgestellt, dass innerhalb des PMMA weitaus mehr Prozesse stattfinden, als nur die erwartete Comptonstreuung mit anschließendem Cherenkov-Effekt. Es können nicht nur mehrere Comptoneffekte hintereinander stattfinden, sondern ebenso spielt Bremsstrahlung eine Rolle (0,06 % bei 0,511 MeV und 0,20 % bei 1,5 MeV Anfangsenergie) und kann einen weiteren Comptoneffekt hervorrufen.

Im Folgenden sind die bekannten Interaktionsmöglichkeiten, die das Photon hat, beginnend mit der optimalen und ursprünglich erwarteten noch einmal zusammenfassend aufgelistet.

1. Das Photon wird comptongestreut und verlässt den Detektor unter dem Streuwinkel  $\varphi$  zu seiner vorherigen Flugbahn. Das Comptonelektron löst den Cherenkov-Effekt aus und die Cherenkov-Photonen werden detektiert.
2. Das Photon wird mehrfach comptongestreut und gegebenenfalls produziert jedes Comptonelektron Cherenkov-Photonen.
3. Das Comptonelektron erzeugt Bremsstrahlung an Stelle oder zusätzlich zu Cherenkov-Strahlung. Die dadurch entstehenden Photonen unterliegen dem Photoeffekt oder einem weiteren Comptoneffekt. Nach dem Photoeffekt haben die Photonen ihre gesamte Energie abgegeben. Ein weiterer Comptoneffekt kann wieder dieselben Folgeinteraktionen auslösen.
4. Das Photon unterliegt zuerst dem Photoeffekt und gibt seine gesamte Energie an ein Elektron ab.

- Es tritt Paarbildung auf. Das Positron annihiliert und erzeugt zwei neue Photonen, die wiederum einem Compton- oder Photoeffekt unterliegen können.

Mit diesem Wissen können die Histogramme aus Abb. 5.2 neu erstellt werden, wobei diesmal nur die Energie der ursprünglichen Comptongestreuerten Photonen eingetragen wird. Abbildung 5.7 zeigt die korrekte Version der Histogramme. Für das Erstellen dieser wurden alle Effekte in der Simulation zugelassen, es wurde lediglich beim Eintragen der Energien in die Histogramme die Bedingung gesetzt, dass tatsächlich nur die Energien der Comptongestreuerten Photonen zu sehen sind. In beiden Histogrammen ist nun

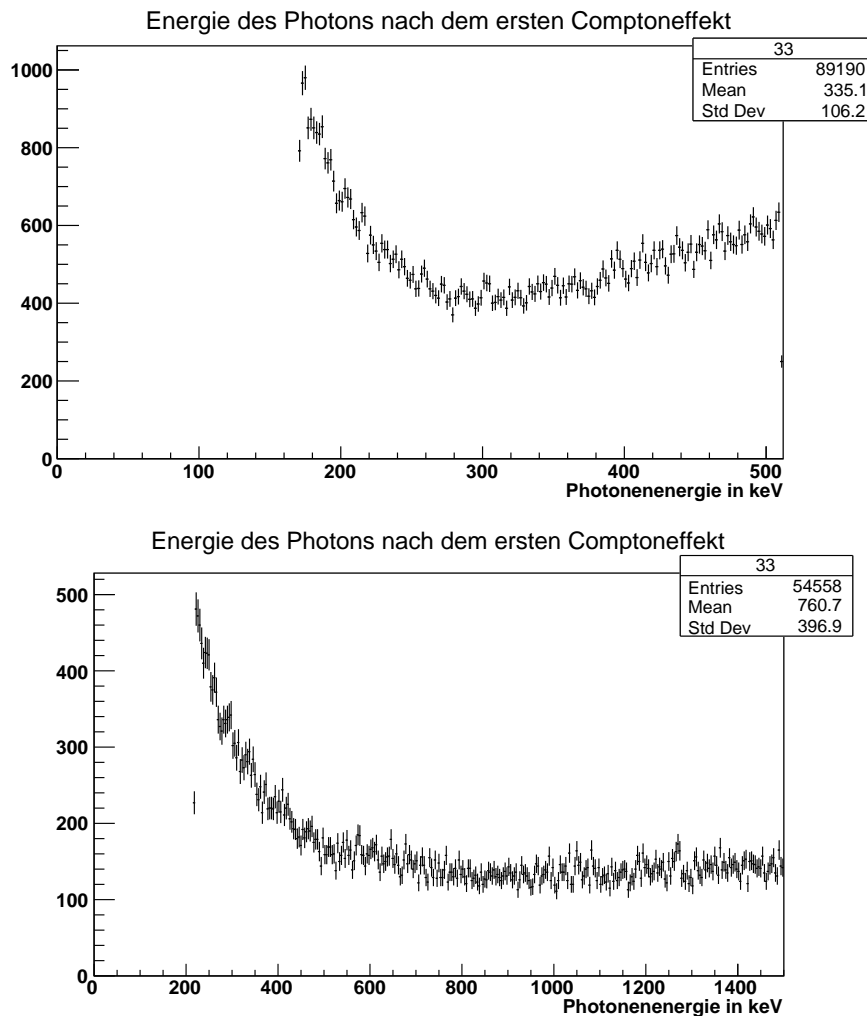


Abbildung 5.7: Energie der einlaufenden Photonen mit 0,511 MeV (oben) bzw. 1,5 MeV (unten) nach der ersten Comptonstreuung: Simuliert wurde mit den selben Einstellungen wie in Abb. 5.2, lediglich die Bedingung zum Füllen des Histogramms wurde geändert.

der erwartete Verlauf der Energien zu sehen. Man erkennt die im zu Beginn dieses Abschnitts berechnete Comptonkante, die nicht unterschritten wird.

Da nun klar ist, dass zusätzliche Comptoneffekte sowohl durch das ursprüngliche einlaufende Photon, als auch durch die nach dem ersten Comptoneffekt entstehende Bremsstrahlung ausgelöst werden kann, sollen die Anzahlen der Comptoneffekte noch einmal graphisch gegenüber gestellt werden. Hierbei wird unterschieden zwischen den Comptoneffekten, welche nur durch das einlaufende Photon ausgelöst werden und denen, welche ebenfalls durch Sekundärteilchen ausgelöst werden. In Abb. 5.8 ist dies zu sehen. Es

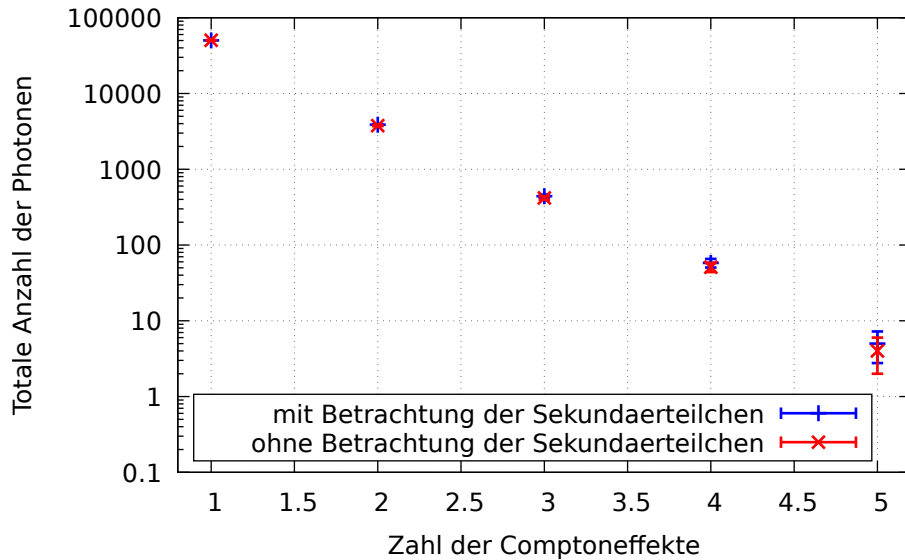


Abbildung 5.8: Gegenüberstellung der relativen Anzahl der Comptoneffekte mit Betrachtung der Sekundärteilchen und nur Betrachtung des einlaufenden Photons: 1.000.000 Photonen der Energie 1,5 MeV wurden simuliert. Es wurde der Standard-Aufbau genutzt.

ist zu erkennen, dass der Verlauf der beiden Plots sich kaum unterscheidet. Demnach werden die meisten zusätzlichen Comptoneffekte tatsächlich durch das einlaufende Photon ausgelöst, während die Sekundärteilchen den Photoeffekt verursachen. Es lässt sich daraus schließen, dass die Liste der Interaktionsmöglichkeiten im PMMA auch in etwa nach der Wahrscheinlichkeit des Auftretens geordnet ist.

## 6 Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurden verschiedene Detektorgeometrien der Comptonkamera hinsichtlich ihrer Effizienz untersucht. Es wurde zunächst die vorhandene Simulation an den experimentellen Aufbau angepasst. Durch das Modellieren einer ausgedehnten Quelle und der Bleiblende sowie weitere Änderungen in der Simulation selbst konnte die Effizienz dieser weiter an die des experimentellen Aufbaus angenähert werden.

Danach wurden auf dieser Grundlage zusätzliche Änderungen an der Geometrie vorgenommen. Es stellte sich heraus, dass das Erhöhen der Dicke des PMMA-Radiators die

Effizienz wesentlich steigert, während das Vergrößern des Radiators in x- und y-Richtung nahezu keinen Unterschied macht. Der Grund hierfür ist, dass sich mit steigender Dicke auch die Interaktionswahrscheinlichkeit erhöht und damit mehr Comptonelektronen produziert werden. Das bloße Vergrößern der Detektionsfläche erhöht die Effizienz nur geringfügig, da diese bereits groß genug gewählt war.

Es wurden zwei Setups ausgewählt, die für verschiedene Untersuchungen miteinander verglichen wurden. Der erste Aufbau ist der würfelförmige Aufbau, bei welchem fünf Seiten mit SiPM-Arrays verkleidet sind, der zweite ist ein  $16 \times 16$  Kanäle Aufbau, bei dem nur die Rückwand ausgelesen wird. Beide haben einen 24,7 mm dicken PMMA-Radiator, in x- und y-Richtung ist der Radiator des  $16 \times 16$  Aufbaus doppelt so groß. Die Effizienz des würfelförmigen Aufbaus bei einer mittig platzierten ausgedehnten Quelle ist  $(15,39 \pm 0,13) \cdot 10^{-3}$ , die des  $16 \times 16$  Aufbaus liegt bei  $(13,51 \pm 0,12) \cdot 10^{-3}$ . Damit liefern beide erneuerten Setups eine Effizienz, die in etwa um einen Faktor zehn größer ist als die des ursprünglichen Aufbaus.

Es wurde festgestellt, dass der  $16 \times 16$  Aufbau vor allem von Vorteil ist, wenn die Quelle nicht genau in der Mitte platziert ist. Denn durch die größere Fläche gegenüber dem Würfel treffen auch bei großen Verschiebungen der Quelle noch die meisten Photonen auf den Radiator. Auch bei verschiedenen Einfallswinkeln liefert der  $16 \times 16$  Aufbau gute Ergebnisse. Die Effizienz sinkt zwar mit steigendem Einfallswinkel, jedoch ist die Änderung prozentual gesehen kleiner als für den Würfel. Für diesen steigt die Effizienz sogar an.

Für den Vergleich des Würfel-Aufbaus mit dem Nur-Rückwand-Aufbau lässt sich festhalten, dass der Würfel-Aufbau zwar eine höhere Effizienz liefert, jedoch sind einige Kanäle an den Seitenrändern kaum notwendig. Diese werden erst sinnvoll, wenn der Einfallswinkel stark vergrößert wird. Aufgrund der großen Fläche des Nur-Rückwand-Aufbaus verringert ein großer Einfallswinkel die Effizienz hier jedoch ebenfalls nur mäßig. Auch bei weiteren Untersuchungen, die gemacht wurden, zum Beispiel das Verhalten der Effizienz bei verschiedenen Anfangsenergien unterscheiden sich die Ergebnisse der beiden Aufbauten kaum. Dies liegt in diesem Fall vor allem daran, dass die PMMA-Dicke, welche maßgeblich für die Effizienz verantwortlich ist, für beide Aufbauten dieselbe ist. Insbesondere unter dem Aspekt, dass für den Würfel-Aufbau wesentlich mehr SiPM-Kanäle notwendig sind, erscheint der  $16 \times 16$ -Aufbau eine etwas kostengünstigere und gleichzeitig nur geringfügig weniger effiziente Lösung zu sein.

Der letzte Punkt, der noch untersucht wurde, sind die Effekte im PMMA. Die Rekonstruktion des Photontracks mittels der Cherenkov-Photonen setzt voraus, dass diese durch einen einzigen Comptoneffekt dieses Photons entstanden sind. Wie in Kapitel 5 gesehen, spielen jedoch noch einige weitere Effekte eine Rolle. Der Einfluss des Photoeffekt wurde bereits in [6] untersucht. Dort wurde festgestellt, dass dieser zu vernachlässigen ist. Die zweit häufigste Interaktionsmöglichkeit ist jedoch, dass ein Photon mehrfach einem Comptoneffekt unterliegt. Mit zunehmender Dicke des PMMA steigt die Wahrscheinlichkeit dafür. Jedoch wurde festgestellt, dass sich die Anzahl der zusätzlichen Comptoneffekte nur im niedrigen Prozentbereich befindet. Zudem ist es fraglich, ob ein



Photon, nachdem es bereits einmal Comptongestreut wurde, beim zweiten Comptoneffekt noch genügend Energie an des Elektron überträgt, sodass dieses Cherenkov-Photonen produziert.

Weitere unerwünschte Comptonstreuungen können von der Bremsstrahlung ausgehen, jedoch wurde auch hier festgestellt, dass die Wahrscheinlichkeit dafür mit 0,06 % für 0,511 MeV und 0,20 % für 1,5 MeV Anfangsenergie sehr gering ist. Dasselbe gilt für die Comptoneffekte, die sich an Annihilation nach voraus gegangener Paarbildung anschließen. Diese werden mit zunehmender Anfangsenergie zwar wahrscheinlicher, jedoch müsste das entsprechende Comptonelektron nicht nur genügend Energie besitzen um Cherenkov-Photonen zu produzieren, sondern ebenso in die richtige Richtung fliegen, sodass diese detektiert werden können.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Effizienz des Detektors durch Vergrößern dieses gesteigert werden kann und vor allem die Dicke des PMMA-Radiators großen Einfluss darauf hat. Mit zunehmender PMMA-Dicke steigt gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit für unerwünschte Effekte, die das Ergebnis in Hinblick auf die Rekonstruktion des Cherenkov-Kegels verzerren könnten. Diese sind jedoch in diesem Rahmen sehr gering und können vernachlässigt werden.

Dennoch ist es für zukünftige Detektoren dieser Art von Vorteil, auch das ursprüngliche Gamma durch eine weitere Schicht zu detektieren, wie es im Konzept der eigentlichen Comptonkamera vorgeschlagen wird. So könnte man ein klareres Bild des Photonentracks erhalten und in Kombination mit den Ergebnissen aus dem Cherenkov-Detektor erkennen, welche Signale durch Nebeneffekte entstanden sind. Dies würde die Möglichkeit, die Quelle der Gammastrahlung zu bestimmen, weiter verbessern. Des Weiteren wäre es wünschenswert die Simulation noch weiter anzupassen, sodass sich die simulierten Ergebnisse kaum noch von den experimentellen unterscheiden lassen. So könnten noch genauere Vorhersagen über die Ergebnisse, die ein tatsächliches Experiment liefern würde, getroffen werden.

# Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 4, Kern-, Teilchen- und Astrophysik*. Springer, 2017.
- [2] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3, Atome, Moleküle und Festkörper*. Springer, 2005.
- [3] Hermann Kolanonski und Norbert Wermes. *Teilchendetektoren-Grundlagen und Anwendung*. Springer, 2016.
- [4] Antje-Christin Knopf und Antony Lomax. In vivo proton range verification: a review. *Physics in Medicine and Biology*, Juli 2013.
- [5] Katja E. Roemer; Wolfgang Enghardt; Fernando Hueso-Gonzalez; Fine Fiedler; Christian Golnik; Thomas Kormoll; Guntram Pausch; Johannes Petzoldt. Comptoncamera and prompt gamma ray timing: Two methods for in vivo range assessment in proton therapy. *Frontiers in Oncology*, 2016.
- [6] Hedia Bäcker. *Geant4 Simulation of a Cherenkov-Based SiPM ComptonCamera Prototype Setup*. Masterarbeit, Universität Siegen, Februar 2020.
- [7] Geant4Collaboration. *Book for Application Developpers*. März 2019.
- [8] Geant4 user support website, url: <https://geant4.web.cern.ch/support>, 2020.
- [9] Reimund Bayerlein. *Coincident Detection of Cherenkov Photons for Medical Applications*. PhD thesis, Universität Siegen, Juni 2020.
- [10] Rp photonics encyclopedia, url: [https://www.rp-photonics.com/photon\\_counting.html](https://www.rp-photonics.com/photon_counting.html), August 2020.
- [11] CERN. Low energy electromagnetic physics - livermore, url: <https://geant4.web.cern.ch/node/1619>, September 2020.

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Paarbildung, Compton- und Photoeffekt in Abhängigkeit der Energie des einlaufenden Gammas und der Kernladungszahl des Absorbers . . . . .	2
2.2	Schematische Darstellung des Comptoneffekts . . . . .	3
2.3	Graphische Darstellung der Entstehung der Cherenkov-Strahlung . . . . .	5
2.4	Schematische Darstellung einer Comptonkamera . . . . .	7
2.5	Schematische Darstellung der Cherenkov-basierten Comptonkamera . . . . .	7
3.1	Ausgangssituation . . . . .	9
3.2	Überarbeitete SiPM-Kanäle . . . . .	11
3.3	Skizze der $^{22}\text{Na}$ -Quelle im experimentellen Aufbau . . . . .	12
3.4	Simulation der Startimpulsverteilung durch die Bleiblende . . . . .	13
3.5	Simulation der ausgedehnten Quelle . . . . .	14
4.1	Skizze der aktuellen Detektorgeometrie . . . . .	17
4.2	Effizienz des Detektors aufgetragen gegen die Größe des Überstands über die Detektionsfläche . . . . .	17
4.3	Effizienz des Detektors aufgetragen gegen verschiedene PMMA-Dicken . . . . .	18
4.4	Hitmap des $2 \times 2 \cdot 4 \times 4$ Aufbaus . . . . .	19
4.5	Hitmap des $3 \times 3 \cdot 8 \times 8$ Aufbaus . . . . .	20
4.6	Hitmap des $3 \times 3 \cdot 8 \times 8$ Aufbaus . . . . .	20
4.7	Neue Geometrie . . . . .	21
4.8	Hitmap der Würfelgeometrie . . . . .	22
4.9	Prozentuale Anzahl der detektierten Cherenkov-Photonen pro Kanalring . . . . .	23
4.10	Effizienz bei verschiedenen Anzahlen von Kanälen an den Rändern . . . . .	23
4.11	Skizze des Aufbaus für die Untersuchung verschiedener Einfallswinkel $\alpha$ . . . . .	24
4.12	Hitmaps für die Einfallswinkel $\alpha = 0^\circ$ , $\alpha = 15^\circ$ , $\alpha = 30^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ . . . . .	25
4.13	Prozentualer Anteil der Cherenkov-Photonen pro Kanalring bei einem Einfallswinkel von $\alpha = 0^\circ$ , $\alpha = 15^\circ$ , $\alpha = 30^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ . . . . .	26
4.14	Effizienz bei verschiedenen Einfallswinkeln . . . . .	27
4.15	Die Effizienz aufgetragen gegen die Seitenlänge des Arrays auf der Rückwand . . . . .	28
4.16	Anteil der Cherenkov-Photonen, die auf der Rückwand detektiert werden . . . . .	29
4.17	Hitmap der würfelförmigen Aufbaus ohne Photonensignale . . . . .	32
4.18	Hitmap des würfelförmigen Aufbaus ohne Photonensignale . . . . .	33
4.19	Effizienz bei verschiedenen Photonenenergien . . . . .	34
4.20	Effizienz aufgetragen gegen die MAAK . . . . .	36
4.21	Anzahl der detektierten Photonen aufgetragen gegen den Compton-Streuwinkel $\varphi$ . . . . .	38
5.1	Anzahl der Comptoneffekte, die ein einlaufendes Photon der Energie 0,511 MeV bzw. 1,5 MeV verursacht . . . . .	41
5.2	Energie der Photonen nachdem ein Comptoneffekt stattgefunden hat . . . . .	42
5.3	Anzahl der Photoeffekte nach dem n-ten Comptoneffekt bei verschiedenen Energien und Aufbauten . . . . .	44
5.4	Anzahl der auftretenden Photoeffekte nach dem n-ten Comptoneffekt . . . . .	45

5.5	Energie der Bremsstrahlung bei einer Simulation mit 0,511 MeV bzw. 1,5 MeV Photonen . . . . .	47
5.6	Photonenenergie nach dem ersten Comptoneffekt ohne Betrachtung der Bremsstrahlung . . . . .	48
5.7	Energie der einlaufenden Photonen mit 0,511 MeV bzw. 1,5 MeV nach der ersten Comptonstreuung . . . . .	50
5.8	Gegenüberstellung der relativen Anzahl der Comptoneffekte mit Betrachtung der Sekundärteilchen und nur Betrachtung des einlaufenden Photons	51

## Tabellenverzeichnis

1	Gegenüberstellung der jeweiligen Anpassungen in der Simulation und der Änderung der Effizienz . . . . .	14
2	Gegenüberstellung der Effizienzen für verschieden SiPM-Arrays . . . . .	20
3	Gegenüberstellung der Effizienzen bei verschiedenen Erweiterungen des Aufbaus . . . . .	31
4	Gegenüberstellung der Effizienzen bei verschiedenen Methoden zur Vermeidung der Doppeltzählung . . . . .	40
5	Anzahl der auftretenden Photoeffekte nach dem n-ten Comptoneffekt . .	44

# Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate und Ergebnisse Anderer kenntlich gemacht habe.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift