



Gravitation

Gravitation

Sommersemester 2018

Claus Grupen

Kräfte

Kraft

Ladung

Quant

Gravitation

Masse

Graviton (?)

**Schwache
Wechselwirkung**

**schwache
Ladung**

W^+ , W^- , Z

Elektromagnetismus

el. Ladung

Photon

**Starke
Wechselwirkung**

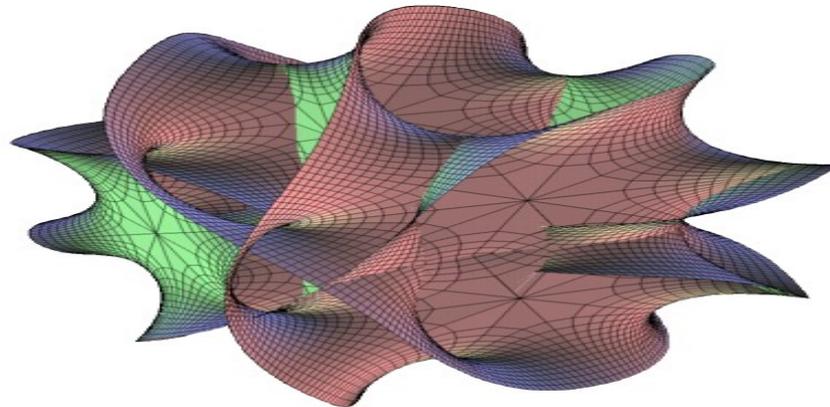
Farbe

Gluon

Besonderheiten der Gravitation

Im Elektromagnetismus, der starken und schwachen Wechselwirkung gibt es zu jedem Teilchen ein Antiteilchen,
in der Gravitation nicht.

**In der Gravitation gibt es keine Dipole, also auch keine Dipolstrahlung: die Gravitation ist also fundamental anders.
Und: es gibt kein Quantentheorie der Gravitation**

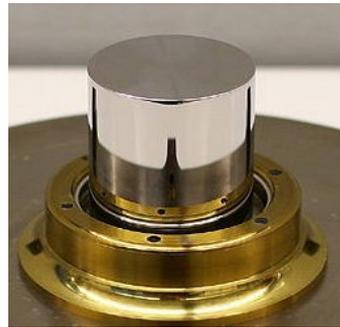


... denn eben wo Begriffe fehlen, da stellt ein Wort zur rechten Zeit sich ein.

Masse kg

Länge m

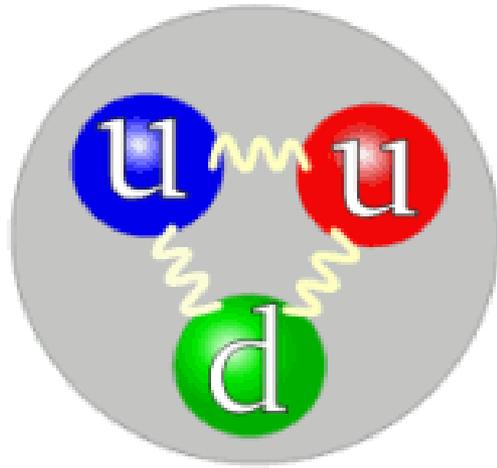
Zeit s



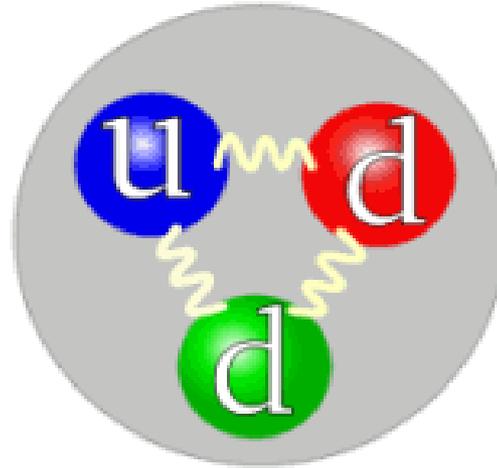
Was ist eigentlich Masse?

Materie besteht aus Kristallen, Kristalle aus Molekülen, Moleküle aus Atomen, Atome aus Elektronen und Atomkernen.

In den Atomkernen ist fast die gesamte Masse zu finden. Die Kerne bestehen aus Quarks.



Proton



Neutron

Masse des Protons $938 \text{ MeV}/c^2$
und Neutrons $939 \text{ MeV}/c^2$

Masse des u-Quarks $6 \text{ MeV}/c^2$

Masse de d-Quarks $10 \text{ MeV}/c^2$

Masse des Gluons 0

Wo steckt also die Masse: in der Bindungsenergie $E = m c^2$

**Zwischen Masse und Energie gibt es eigentlich keinen Unterschied!
Im Mikroskopischen kann man Masse schlecht fassen.**

... denn eben wo Begriffe fehlen, da stellt ein Wort
zur rechten Zeit sich ein.

Zeit

1 Sekunde = 9 192 631 770 Perioden ^{133}Cs

zusammengesetzte Größen:

Geschwindigkeit: v [m/s]

Beschleunigung $a = dv/dt$ [m/s²]

Impuls $p = m \cdot v$ [kg m/s]

Kraft $F = dp/dt$ [kg m/s²] = Newton [N]

Energie = Arbeit

$E = \text{Kraft} \times \text{Weg} \text{ [Nm]}$

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$$

$1 \text{ Nm} = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ Watt Sekunde [Ws]}$

$$= 1 \text{ V A s}$$

Leistung $P = \text{Spannung} \times \text{Strom} \text{ [V} \cdot \text{A]}$

Wirkung (steter Tropfen höhlt
den Stein)

Energie x Zeit $[\text{Ws}^2] = \text{J} \cdot \text{s}$



Volumen V [m^3] = 1 Kubikmeter = 1000 l

Druck p = Kraft/ Fläche [Pascal] = [$\text{kg}/(\text{ms}^2)$]

Temperatur: Kelvin; $273,15 \text{ K} = 0^\circ \text{ Celsius}$

Gewicht = Kraft x Erdbeschleunigung
= $m \cdot g$

Beispiel: 1 kg entspricht 9,81 Newton



Ein interessanter Zusammenhang zwischen Energiedichte und Druck

Energiedichte ist Energie pro Volumen

$$\begin{aligned} \text{[Energiedichte]} &= (\text{kg m}^2/\text{s}^2)/\text{m}^3 = (\text{kg m}/\text{s}^2)/\text{m}^2 \\ &= \text{Newton pro Quadratmeter} \\ &= \text{Druck} \end{aligned}$$

Auch ein Druck erzeugt Gravitation!

Ein negativer Druck erzeugt abstoßende Gravitation!!

Praktische Einheiten:

Geschwindigkeit v in $\text{km/h} = 1000\text{m}/3600 \text{ s}$
 $= 0,28 \text{ m/s}$

Beschleunigung häufig in Einheiten von
der Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

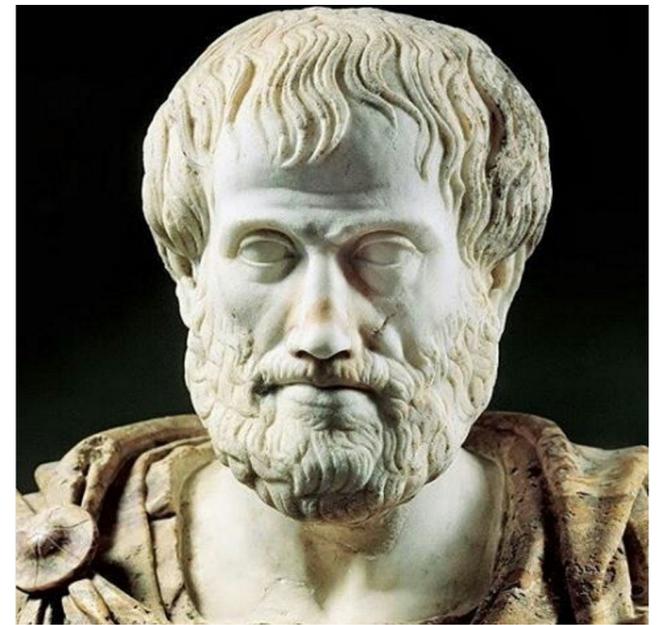
Porsche (in 3 s von 0 auf 100 km/h) $\approx 1 \text{ g}$



Energie $1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W } 3600 \text{ s}$
 $= 3600 \text{ 000 Joule} = 3,6 \text{ MJ}$
 $= 25 \text{ cent}$

Historisches

Aristoteles: Schwere ist die Eigenschaft der sublunaren Elemente Erde, Feuer, Wasser, Luft; Die Materie strebt zum Mittelpunkt der Erde.



384 v. Chr. - 322

Al-Biruni (Persien): Die Bewegungen der Himmelskörper sind durch eine Anziehungskraft bedingt (Idee aus Indien)



973 - 1048

**Alhazen: aus Basra
erste Theorie der Massenanziehung**



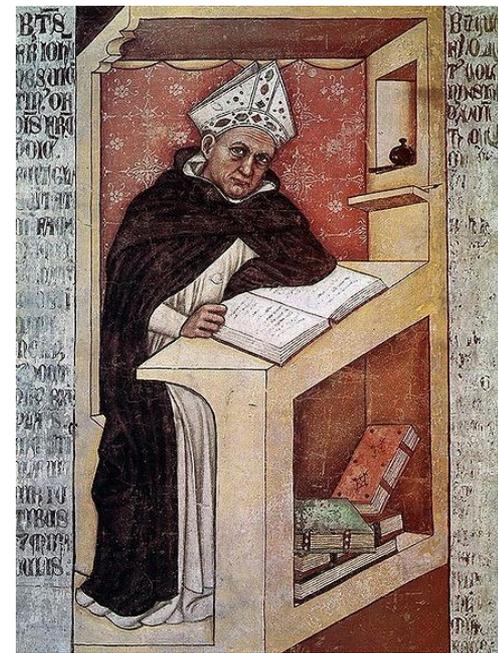
965 - 1040

**Al-Khazini: aus Byzanz
unterscheidet Masse, Gewicht und
Kraft
F proportional zu $1/r^a$**



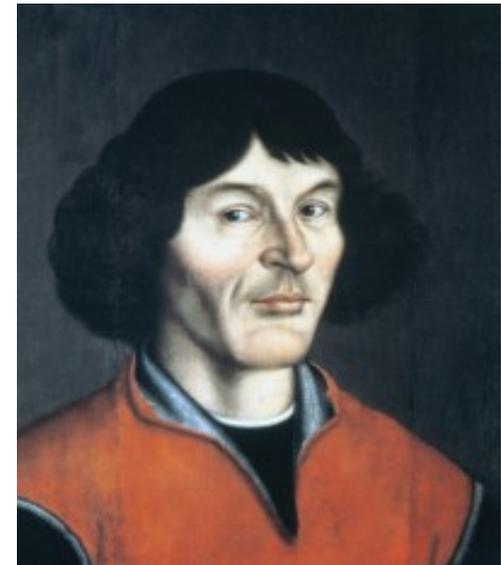
aktiv 1115 - 1130

Nikolaus von Oresme aus Rouen
postulierte die Erdrotation;
Möglichkeit vieler Welten, d.h. vieler
verschiedener gravitativer Zentren.
Hatte das heliozentrische System vor
Kopernikus und das Fallgesetz vor
Galilei
Die Erde ist NICHT Mittelpunkt des
Universums.



1330 – 1382

Nikolaus Kopernikus aus Frauenburg
De revolutionibus orbium coelestium
Heliozentrisches Weltbild



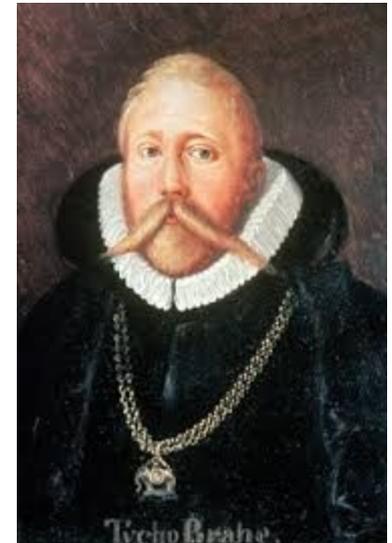
1473 - 1543

Johannes Kepler aus Weil der Stadt Astronomia Nova 1609

- ein Körper, der ruht, bleibt in Ruhe, sofern keine Kraft auf ihn einwirkt
- Anziehungskraft proportional zur Masse
- die Anziehungskraft richtet sich auf den anziehenden Körper, nicht auf den Weltmittelpunkt
- die Erdanziehung wäre überall gleich, wenn die Erde rund wäre
- zwei Körper ziehen sich an, wobei die Anziehungskraft proportional zu den einzelnen Massen ist



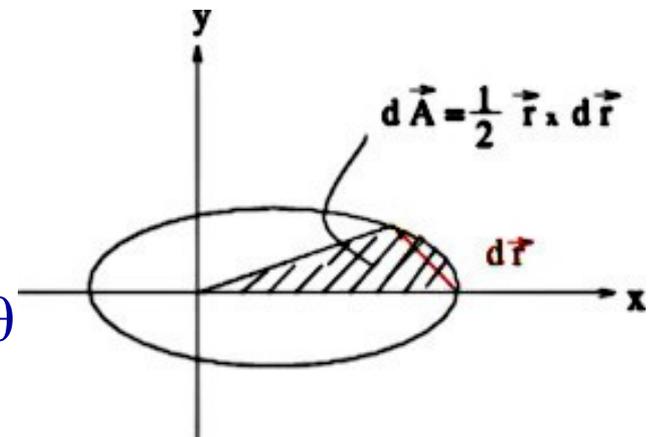
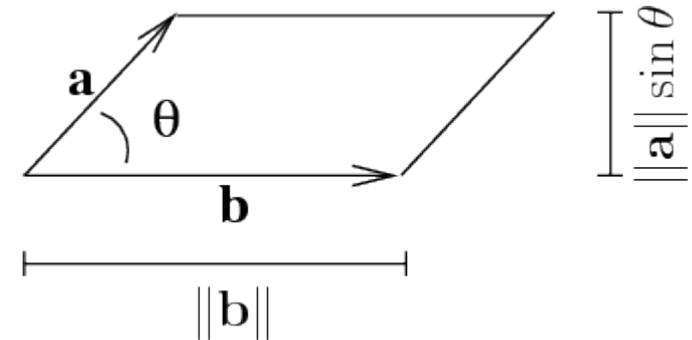
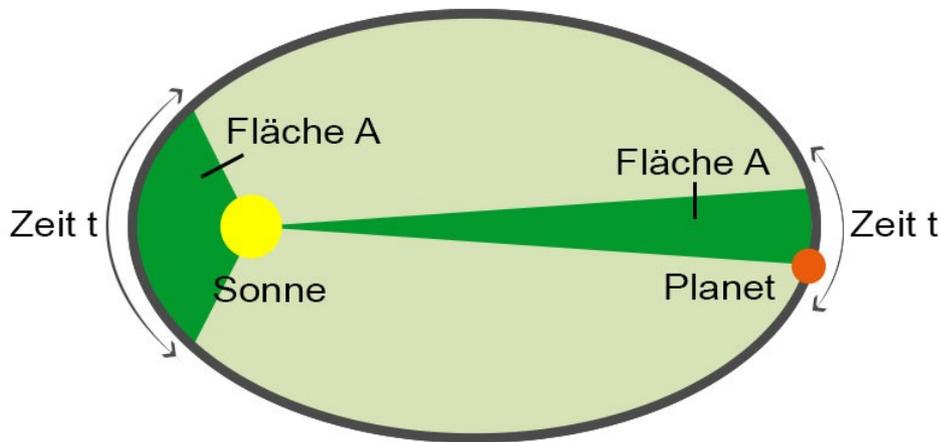
1571 - 1630



Tycho Brahe
1546 - 1601

Keplersche Gesetze

- Die Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen, in deren einem der Brennpunkte die Sonne steht.
- Ein von der Sonne gezogene Fahrstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleich Flächen.



Drehimpuls $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \text{const}$

Flächengeschwindigkeit $d\mathbf{A}/dt = \frac{1}{2} r dr/dt \sin \theta$

$\frac{1}{2} m \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \frac{1}{2} m \mathbf{L}$

- Die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die Kuben der großen Halbachsen.

Herleitung: Zentrifugalkraft = Anziehungskraft

$$m v^2/r = \gamma m M/r^2$$

$$v = \omega r$$

$$m r \omega^2 = \gamma m M/r^2$$

$$\omega = 2 \pi/T$$

$$(2 \pi)^2 r/T^2 = \gamma M/r^2$$

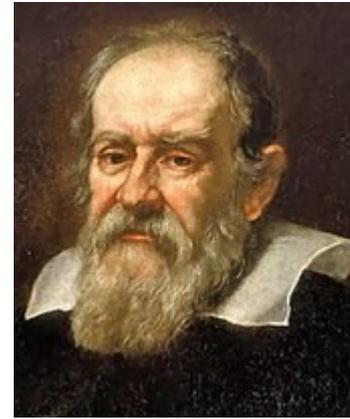
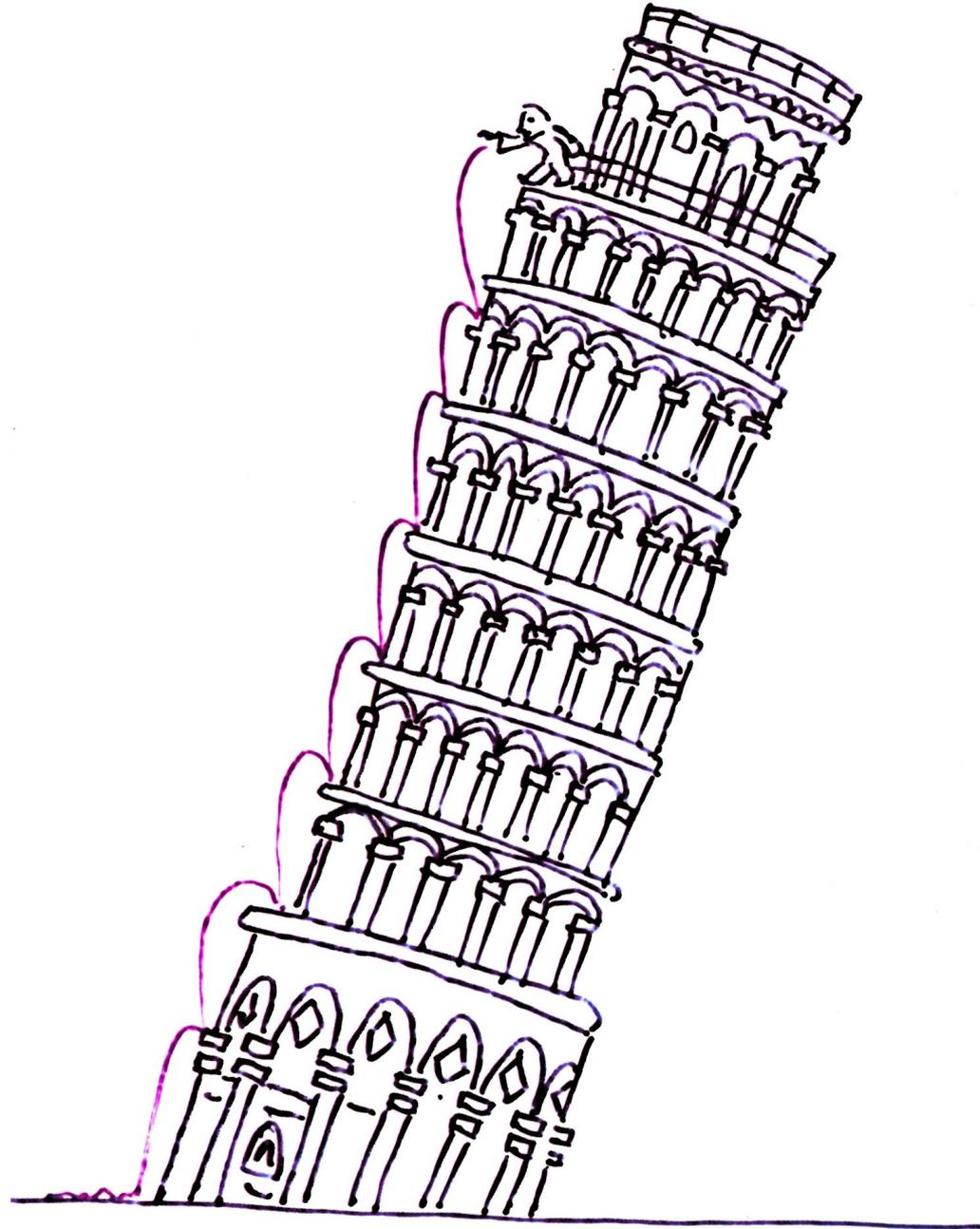
$$r^3/T^2 = \gamma M/(2 \pi)^2 = \text{const}$$

$$r^3/T^2 = \text{const}; M \text{ ist die Sonnenmasse}$$



Galileo

Fallgesetze:
Frühe Versuche



1564 - 1641

Versuch einer Herleitung des Fallgesetzes

Der freie Fall ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Weg s proportional $v \cdot t$: $s = v \cdot t$

aber: die Geschwindigkeit ändert sich mit der Zeit

Beschleunigung $a = dv/dt$ oder $dv = a dt$ $v = ds/dt$

$$\int a dt = a \cdot t = v = ds/dt$$

$$\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$$

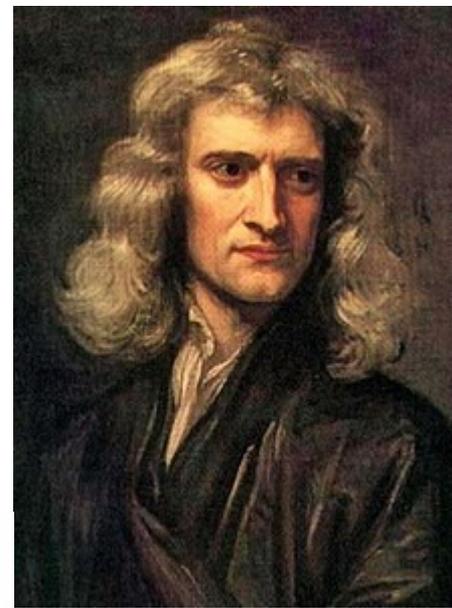
$$\int x dx = x^2/2$$

Weg $ds = v dt = a \cdot t dt$

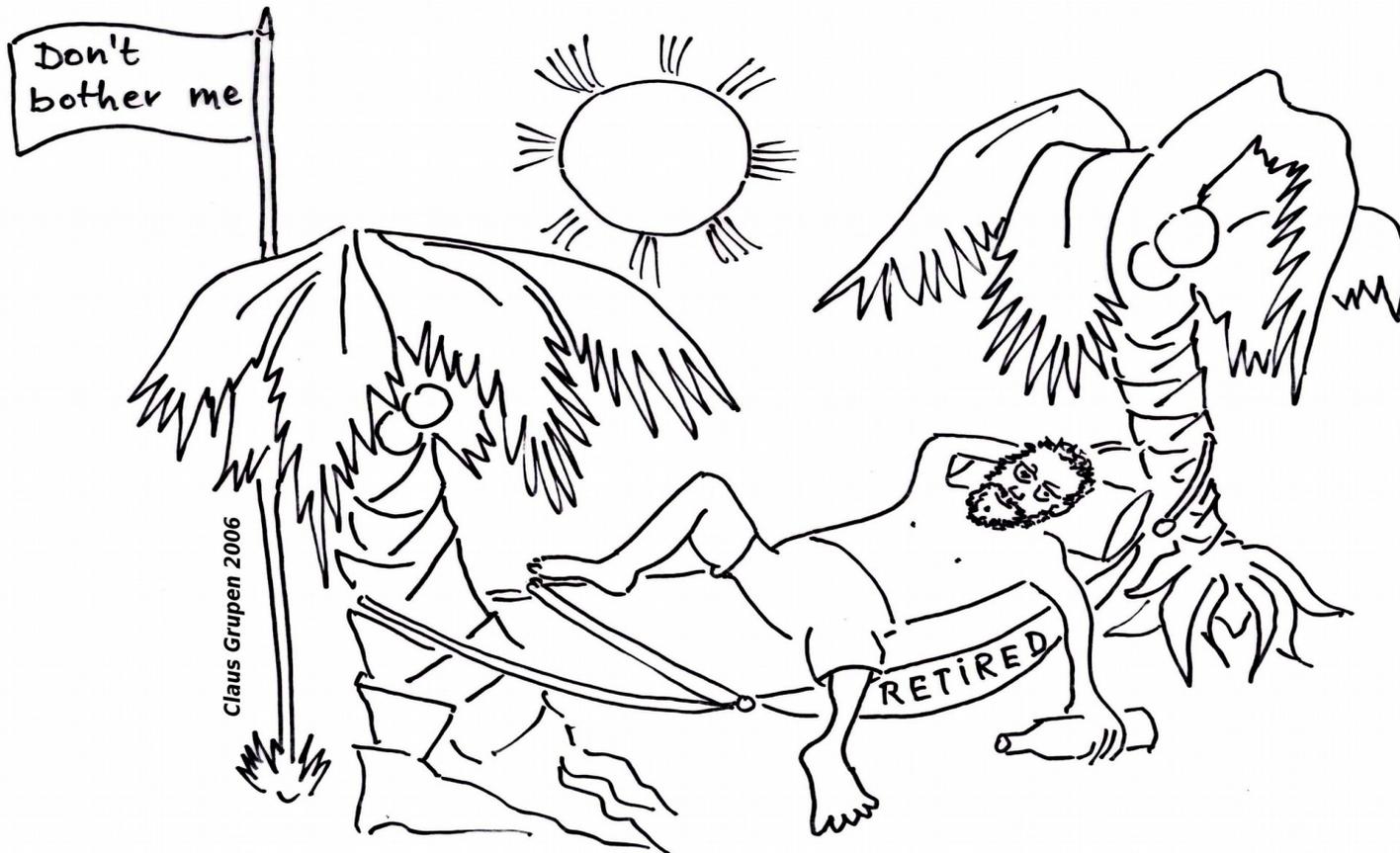
$$s = \int a \cdot t dt = a \cdot \int t dt = \frac{1}{2} a t^2$$

Newton Newtonsche Gesetze

Ein Körper bleibt in Ruhe oder konstanter gleichförmiger Bewegung, sofern ihn keine Kraft daran hindert.



1642 - 1726



1687: Philosophiae Naturalis Principia Mathematica

2. Newtonsches Axiom:

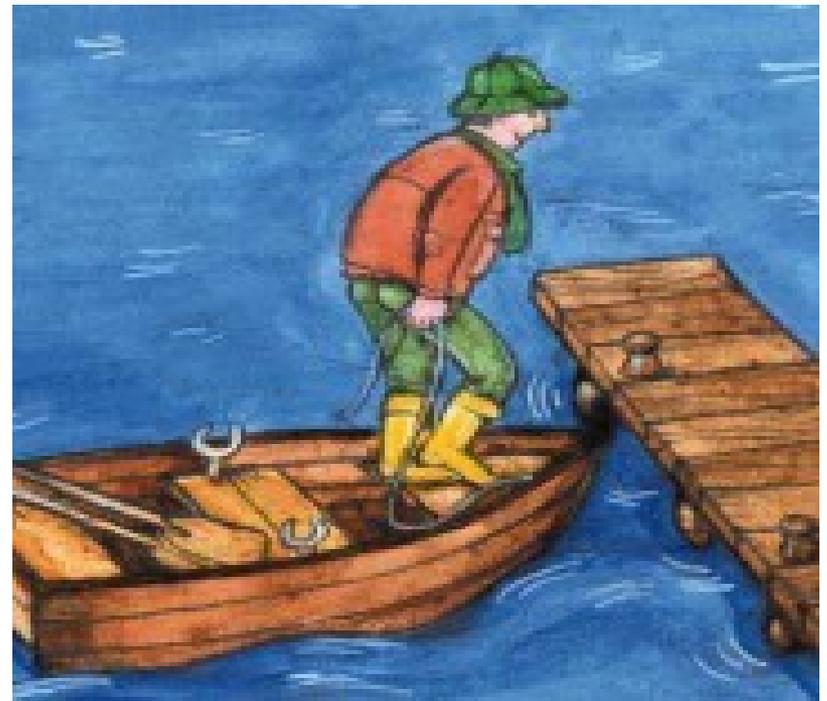
Kraft gleich Masse x Beschleunigung

$$F = m \cdot a$$

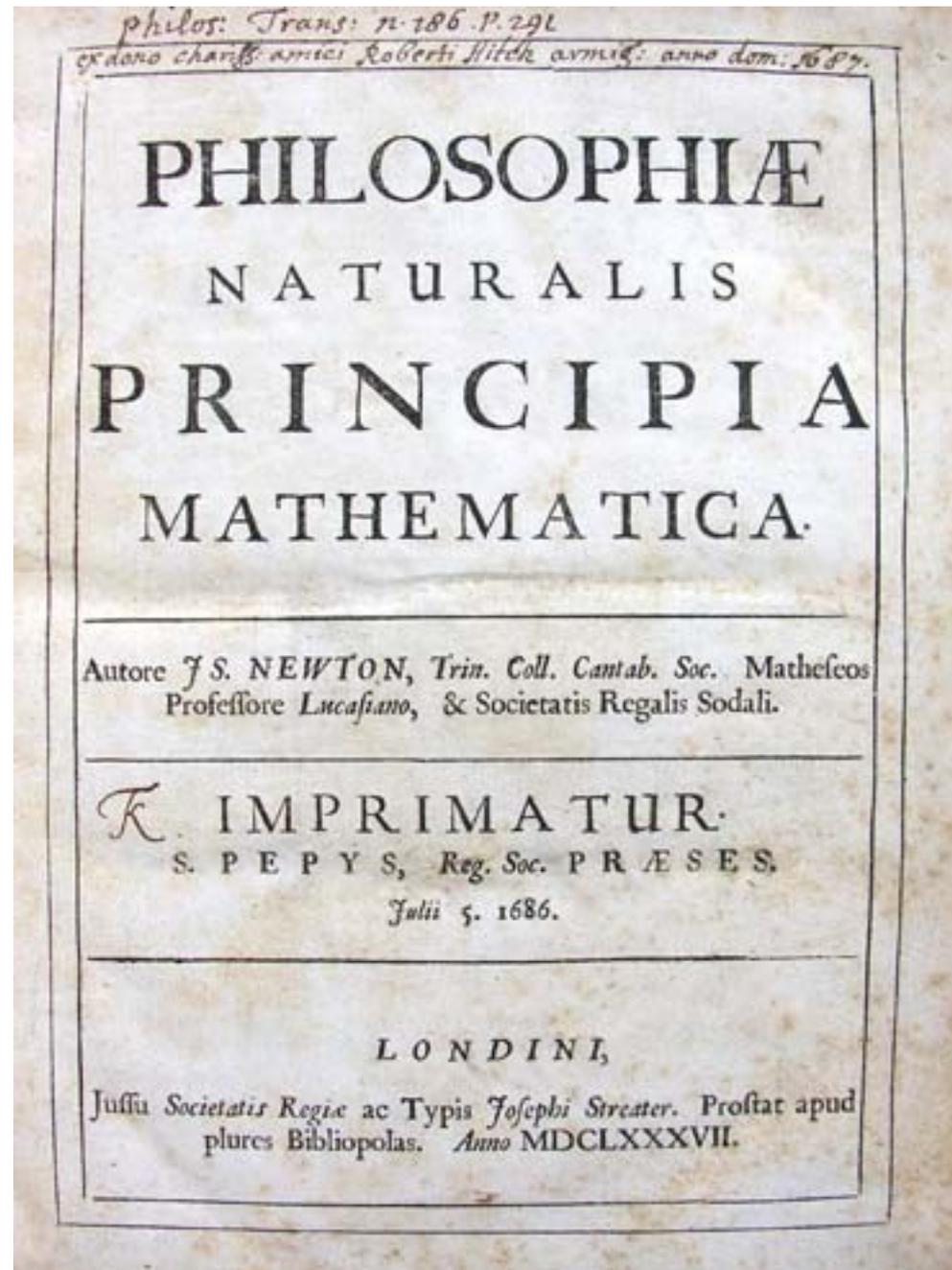
3. Newtonsches Axiom:

actio = reactio

(Wechselwirkungsprinzip)

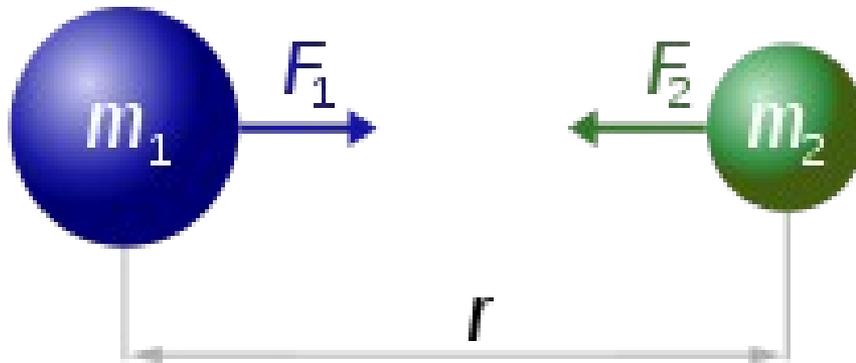


**1687: Philosophiae
Naturalis Principia
Mathematica**



Grundlegendes Prinzip zur Himmelsmechanik (Newton)

Raum und Zeit sind unveränderlich: es gibt einen absoluten Raum und eine kontinuierlich, konstant ablaufende absolute Zeit.



$$F_1 = F_2 = \gamma \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

$$F = \gamma m \cdot M/r^2 = m \cdot g \Rightarrow g = \gamma M/r^2$$

M – Erdmasse, γ – Gravitationskonstante, r – Erdradius

$$M = 5,9722 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

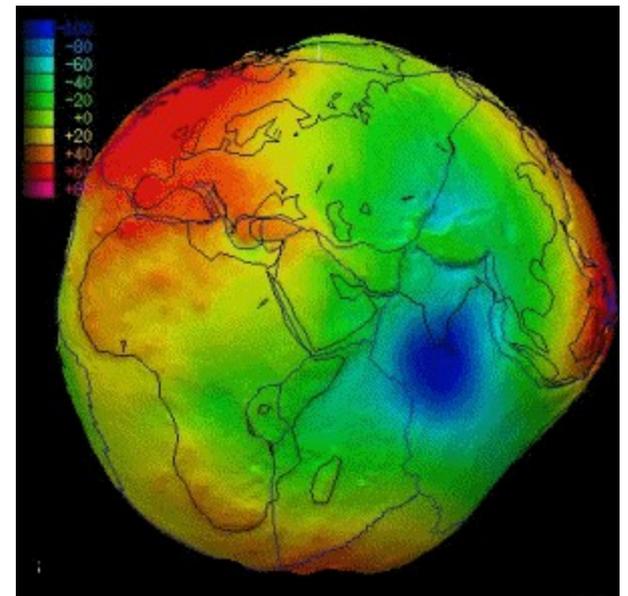
$$r = 6371 \text{ km}$$

$$g = 9,832 \text{ m/s}^2 \text{ Pol}$$

$$g = 9,780 \text{ m/s}^2 \text{ Äquator}$$

Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

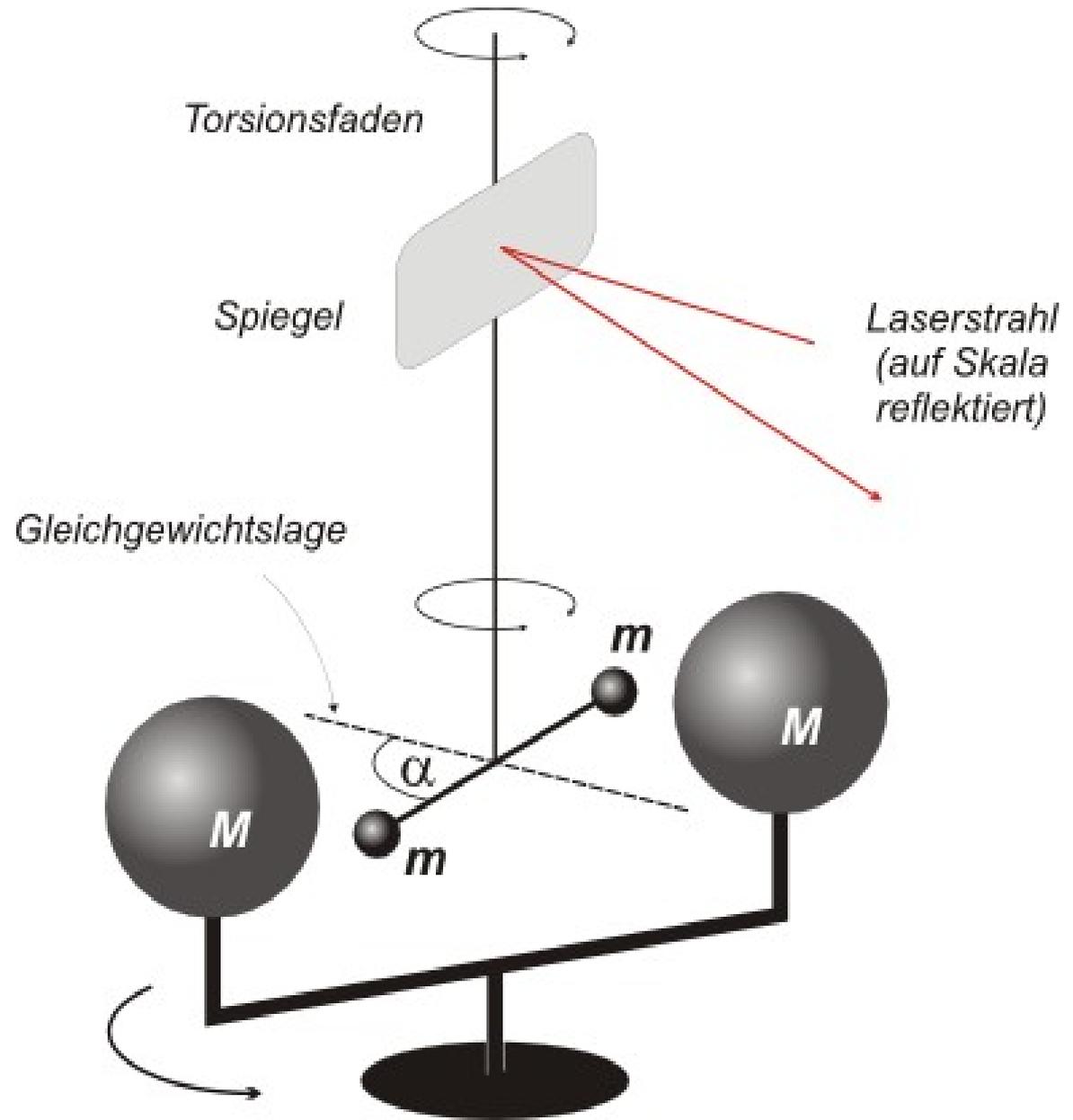
Eine genaue Bestimmung
der Gravitationskonstanten
ist schwierig!
Die Erdbeschleunigung
variiert, weil die Erde
keine homogene Kugel ist



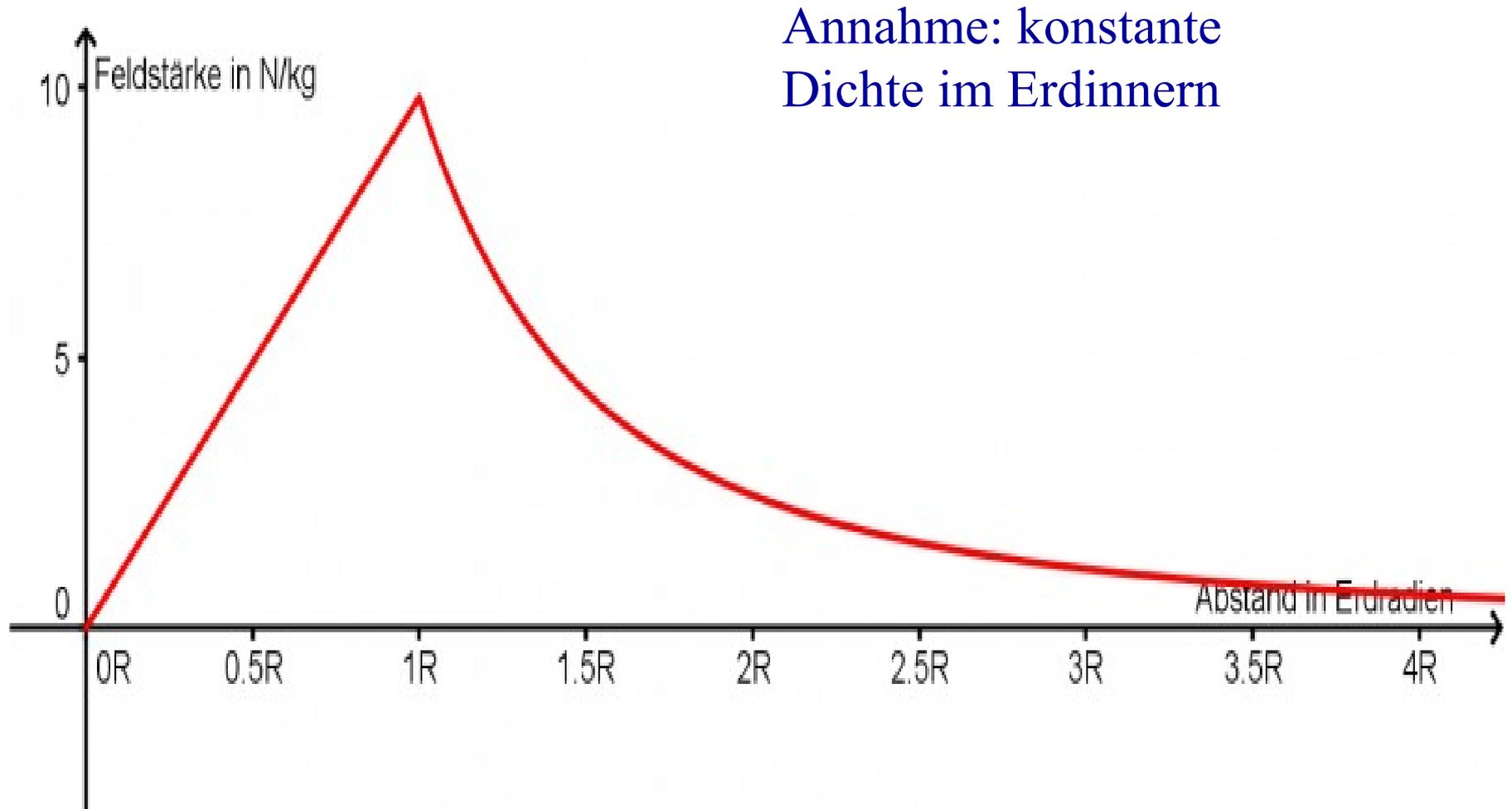
Pol + 0,5 %

Messung der Gravitationskonstanten nach Cavendish

$$\gamma = 6,67408$$
$$\pm 0,00031 \times 10^{-11}$$
$$\text{m}^3/(\text{kg s}^2)$$



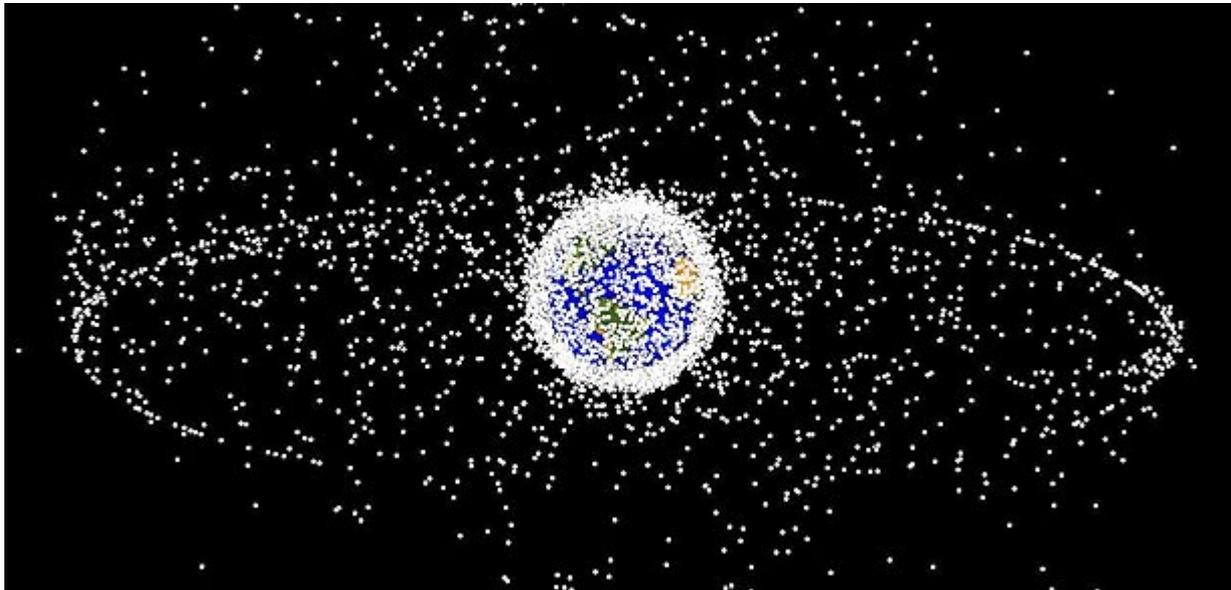
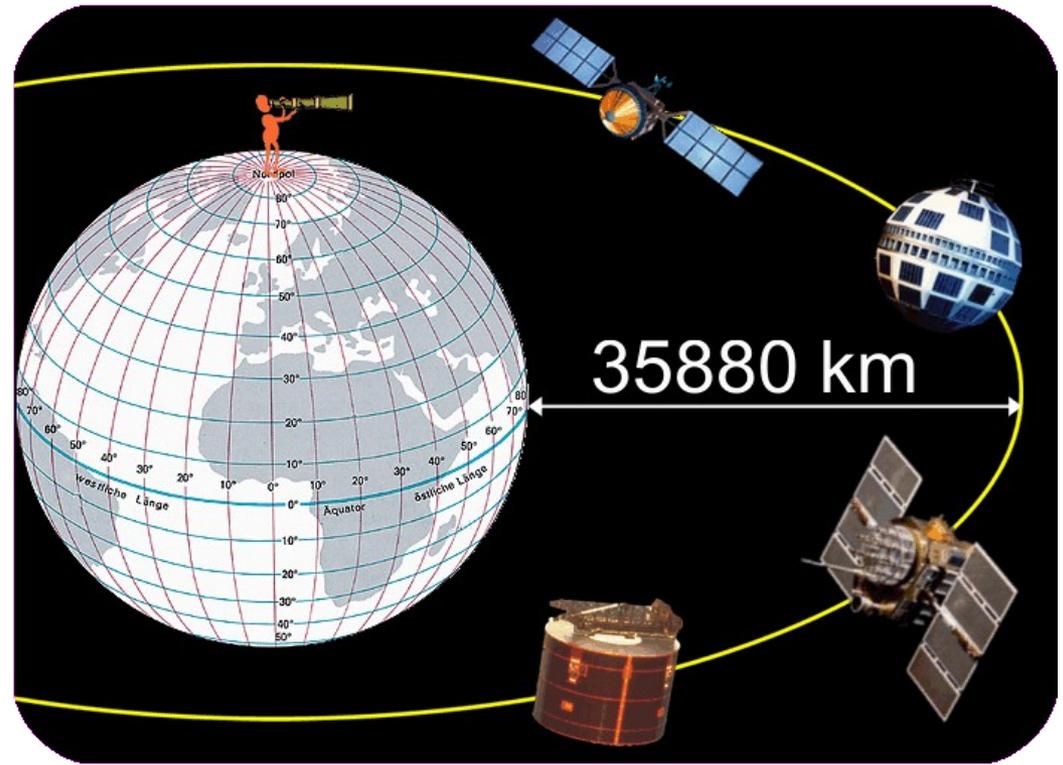
Variation der Erdbeschleunigung als Funktion des Abstandes vom Erdmittelpunkt



Geostationäre Satelliten nur im äquatorialen Orbit

$$mv^2/r = \gamma \ m M/r^2$$
$$m r \omega^2 = \gamma \ m M/r^2$$
$$\omega = 2\pi/T$$

$$r^3 = \gamma \ M T^2/(4 \pi^2)$$
$$T = 1 \text{ Tag} = 86400 \text{ s}$$



Geostationäre
Satelliten können
nur über dem
Äquator stehen!

95 % der Punkte sind
Weltraumschrott

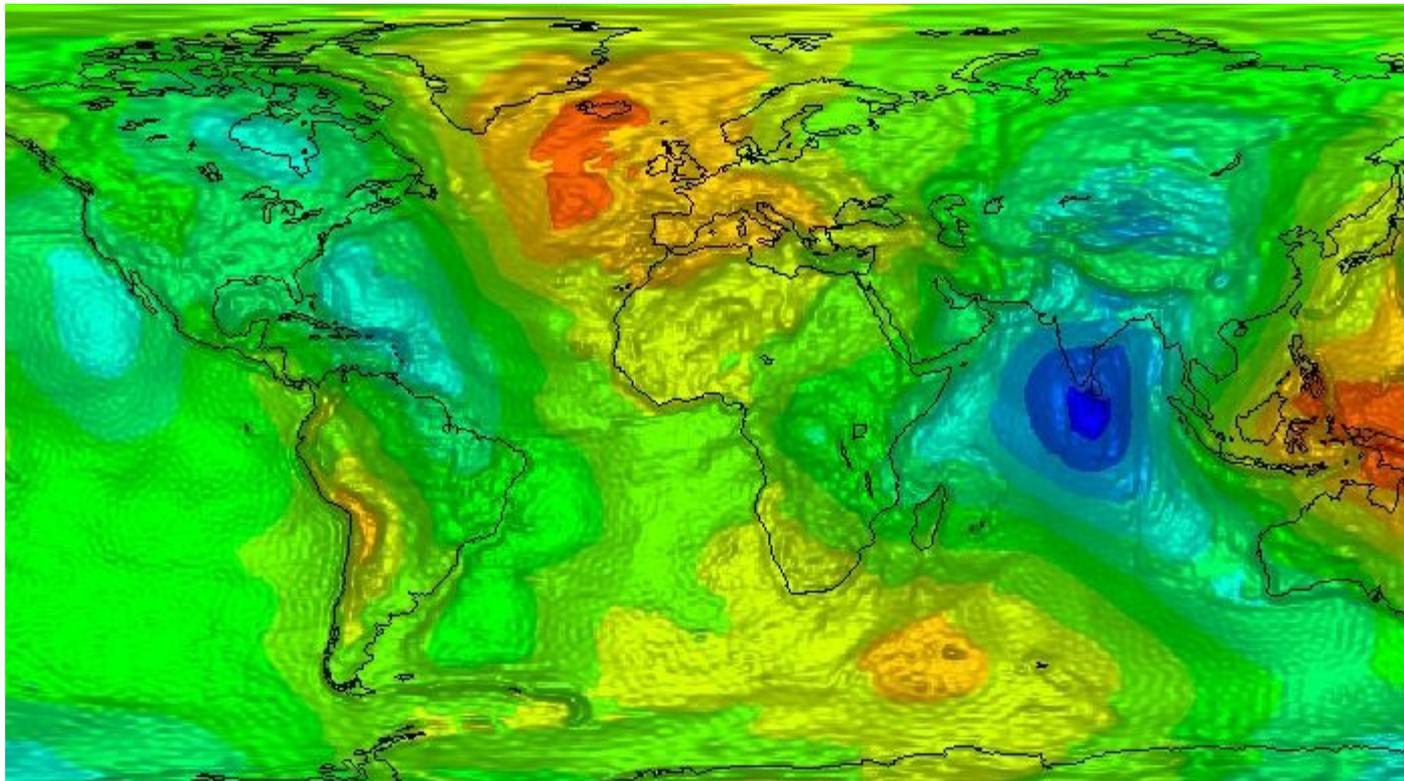
Einige Schwere-Anomalien

Gravimeter lieben eine neue Einheit:

$$1 \text{ m/s}^2 = 100 \text{ Gal} = 10^5 \text{ mGal} = 10^8 \text{ } \mu\text{Gal}$$

$$g(\beta) = 9,780318 (1 + 0,0053024 \sin^2\beta - 0,0000059 \sin^2 2\beta) \text{ [N/kg]}$$

β ist die geographische Breite

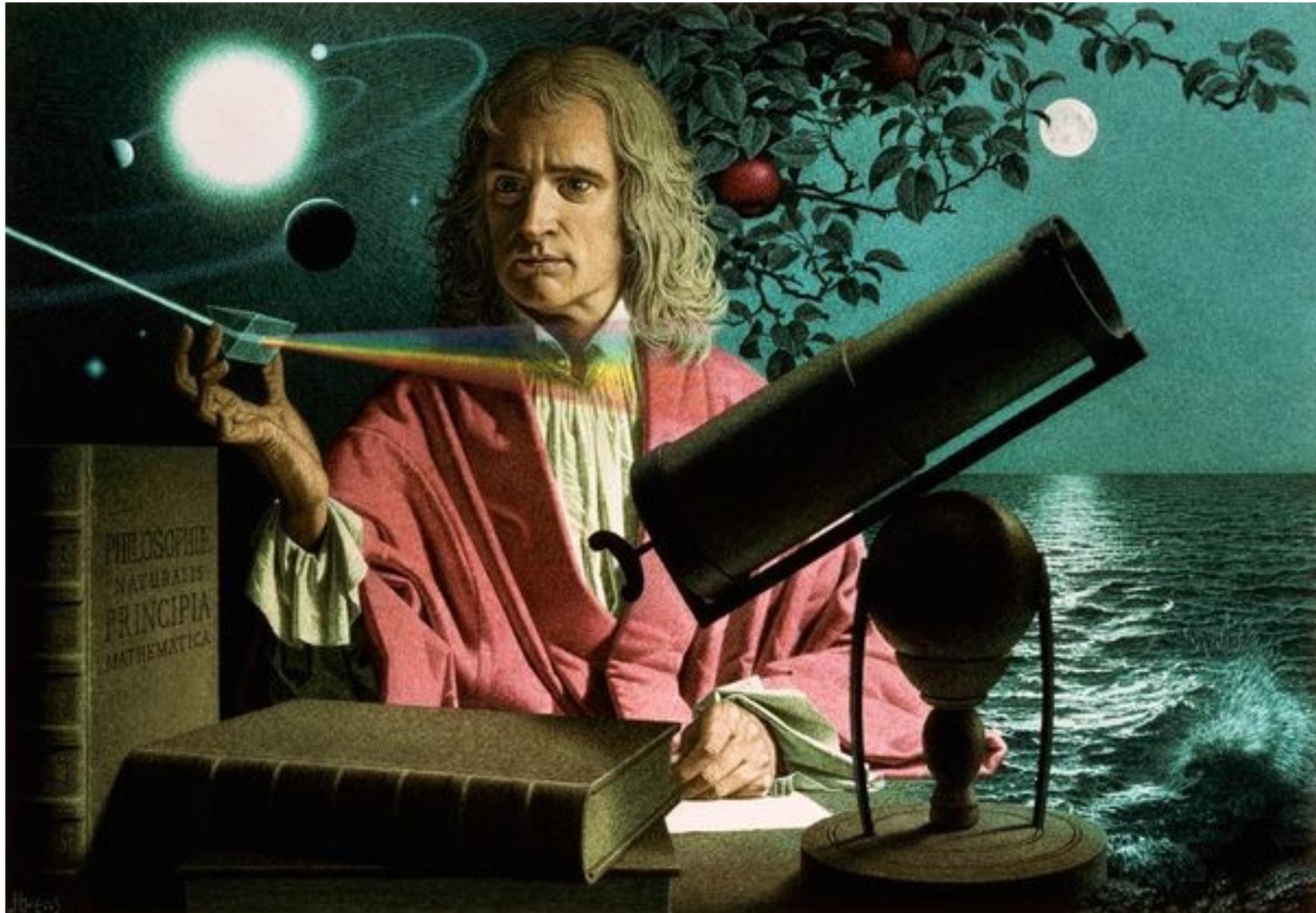


blau: - 100 mGal
rot: + 100 mGal

Bodenschätze,
Grundwasser,
Magma-
Ausströmungen,
....

Himmelskörper	Schwerebeschleunigung am Äquator [m /s ²]
Sonne	273,98
Merkur	3,7
Venus	8,87
Erde	9,80
Mond	1,6
Mars	3,71
Jupiter	23,12
Saturn	8,96
Uranus	8,69
Neptun	11,0
Pluto	0,72

Newton war ein Allrounder



ISAAC NEWTON

1643-1727



$$\Delta(mv) = F\Delta t$$

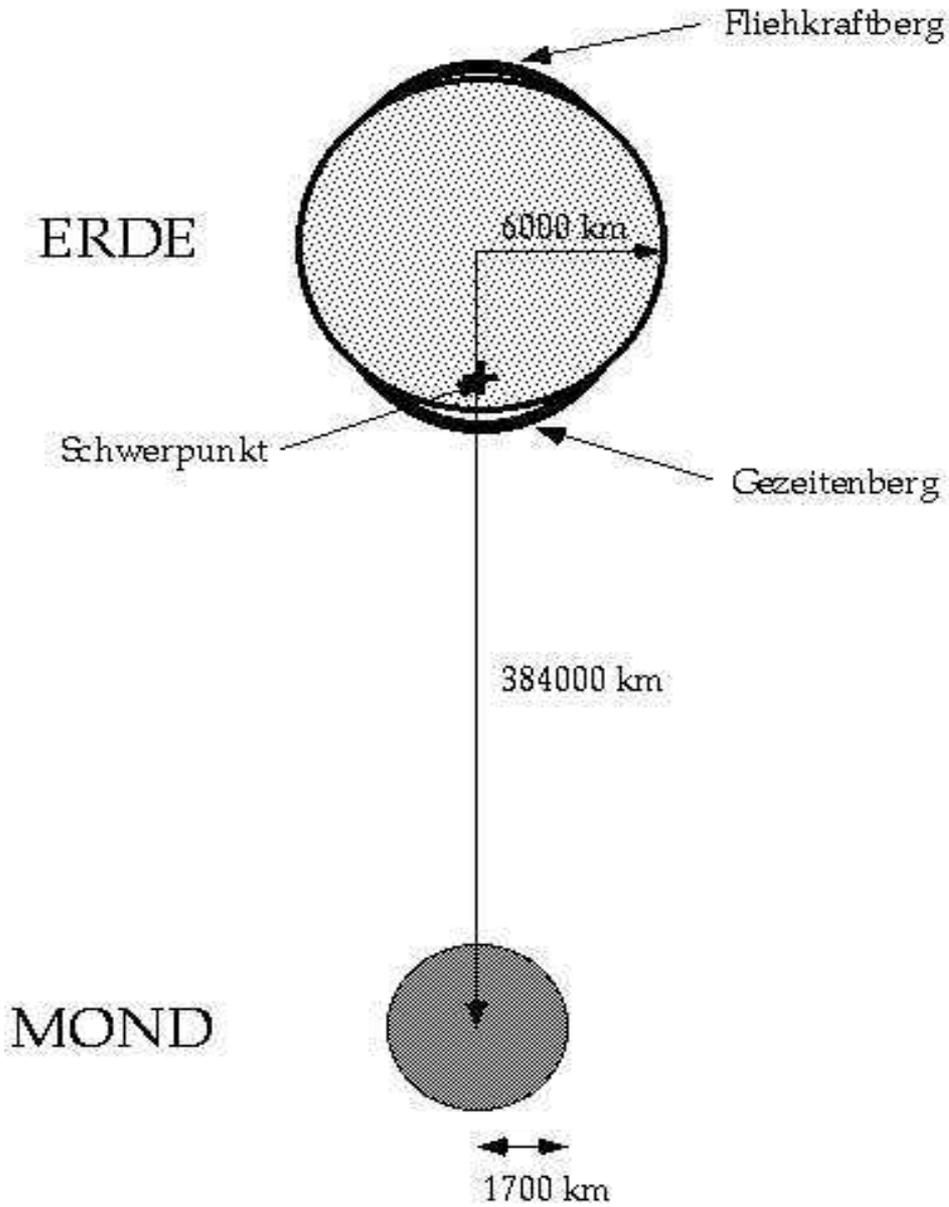
DEUTSCHE
BUNDESPOST

100

1993

Newton's 350. Geburtstag

GEZEITEN



Ebbe und Flut (wird häufig fehlerhaft erklärt)

Abstand Erde -Mond r
Erdradius R
Mondmasse M

Gravitationswirkung durch
den Mond allgemein:

$$a_m = G M/r^2$$

Gravitationswirkung auf der dem Mond zugewandten Seite:

$$a_1 = G M / (r - R)^2$$

Gravitationswirkung auf der dem Mond abgewandten Seite:

$$a_2 = G M / (r + R)^2$$

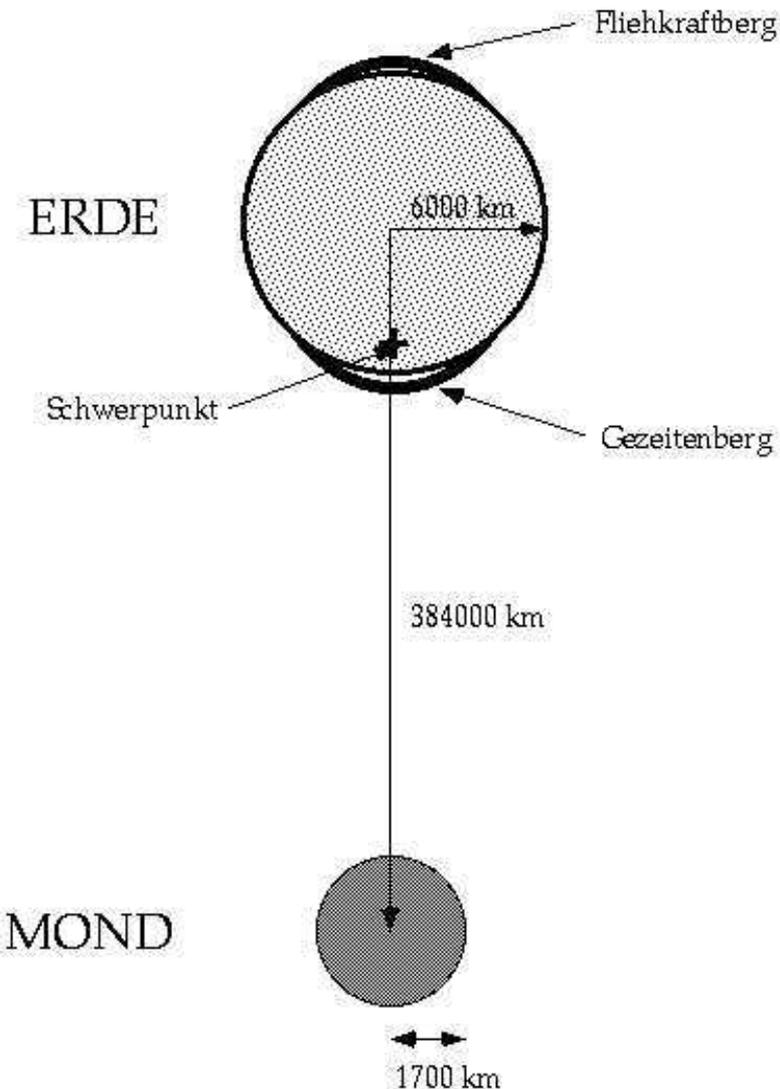
resultierende Differenzbeschleunigung am Gezeitenberg:

$$a_g = G M / (r \pm R)^2 - G M / r^2 = \mp 2R \cdot G M / r^3$$

$$\text{Beweis: } G M / r^2 \cdot (1 / (1 \pm R/r)^2 - 1) = G M / r^2 \cdot ((1 \mp 2R/r) - 1)$$

$$a_g = 1,100 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$$

GEZEITEN



Abstand Erdmittelpunkt zum
Massenschwerpunkt r'

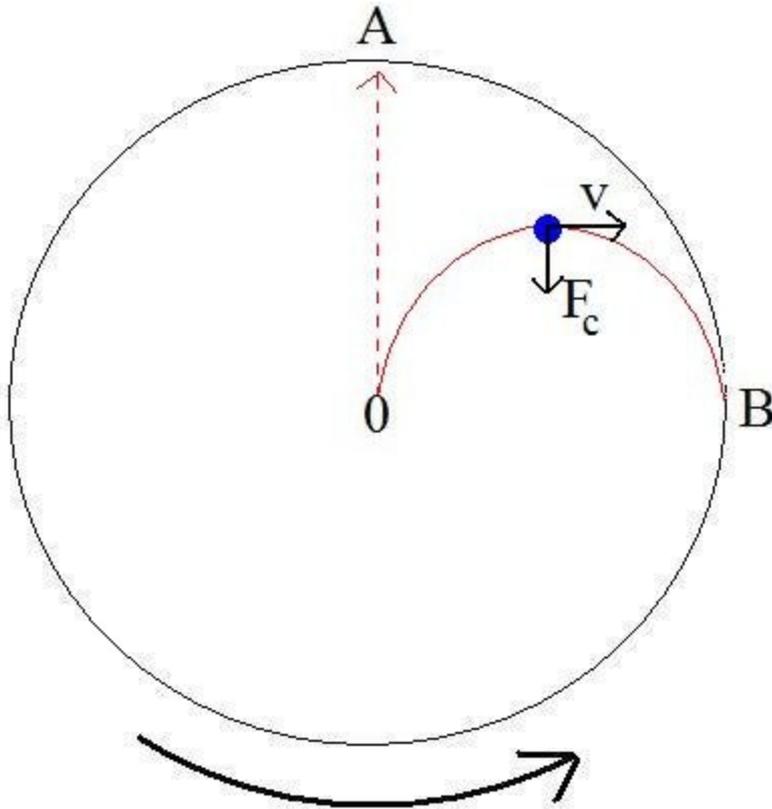
Zentrifugalbeschleunigung bei der
Rotation um den Massenmittelpunkt:
 $a_z = r' \cdot \omega^2$; $\omega = 2 \pi / T$; $T = 29,5 \text{ d}$
 r' ist der Abstand vom Drehpunkt
zum Fliehkraftberg

Der Massenmittelpunkt liegt
exzentrisch bei etwa $\frac{3}{4} R$.



Scheinkräfte

Corioliskraft:



Der Begriff der Corioliskraft erlaubt ein einfaches Verständnis des Foucaultschen Pendels.

Da das Pendel (auf der Nordhalbkugel) wird durch die Corioliskraft ständig nach rechts gezogen. Dadurch dreht sich seine Schwingungsebene. Am Pol erfolgt eine vollständige Drehung pro Tag. In Siegen ist die Drehung $\alpha = 15^\circ \sin \varphi$ pro Stunde = $11.65^\circ/\text{h}$

Auswirkungen der Corioliskraft:

Alle Bewegungen senkrecht zur Drehachse sind betroffen!

Wind und Wetter

Wirbelstürme

aber auch Sport; z. B. Golf

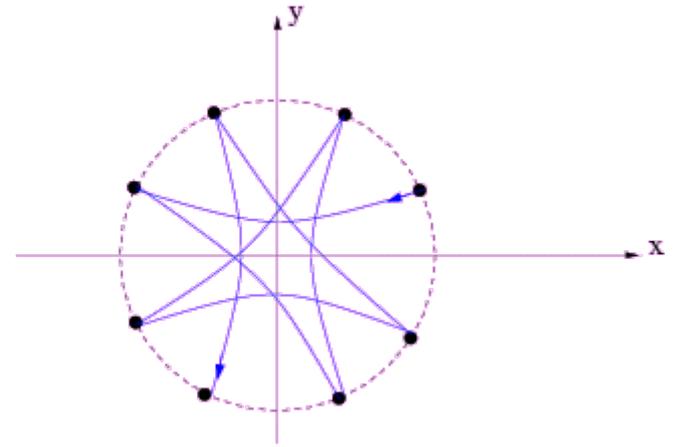
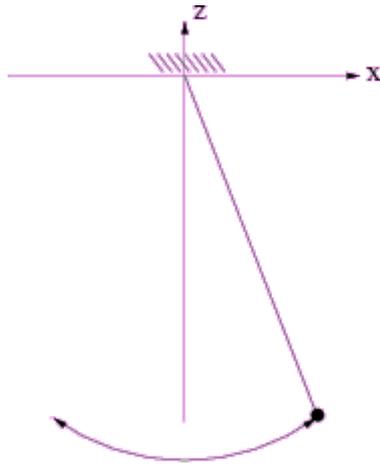
für Siegen: Abschlag mit

$v = 30 \text{ m/s}$; Schlagweite 60 m

Flugzeit: 2 s

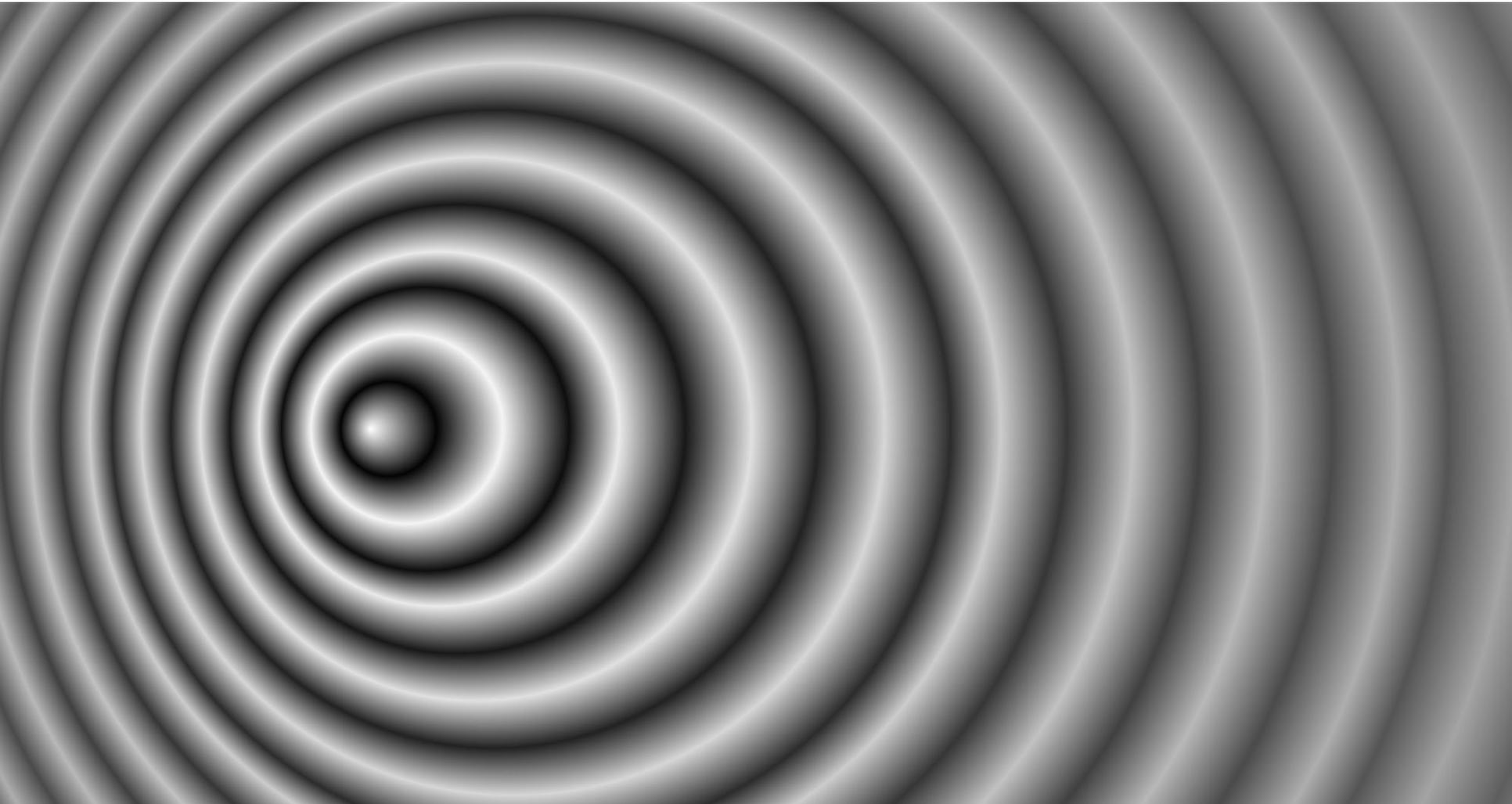
Ablenkwinkel $\alpha = 11,65^\circ/\text{h} \sim 0,0065^\circ/\text{Schlag}$

Seitversetzung $0,0065 \times 60 \text{ m} = 39 \text{ cm}$

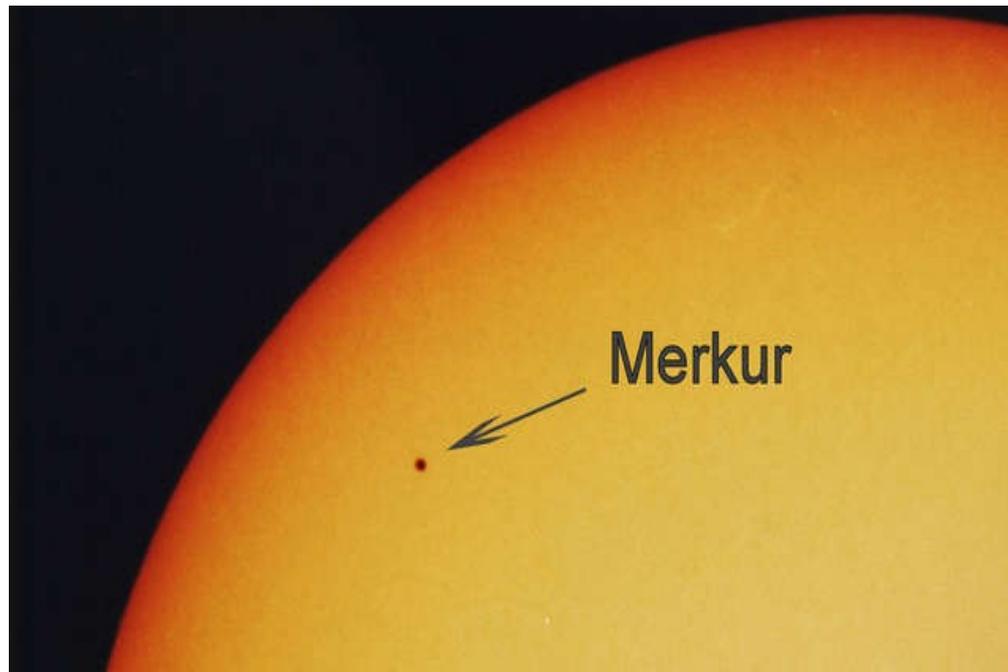
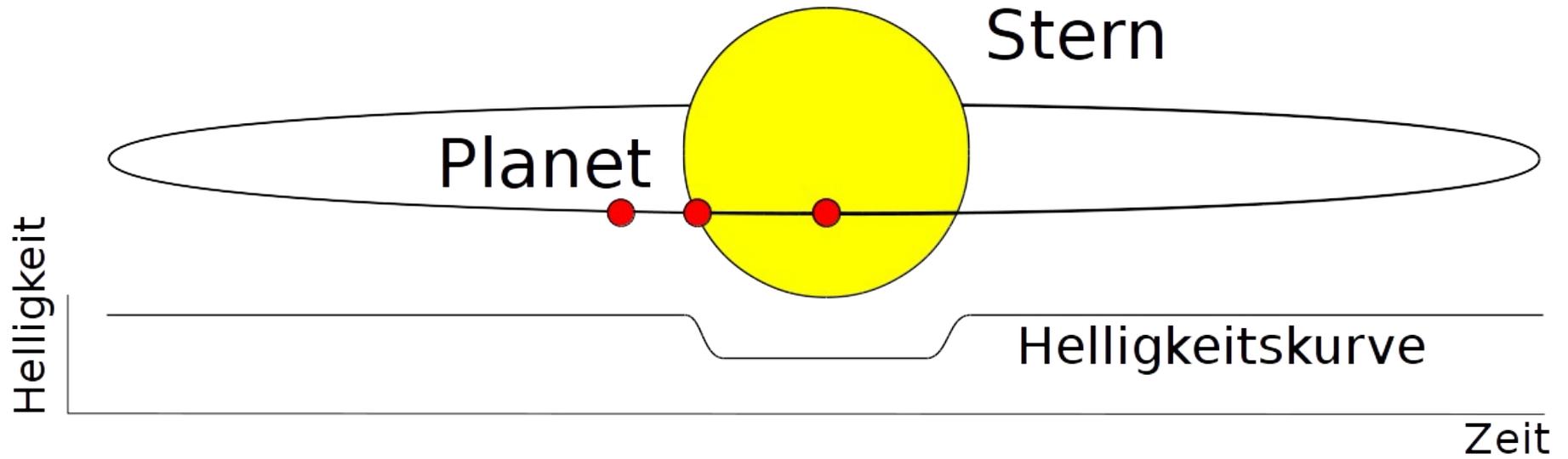


Extrasolare Planeten

a) Dopplereffekt



b) Transitmethode

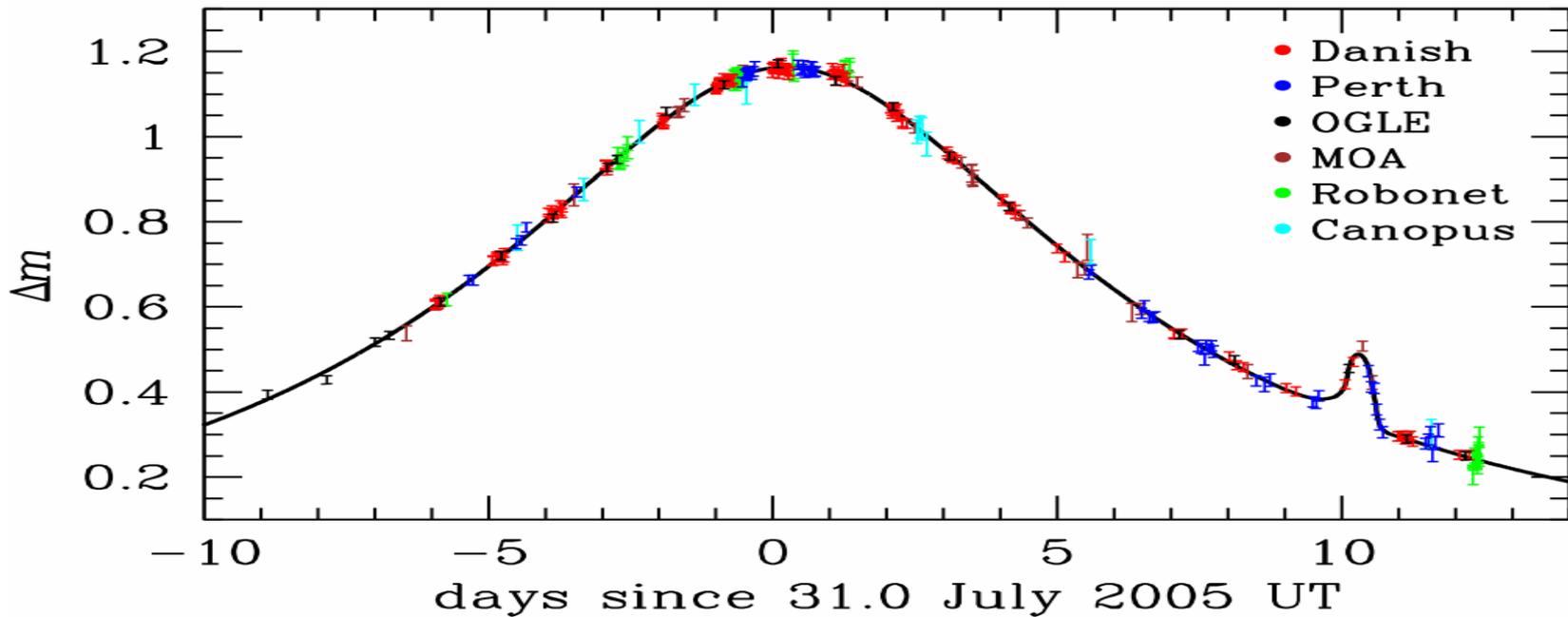


c)

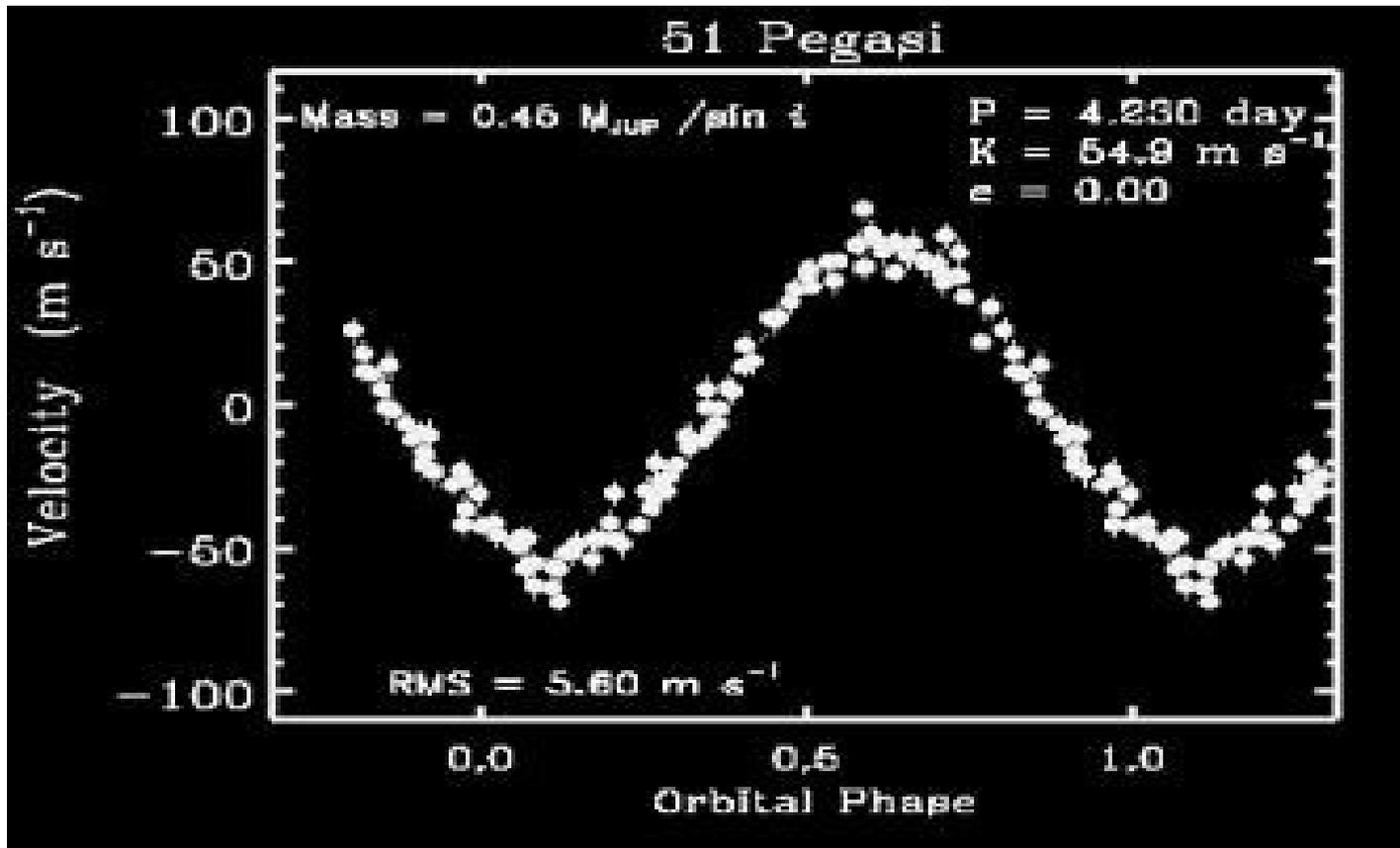
Gravitation Microlensing



OGLE 2005-BLG-390

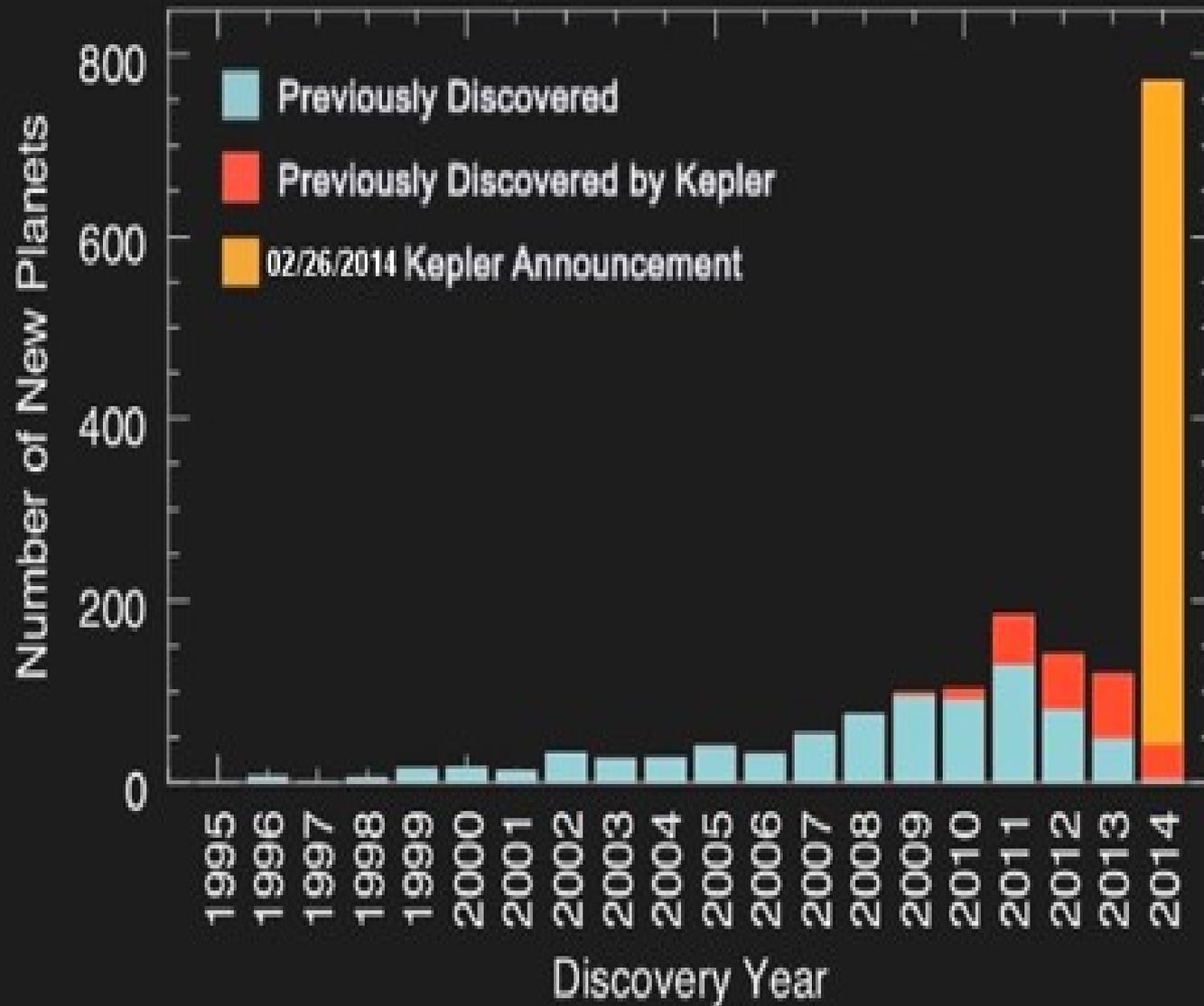


d) Radialgeschwindigkeitsmessung



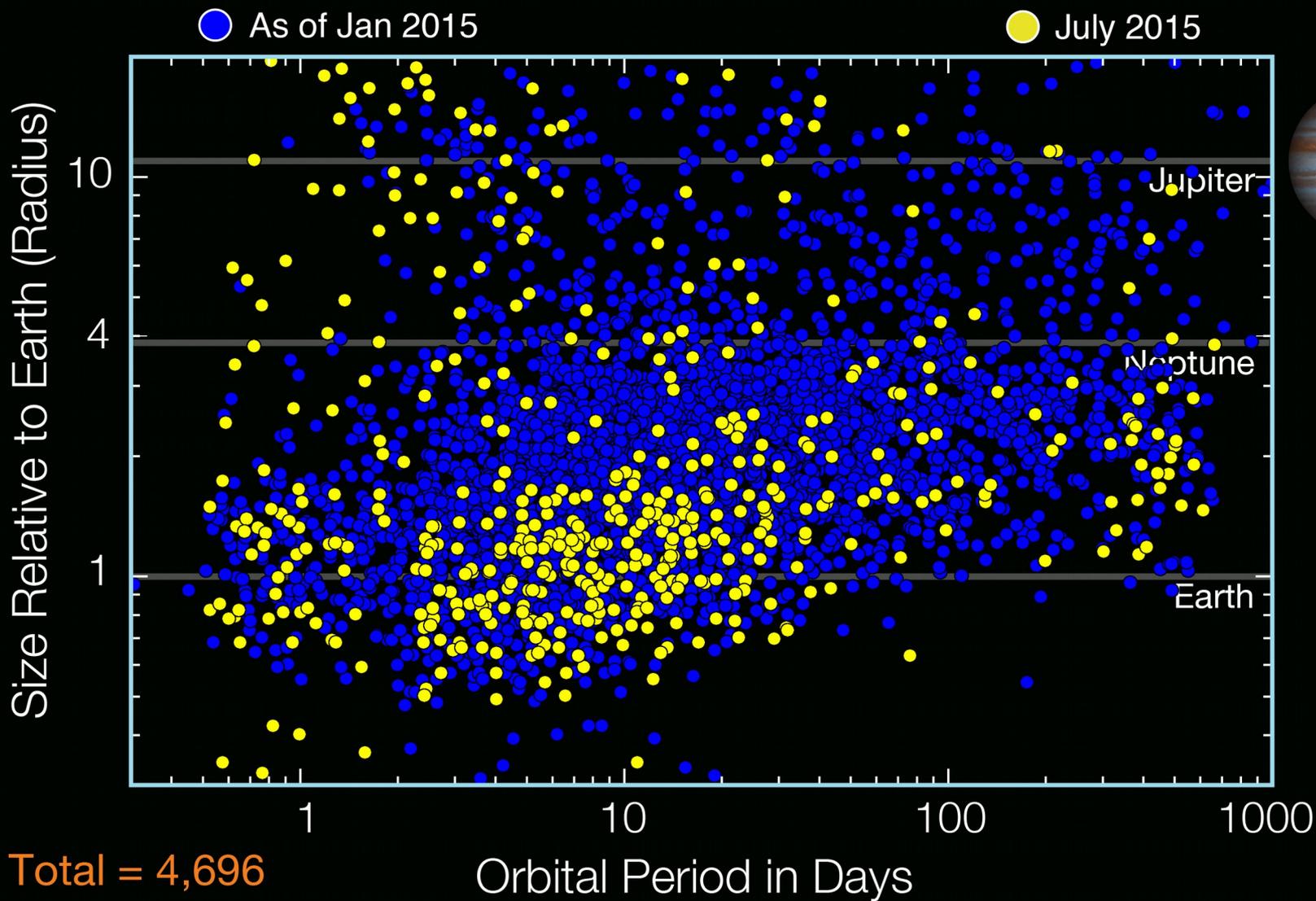
51 Pegasi ist ein gelber Zwergstern. Er wird umkreist von einem Planeten mit einer Periode von 4,2 Tagen und 46 % der Masse des Jupiter. Dargestellt ist die Variation der Radialgeschwindigkeit. Entfernung 51 Pegasi: 51 Lichtjahre; Entdeckt von Michel Mayor und Didier Queloz 1995

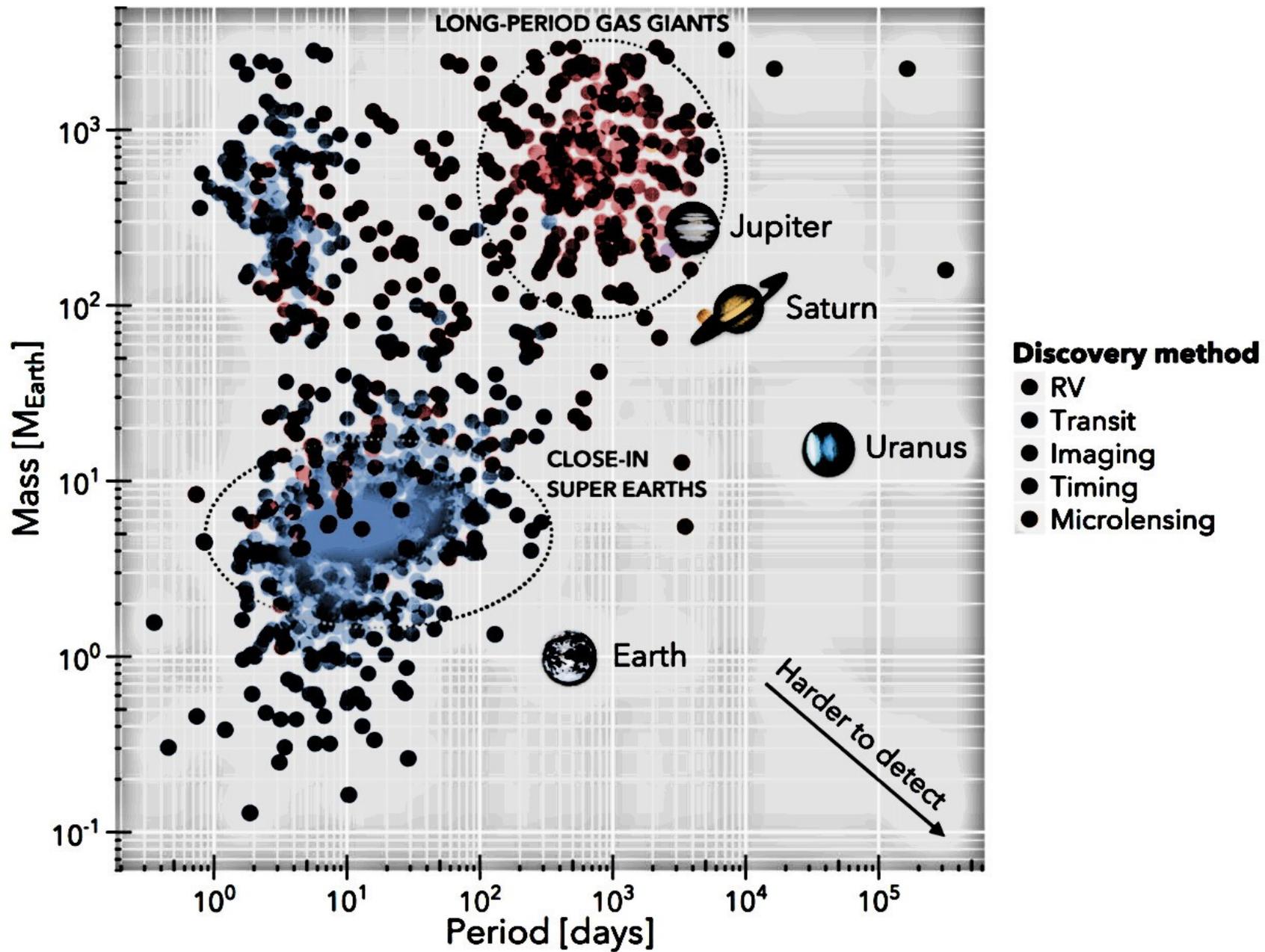
Exoplanet Discoveries



New Kepler Planet Candidates

As of July 23, 2015





Potentially Habitable Exoplanets



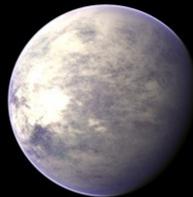
Earth



Gliese 667C c



Kepler-62 e



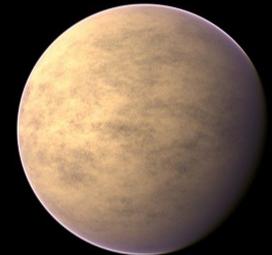
Tau Ceti e*



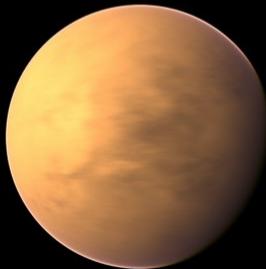
Gliese 581 g*



Gliese 667C f



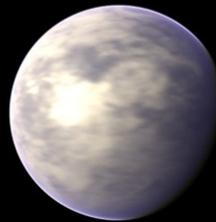
HD 40307 g



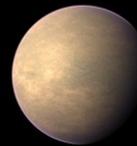
Gliese 163 c



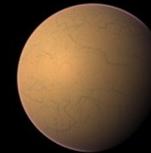
Kepler-61 b



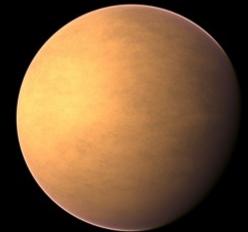
Kepler-22 b



Kepler-62 f



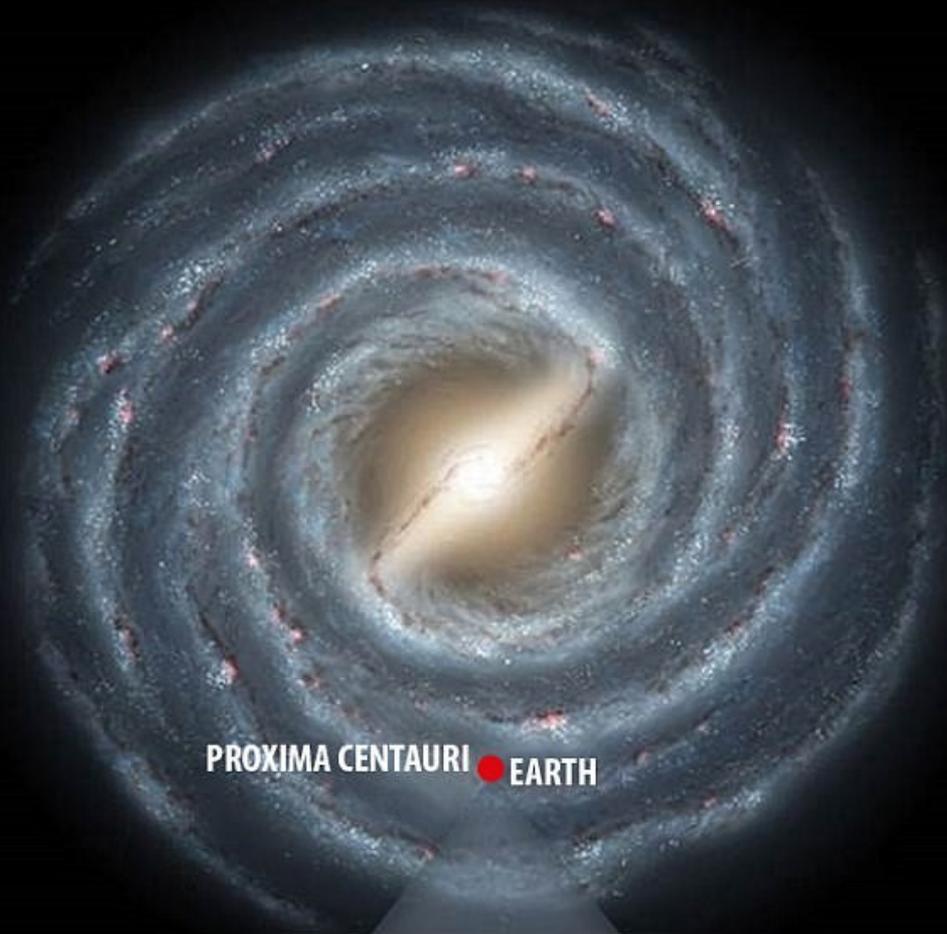
Gliese 667C e



Gliese 581 d

*planet candidates

CREDIT: PHL @ UPR Arcibo (phl.upr.edu) December 5, 2013



Zur Zeit nächster
Planet
(Proxima Centauri b) ;
umkreist Proxima
Centauri
Entfernung 4,2 LJ
entdeckt 2016 mit der
Radialgeschwindigkeits-
methode (RV)
scheint erdähnlich;
hat vermutlich Wasser;
Umlaufdauer 11,2 Tage;
vermutlich gebundene
Rotation (eine Seite heiß,
die andere kalt)

How fast can you get there?

Sun

Proxima Centauri

Distance: 4.24 light-years



Usain Bolt
44.7 km/h **102,444,823 years**



Cheetah
120 km/h **38,160,697 years**



ThrustSSC
1,228 km/h **3,729,058 years**



Concorde
2,179 km/h **2,101,553 years**



New Horizons Launch
58,536 km/h **80,207 years**

Habitabilität in einem Universum

Was braucht man zum Leben?

1) $\varepsilon = 0,007$

**Der Wirkungsgrad der Kernfusion in Sternen ist 0,7 %.
Wäre er größer, dann würden die Sterne ihren
Energievorrat zu schnell verbrauchen, und die Zeitspanne
zur Entwicklung von Leben wäre zu kurz.**

**Falls ε kleiner wäre, d.h. der Wirkungsquerschnitt für
Kernfusion wäre kleiner, dann würde sich kein Helium
bilden, und die Nukleosynthese würde gar nicht erst in
Gang kommen; d.h. es würde nur Wasserstoff geben und
kein Leben.**

2) Gravitation

Falls die Gravitationskonstante größer wäre, dann würden sich die Sterne im Entstehungsstadium stärker zusammenballen und ihren Energievorrat zu schnell verheizen, und die Spanne zur Entwicklung von Leben wäre zu kurz.

Falls die Gravitationskonstante kleiner wäre, würden sich die Protogase nicht verdichten, dann gäbe es nur Staub im Universum, aber keine Sterne, und auch keine Planeten.

3) $\Omega = 1$

Wäre $\Omega > 1$, dann gebe es bald nach dem Urknall einen **Big Crunch**.

Wäre $\Omega < 1$, dann würde das Weltall zu schnell expandieren, und es gebe keine Sterne. Die Folge wäre ein **Big Rip**.



THE BIG RIP

4) Λ – kosmologische Konstante

Λ ist sehr klein. Wäre Λ größer, dann würden die primären Gaswolken zu schnell auseinandergetrieben und es könnten sich keine Stern bilden.

Wäre Λ noch kleiner, dann würde das Universum verklumpen, weil die anfängliche Expansion schnell gestoppt würde, und die Gravitation das Universum schnell schrumpfen ließ.



5) Anzahl der Dimensionen $D = 3$

Unser Leben hat sich für $D = 3$ entwickelt.

Für $D = 2$ gäbe es kein Leben, wie wir es kennen.

Für $D > 3$ können wir uns kein Leben vorstellen.

Rechnen können wir damit, aber wir können nicht damit rechnen, dass es das gibt.

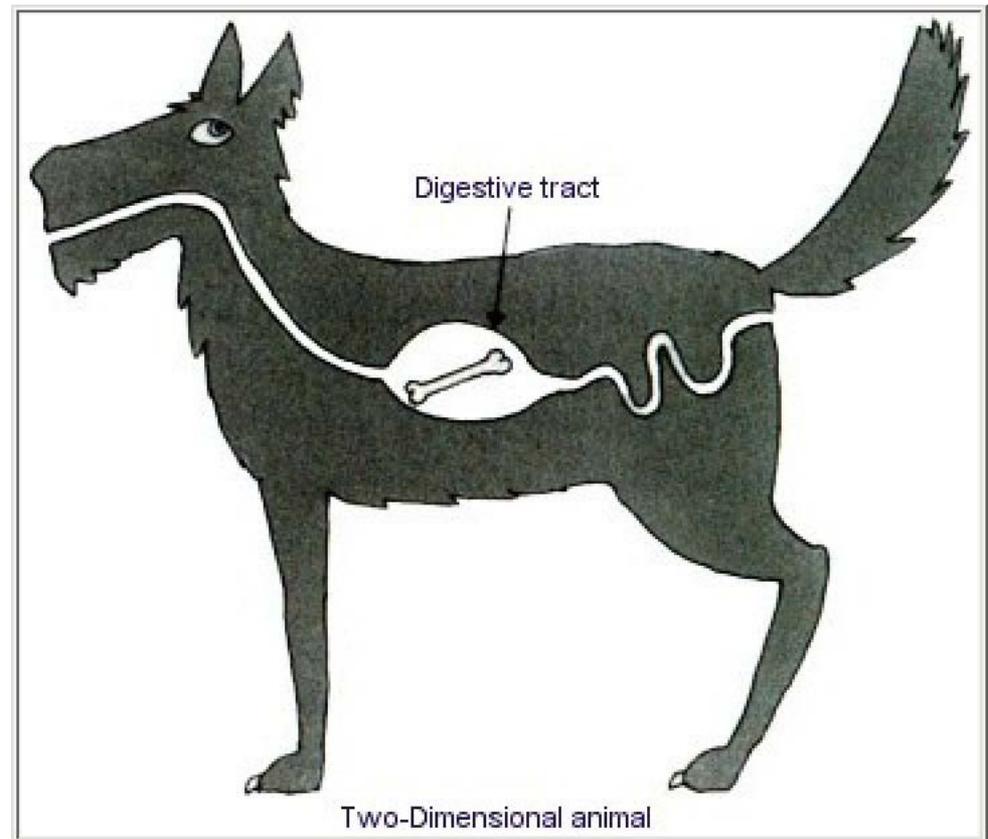
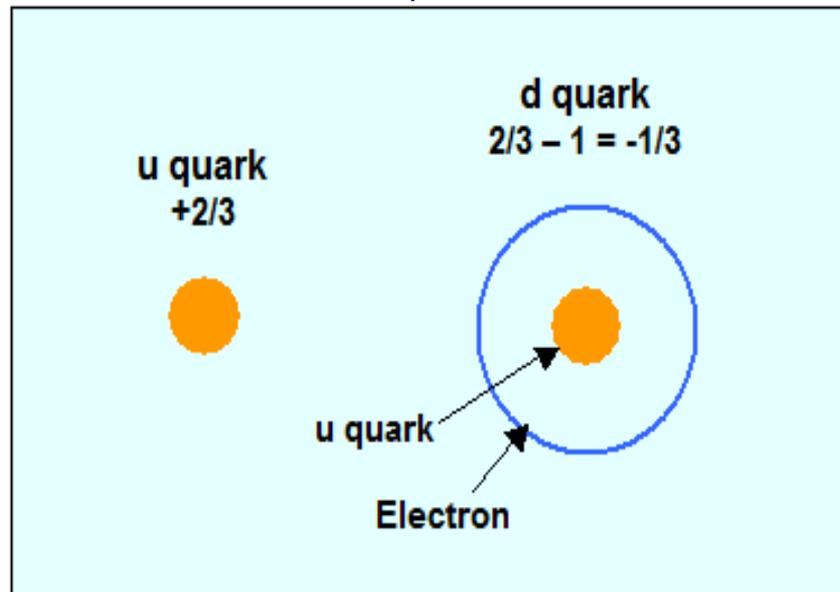


Figure 11:8

6) Quarkmassen

Das d-Quark hat eine Masse von 10 MeV, und das u-Quark hat 5 MeV-
(Zur Erinnerung: das Proton ist uud, und das Neutron ist ddu)

Falls das u-Quark schwerer als das d-Quark wäre, wäre das Proton instabil, und es würde keine Chemie geben.



7)

Pauli Prinzip

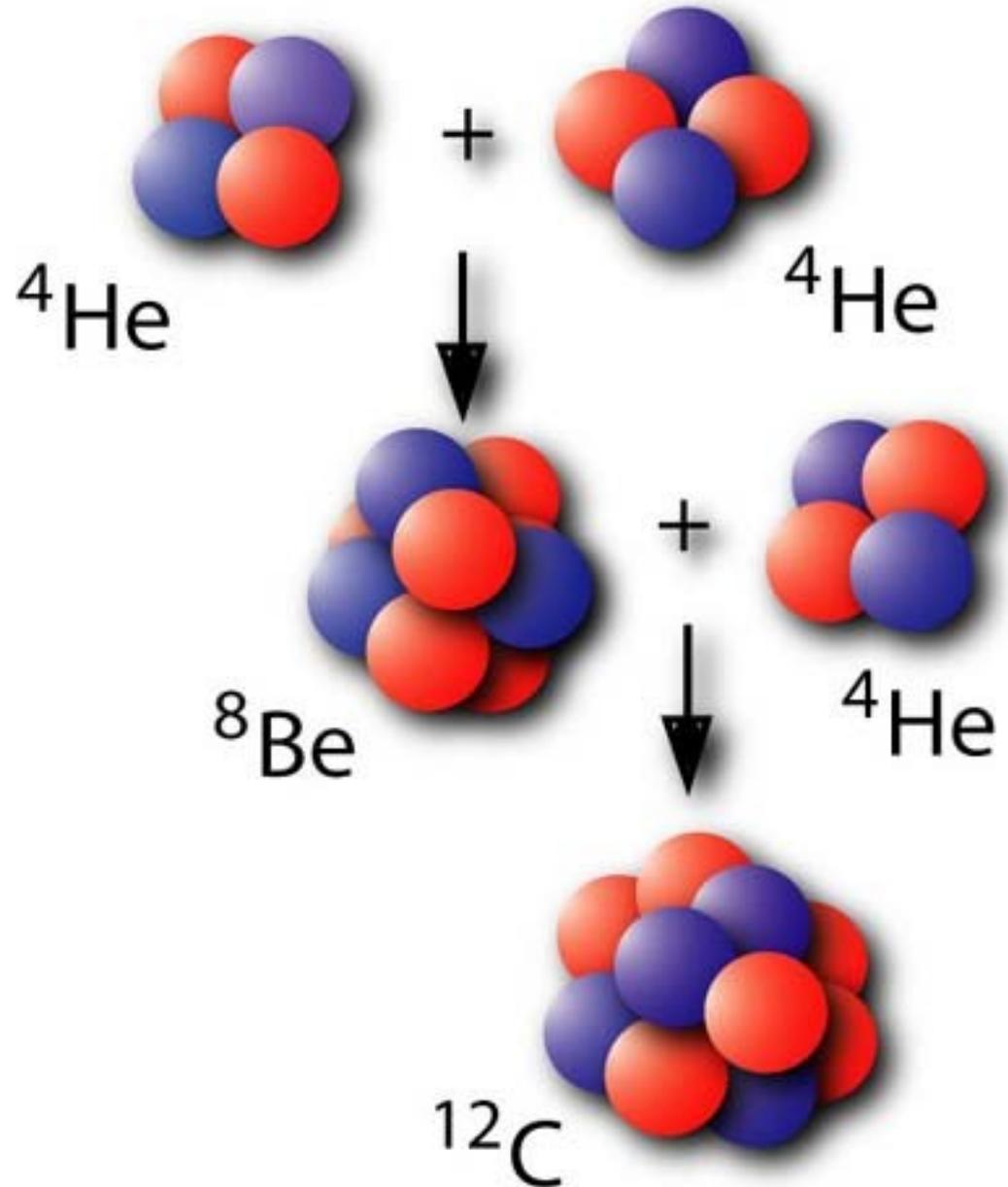
Je zwei Fermionen (wie Elektronen) in einem Atom können nicht in allen Quantenzahlen übereinstimmen.

Wir leben z.B. vom Sauerstoff. Molekularer Sauerstoff ist sehr reaktiv. Warum brennen unsere Lungen beim Atmen nicht ab? Normale Sauerstoffmoleküle sind paramagnetisch und haben ungepaarte Elektronen, die aber parallelen Spin haben.

Beim Atmen müssen die Sauerstoffatome mit ihren Elektronen nacheinander an Hämoglobin gebunden werden (zwei Elektronen auf einmal geht nicht, weil sie parallelen Spin haben), weil sie sonst das Pauli Prinzip verletzen würden. Dadurch wird die Sauerstoffaufnahme verlangsamt, und wir brennen nicht ab.

8) Triple α -Prozess

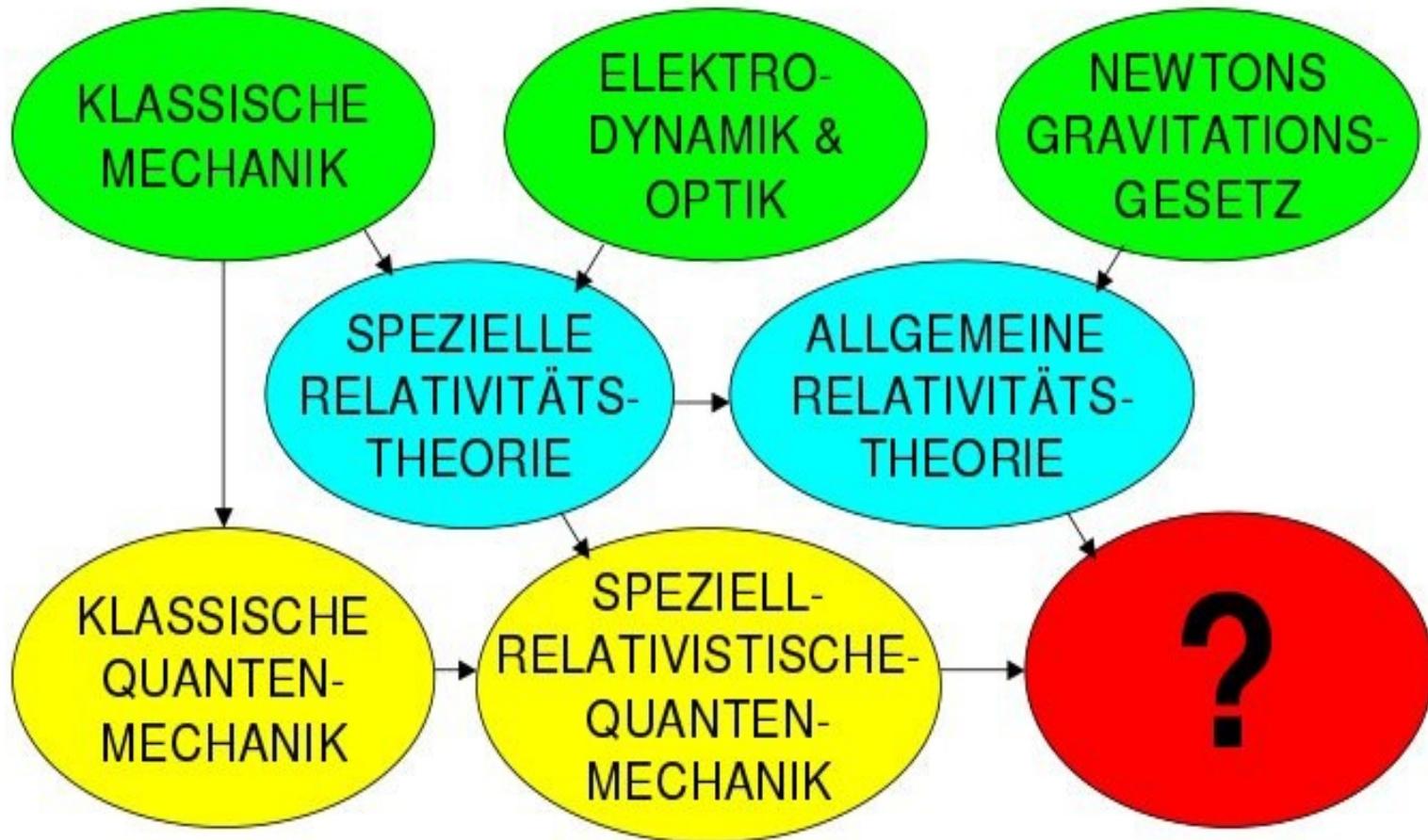
Fall der Wirkungsquerschnitt für den triple α -Prozess nicht so resonanzartig groß wäre, würde es keine Elemente jenseits von Bor geben.





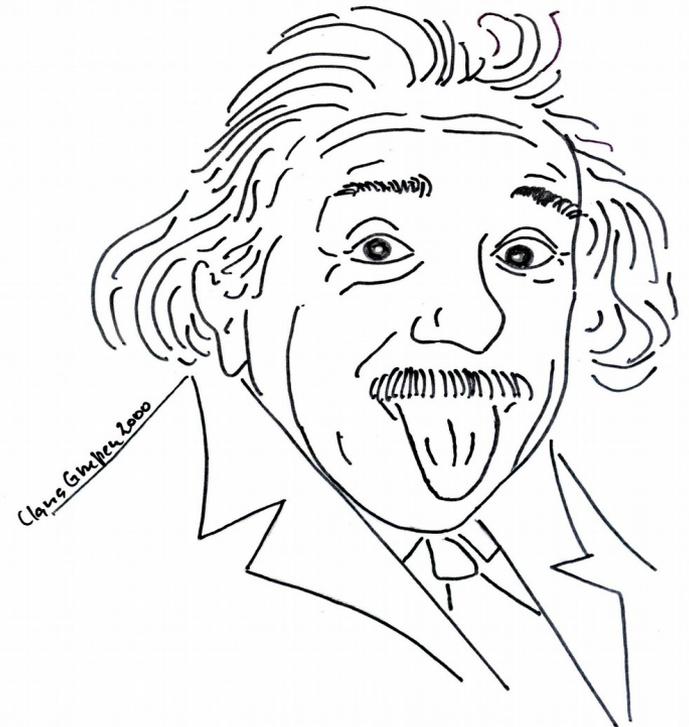
Kosmochemie

Grundlegende Gedanken zu den Einsteinschen Relativitätstheorien



Über die Mathematik in der Allgemeinen Relativitätstheorie:

„Seitdem die Mathematiker über meine Relativitätstheorie
hergefallen sind, verstehe ich sie selbst nicht mehr.“



*„Wo ich geh und wo ich steh
Stets ein Bild von mir ich seh,
Auf dem Schreibtisch, an der Wand,
Um den Hals am schwarzen Band.
Männlein, Weiblein wundersam
Holen sich ein Autogramm,
Jeder muß ein Kritzel haben
Von dem hochgelehrten Knaben.“*

A. Einstein



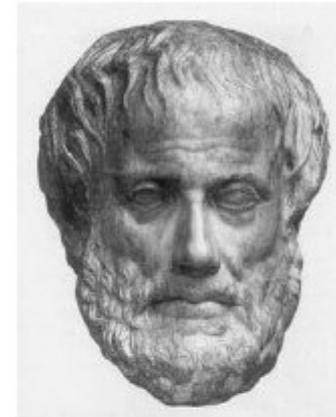
Grundlegend für die Relativitätstheorien ist der Begriff der Zeit

Klassischer Zeit-Begriff

→ **Aristoteles (~ 350 v. Chr.)**

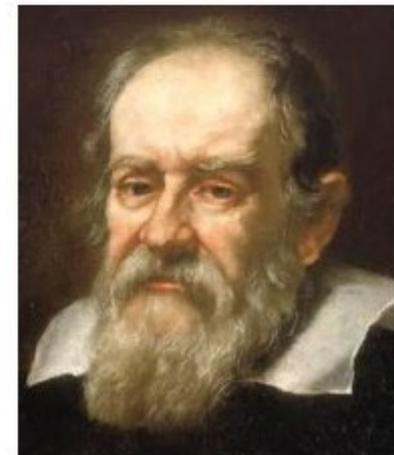
Zeit ist Bewegung

(z.B. in Bezug auf die Gestirne)



→ **Galilei (~ 1610)**

Die Zeit ist eine unabhängige
Veränderliche zur
Beschreibung von Bewegungen:
Geschwindigkeit = Abstand pro Zeit

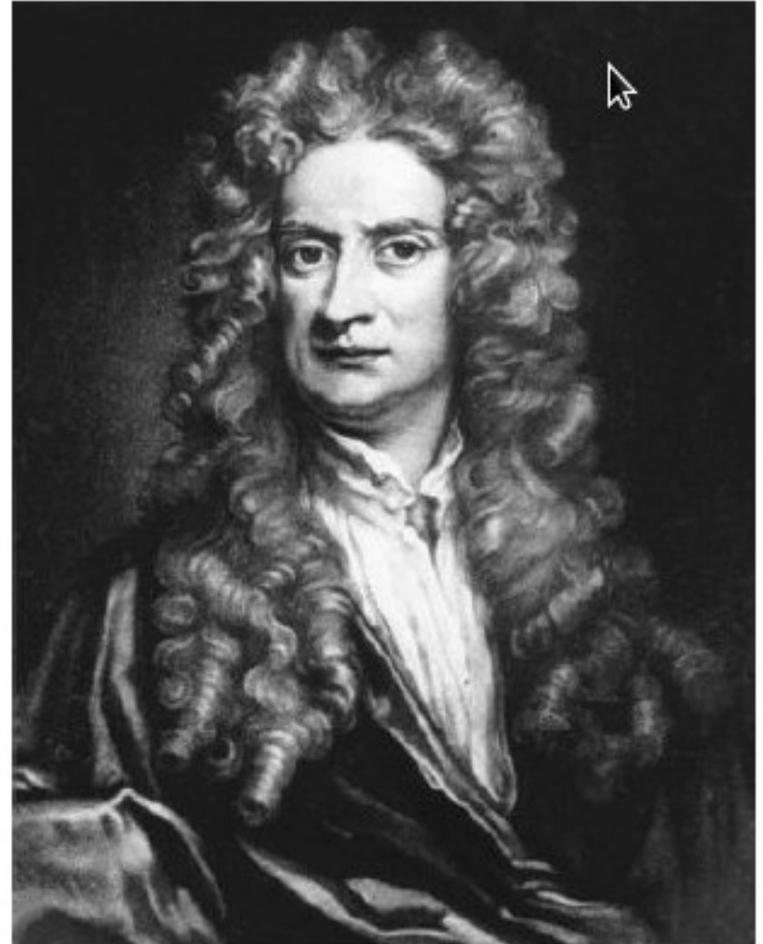


Klassischer Zeit-Begriff

→ **Newton** (1643-1727)

Philosophiae naturalis
principia mathematica 1687

- **Begriff der absoluten Zeit:**
Die absolute Zeit fließt gleichförmig und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand
 - Newtonsche Gesetze
 - Gravitationsgesetz

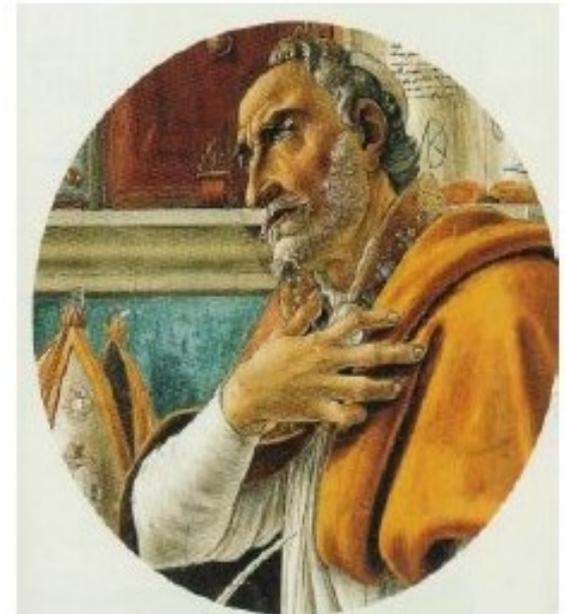


Beginn der Zeit

- **Augustinus** (~ 400 n.Chr.):

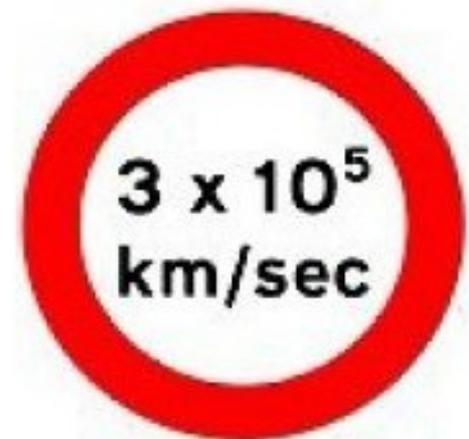
Als Gott die Welt schuf, schuf er auch die Zeit.

- **Frage: was hat Gott denn die ganze Ewigkeit gemacht, bevor er die Zeit schuf?**
- **Antwort: er hat die Hölle gemacht für Leute, die solche Fragen stellen.**



- **Michelson & Morley (1881):**

**Die Lichtgeschwindigkeit
ist eine Maximalgeschwindigkeit.
Sie ist in allen Bezugssystemen
konstant und gleich**



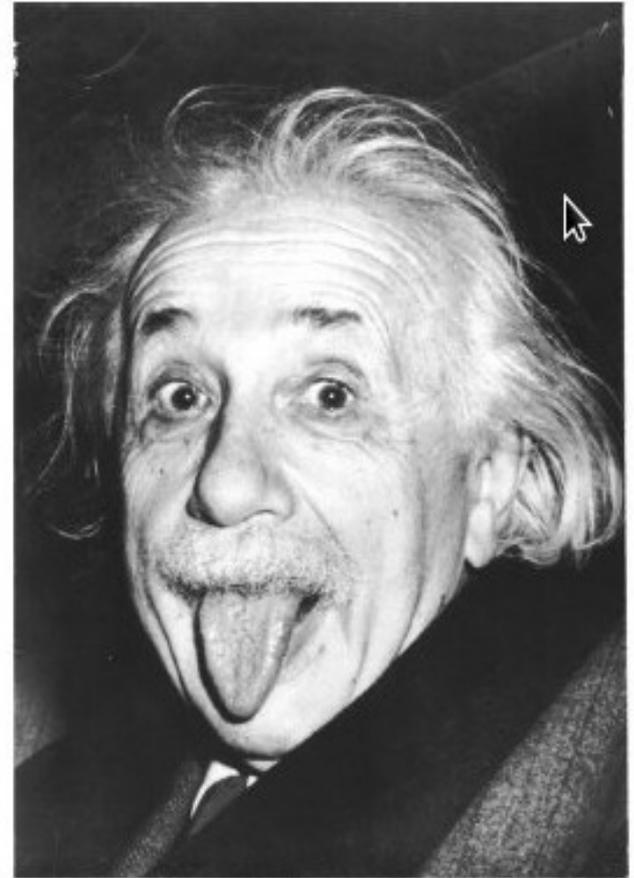
Moderner Zeit-Begriff

Einstein 1: Angaben über
Gleichzeitigkeit von
Ereignissen hängen vom
Bewegungszustand des
Beobachters ab.

(Spezielle Relativitätstheorie,
1905)

Einstein 2: Die Zeit hängt von der
Materieverteilung im Universum ab!

(GPS Navigation,
Allgemeine Relativitätstheorie, 1915/16)



Additionstheorem der Geschwindigkeiten

Galilei $\mathbf{w} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$

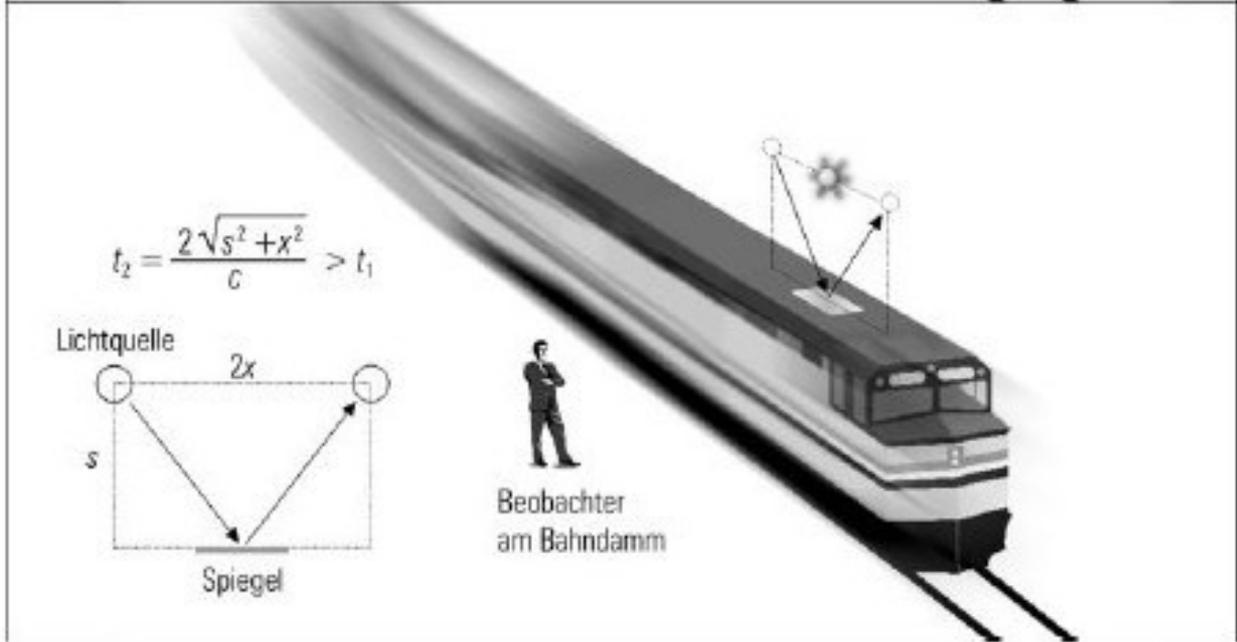
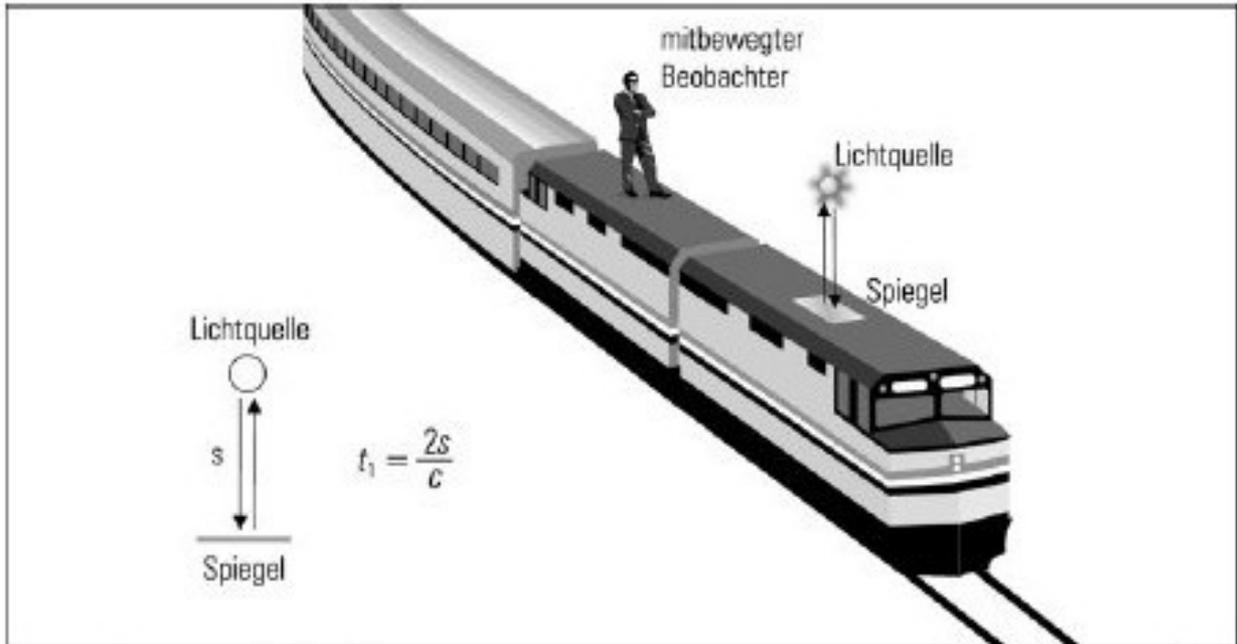
Einstein $w = \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}}$

u oder v \ll **c** \rightarrow **klassische Addition**

- **Einstein's Annus Mirabilis (1905):**

In allen **gleichförmig gegeneinander bewegten** Bezugssystemen gelten dieselben **physikalischen Gesetze**

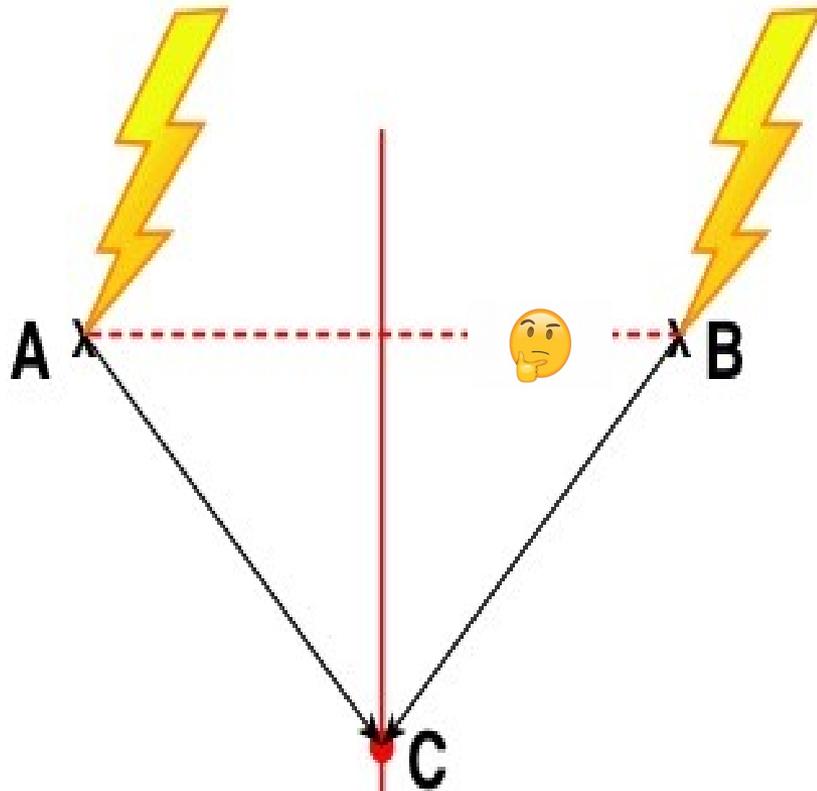
- Zeitdilatation (Zwillingsparadoxon)
- Massenzunahme
- Additionstheorem der Geschwindigkeiten
- Äquivalenz von Masse und Energie $E = mc^2$
- Begriff der Gleichzeitigkeit?



Zeitdilatation

Von einem externen Beobachter aus gesehen verläuft die Uhr im Zug langsamer

Gleichzeitigkeit



An den Orten A und B schlagen gleichzeitig Blitze ein.

Für C und alle Beobachter auf der roten Linie sind diese Ereignisse gleichzeitig.

Der nachdenkliche Smiley sieht den Blitz in B zuerst und danach erst in A.

Zwei Ereignisse an verschiedenen Orten A und B eines Inertialsystems sind gleichzeitig, wenn sie von Lichtstrahlen ausgelöst werden können, die im gleichen Augenblick von einem Punkt ausgehen, der in der Mitte von A und B liegt.



Claus Gampfer 2015

**John trifft seinen Zwillingsbruder
nach einer langen Reise in den
Weltraum.**

- **Einstein (1916):**
In allen gleichförmig gegeneinander beschleunigten Bezugssystemen gelten dieselben physikalischen Gesetze
 - ➔ Allgemeine Relativitätstheorie
 - ➔ Äquivalenz von schwerer und träger Masse
- **Raumkrümmung durch Massen**
- **Lichtablenkung im Schwerefeld („Gravitationslinse“)**
- **Im Schwerefeld ticken die Uhren langsamer**
(➔ schwarze Löcher)
- **Alle Aussagen jenseits jeden Zweifels experimentell bewiesen**

Spezielle Relativitätstheorie

$$E = m c^2$$

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

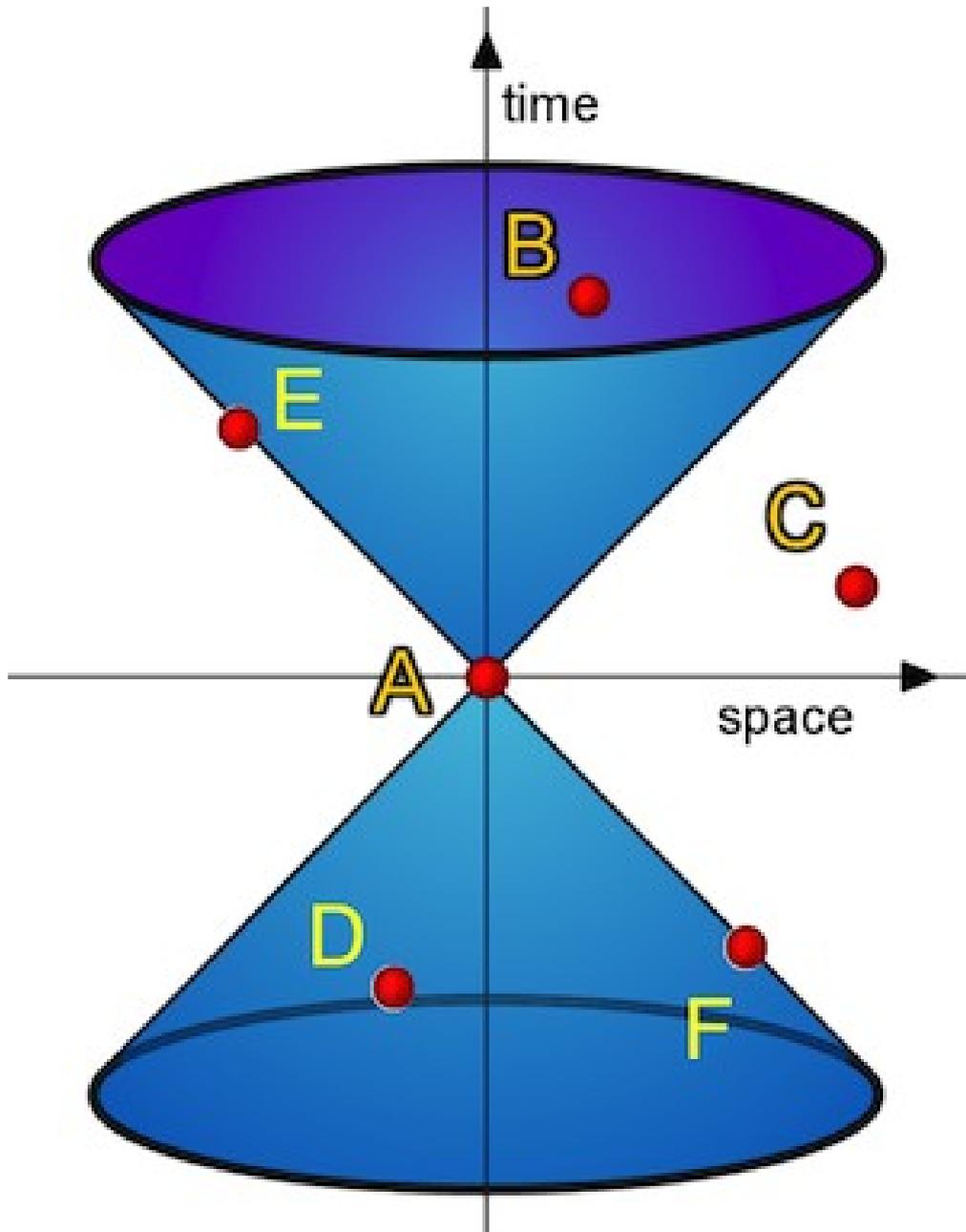
Massenzunahme

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Zeitdilatation

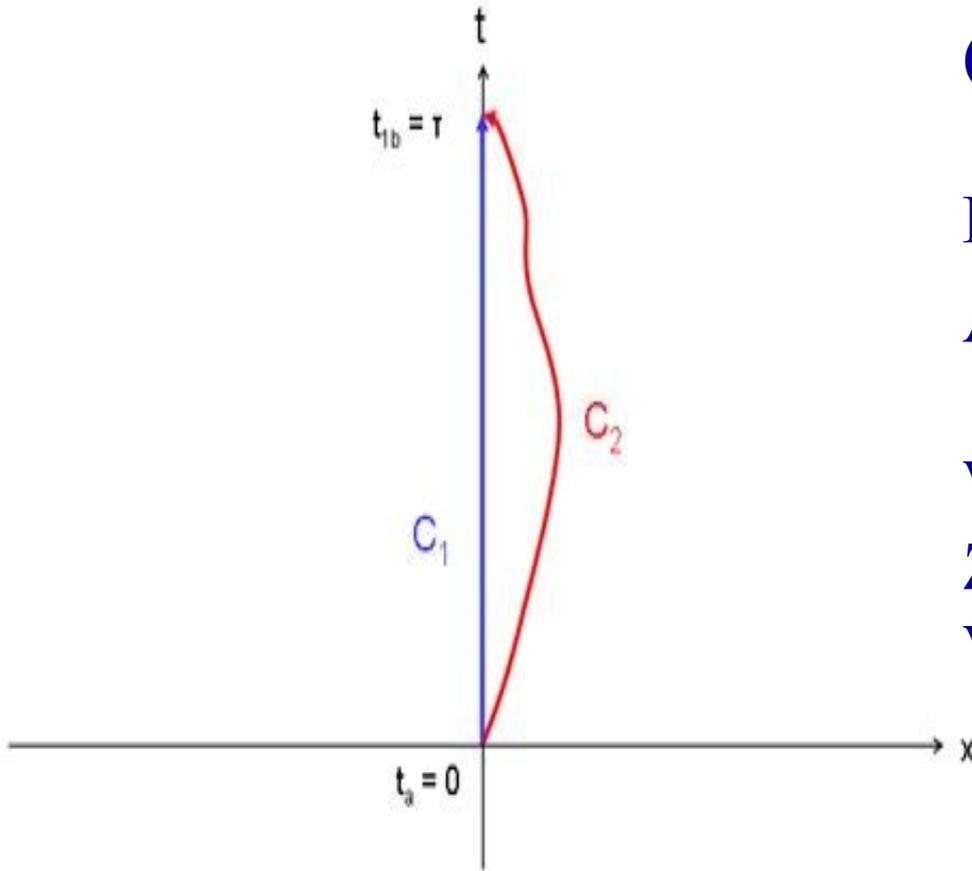
Lorentzkontraktion

$$L = L_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$



**Kausale
Verknüpfung:**

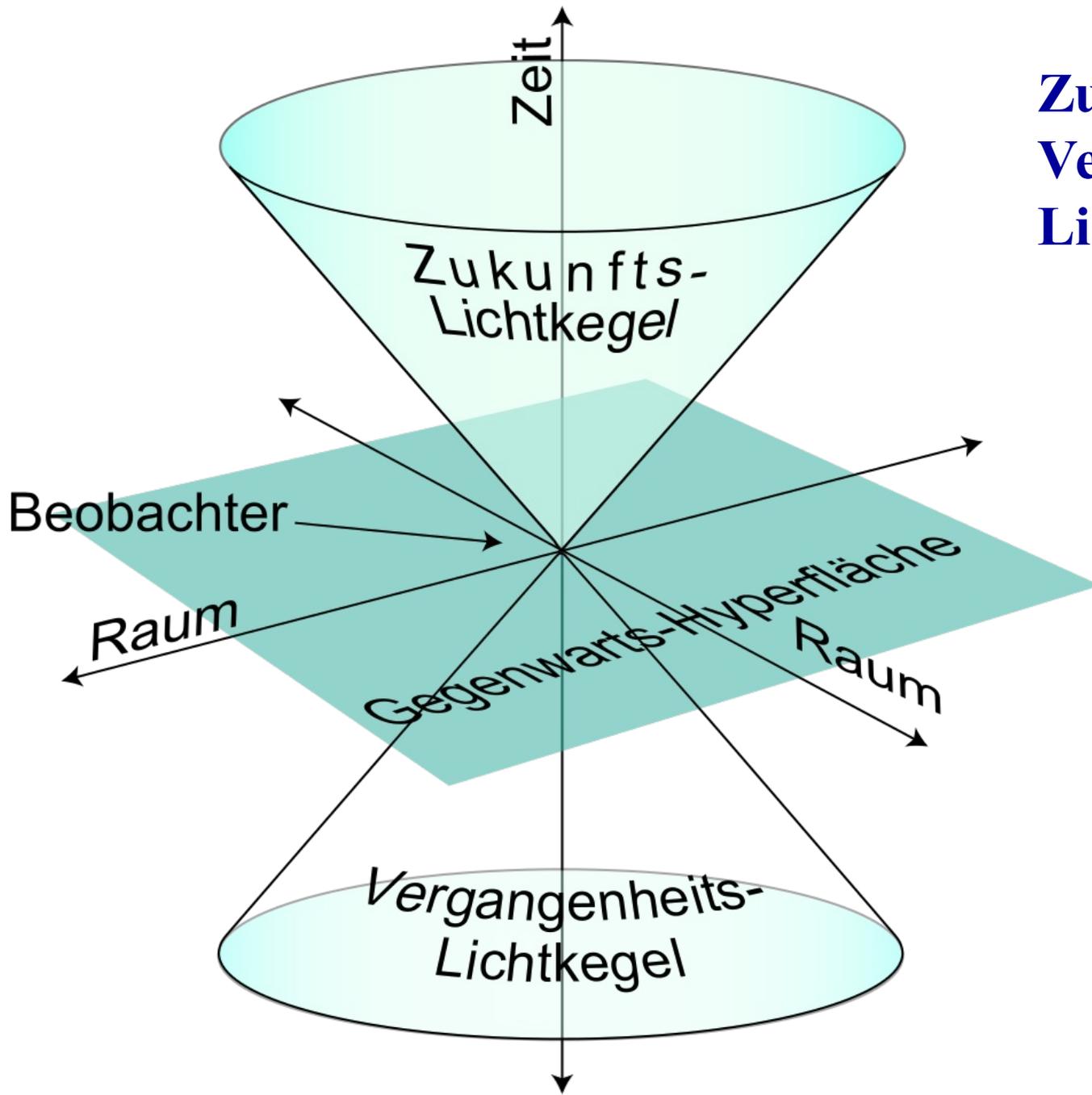
**C ist nicht mit
Ereignissen im
Lichtkegel
verknüpft**



**Der Beobachter C_1 ruht
(vermutlich ein Beamter?).**

**Der Beobachter C_2 geht zur
Arbeit und kommt zurück.**

**Weltlinien gehen nur in die
Zukunft, nie in die
Vergangenheit.**



**Zukunfts- und
Vergangenheits-
Lichtkegel**

**Minkowski
Darstellung**

**Und jetzt wird Opa Claus
Dir die Geschichte von
Albert Einsteins Allgemeiner
Relativitätstheorie vorlesen!**



Claus Gumpen 2018

Allgemeine Relativitätstheorie

Relativ gegeneinander beschleunigte Systeme sind gleichberechtigt.

Schwere Masse und träge Masse sind gleich

Gravitation ist eine geometrische Eigenschaft der gekrümmten vierdimensionalen Raumzeit

Gravitationsfeld
(nach unten)

Beschleunigung
(nach oben)

Äquivalenzprinzip



Ein Gravitationsfeld ist von einer beschleunigten Rakete nicht zu unterscheiden (wenn man keine Fenster in der Kabine hat)

Versuch der Herleitung der Friedmann- Gleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie



Galaxienmasse: M (kugelförmig
angenommen)

Testgalaxie am Rand: m

Galaxienradius: R

Gravitationspotential von m :

$V = - GmM/R = - (4\pi/3) GmR^2 \rho$,
denn die Masse M ist

$$M = (4\pi/3) R^3 \rho$$

Kinetische Energie der Randgalaxie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{R}^2$$

$$\text{Gesamtenergie } E = \frac{1}{2} m \dot{R}^2 - (4\pi/3) G m R^2 \rho$$

Mit dem Krümmungsparameter $k = -2E/m$ wird daraus nach einigem Umstellen

$$\dot{R}^2/R^2 + k/R^2 = 8\pi/3 G \rho$$

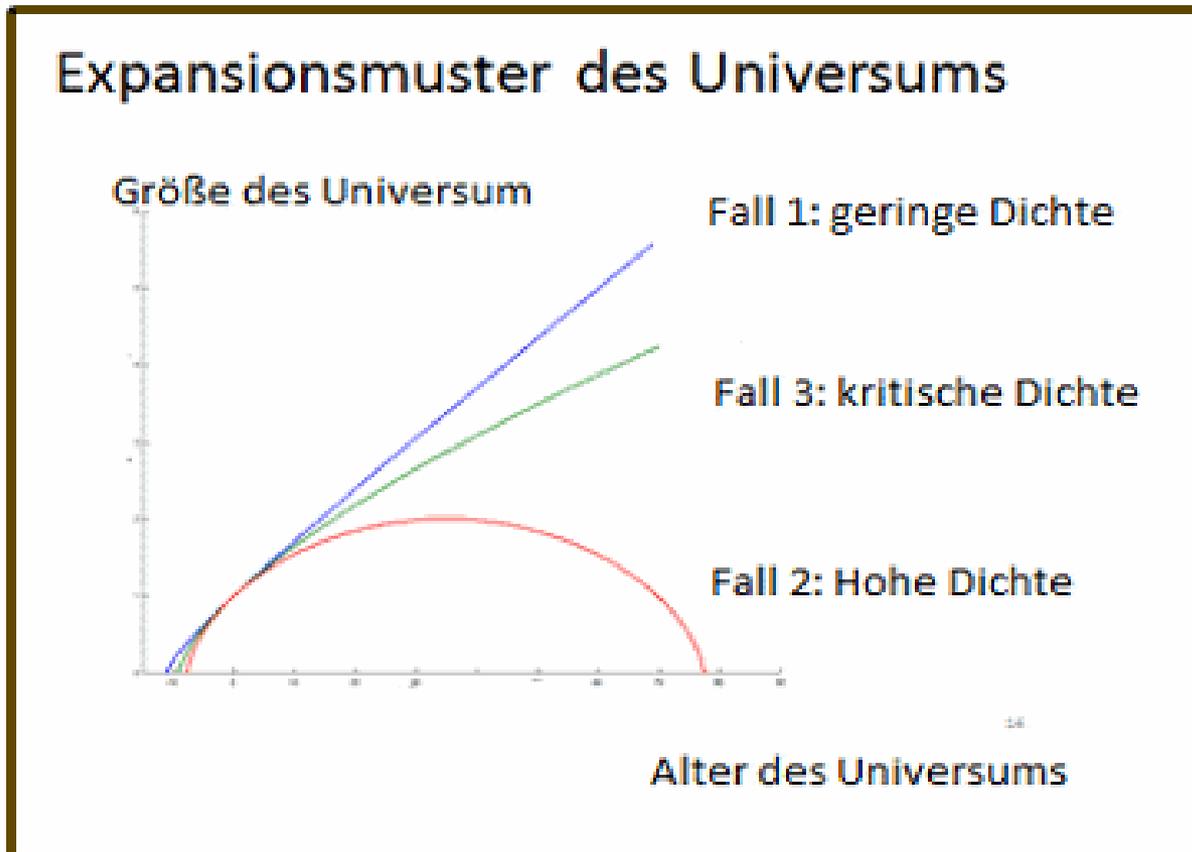
Das ist die Friedmann-Gleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie





Class Gruppen 2013

Weltmodell ohne Vakuumenergie



offen

flach

geschlossen

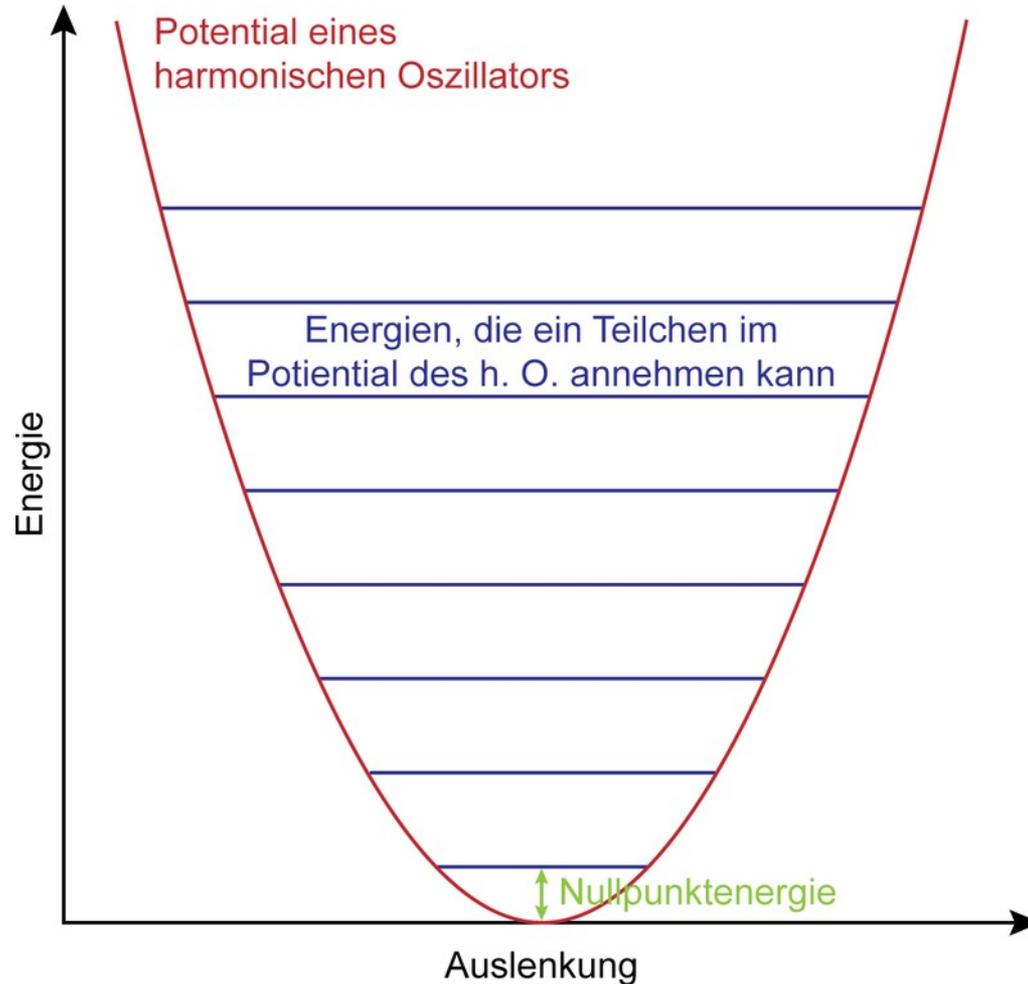
"Es werde Licht!"



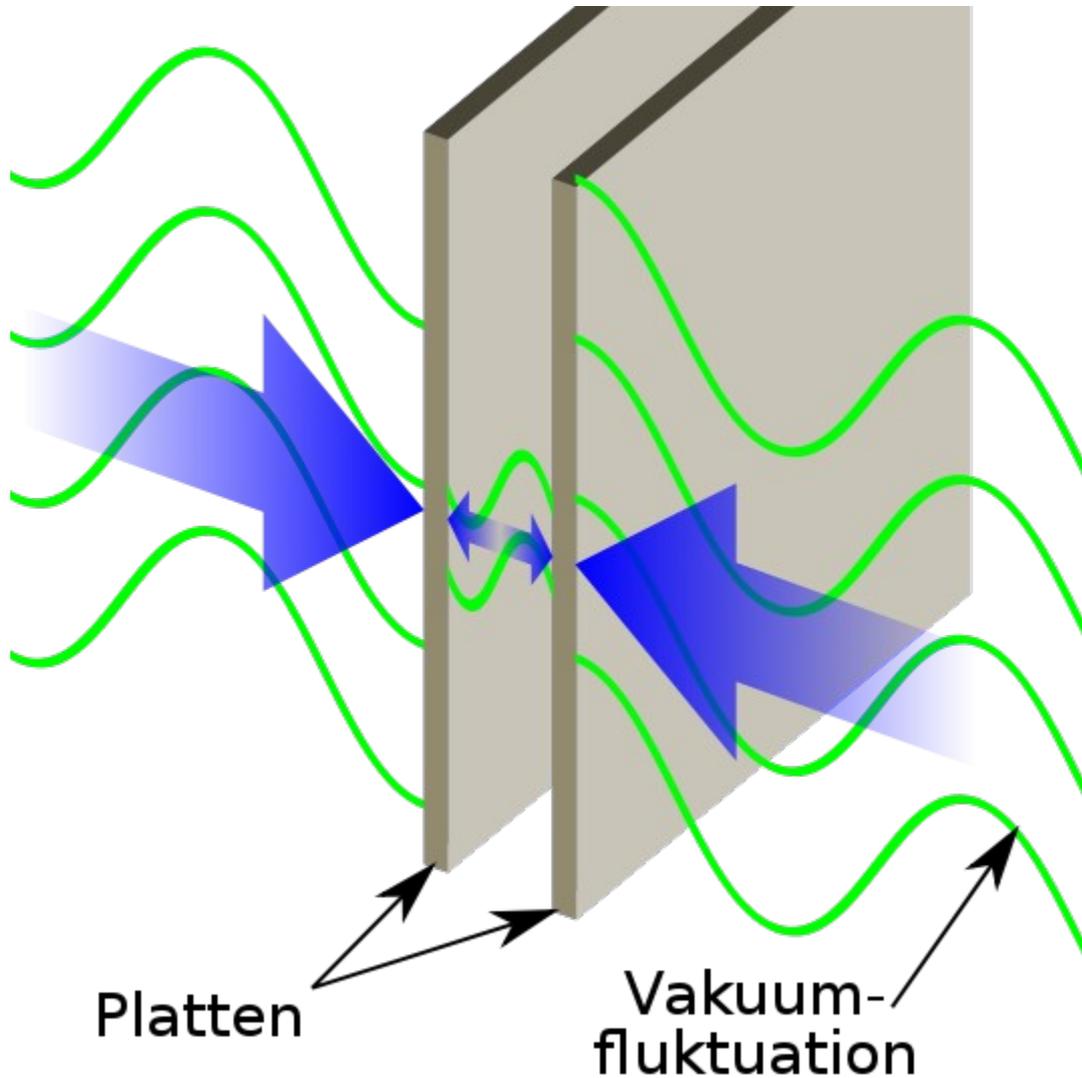


Clay's Gumpen 2013

Vakuumenergie/Nullpunktsenergie



Casimir-Effekt



Druck auf die Platten

$$p \sim 1/d^4$$

d ist der Abstand der
Platten

Wo spielt der Casimir-Effekt eine Rolle?

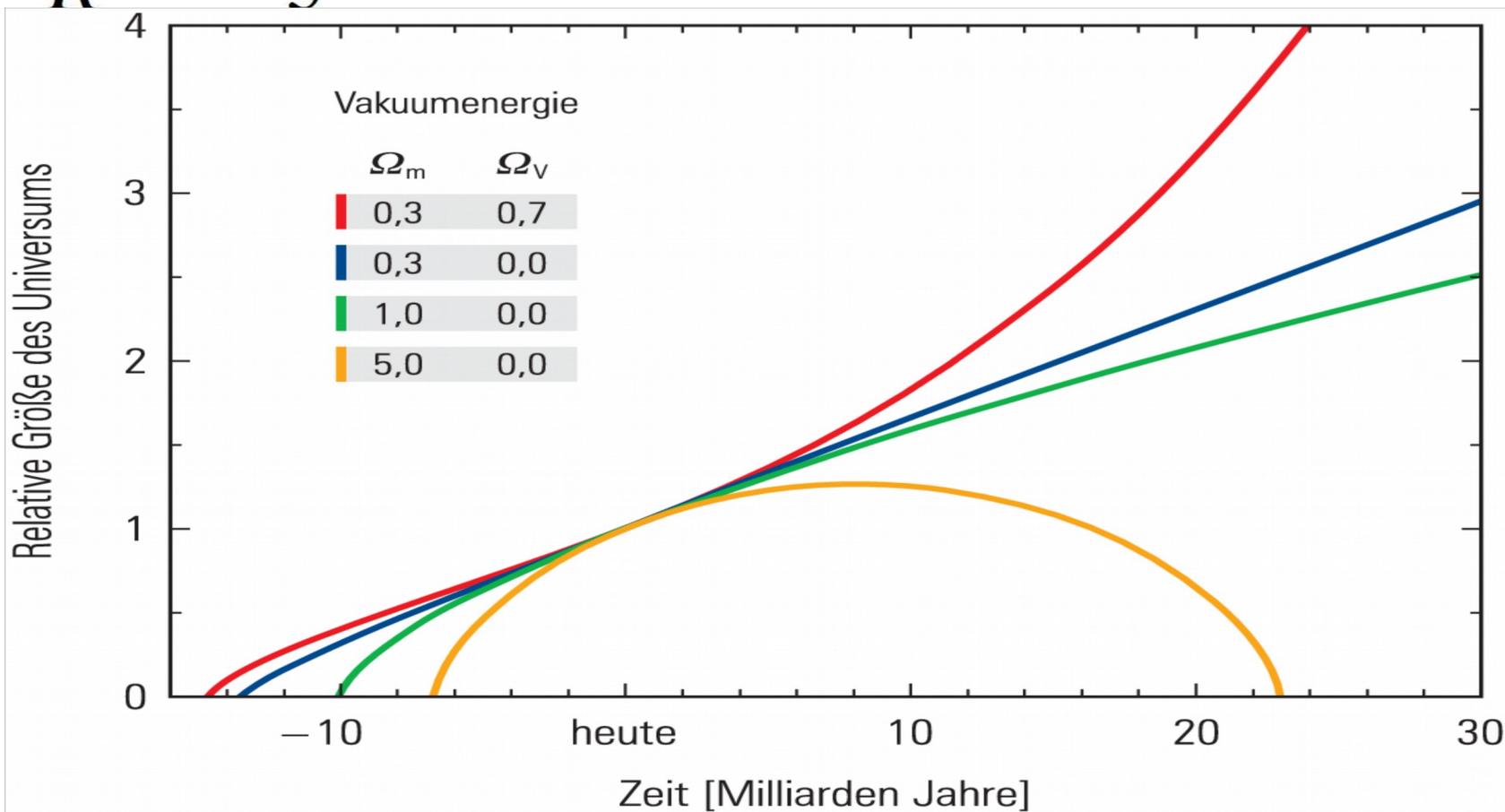
Die Van-der-Waals-Kraft zwischen leitenden Platten kann berechnet werden, wenn angenommen wird, dass das Vakuum ein Raum voller **virtueller Teilchen** ist, die als **Vakuumfluktuationen** bezeichnet werden.

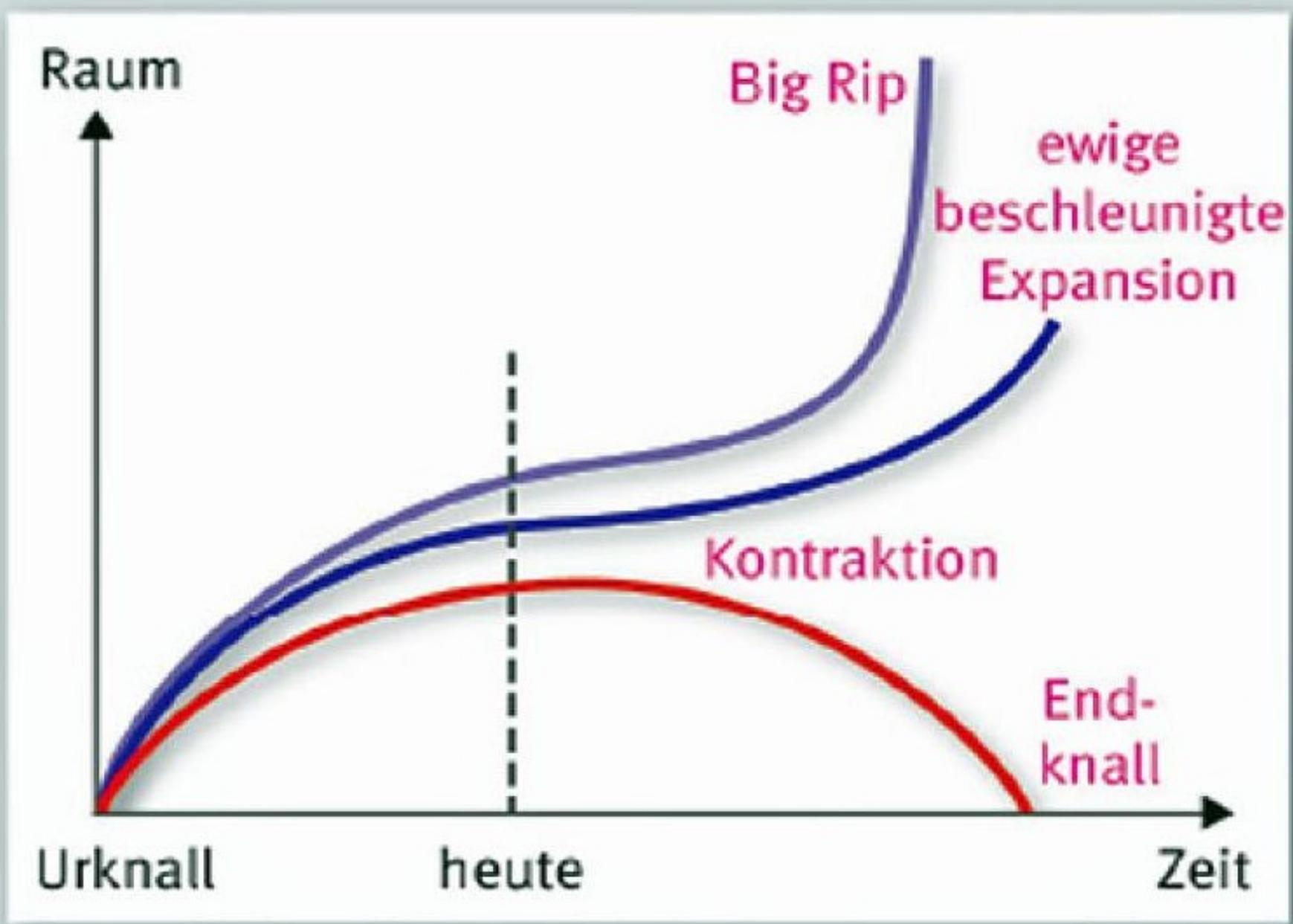
Die Vakuumenergie in der Kosmologie wird durch die Kosmologische Konstante eingeführt.

Friedmann-Gleichung im frühen Universum mit Krümmung Null (Krümmungsparameter $k = 0$) zunächst ohne Vakuumenergie, und in Rot mit kosmologischer Konstante

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi}{3} G \rho + \Lambda/3$$

Ω_m -Materieanteil and der kritischen Dichte; Ω_v - Vakuumanteil an ρ_{krit}







un032-06

© Astrofoto/Numazawa



BIG CRUNCH

BIG RIP

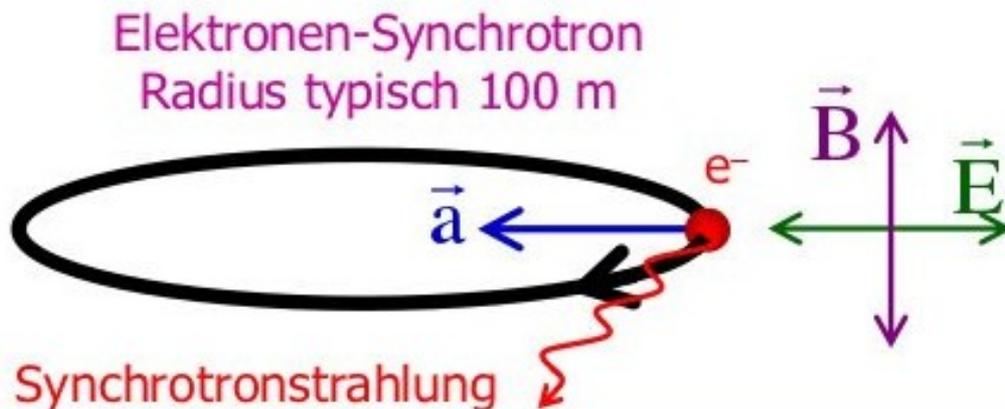
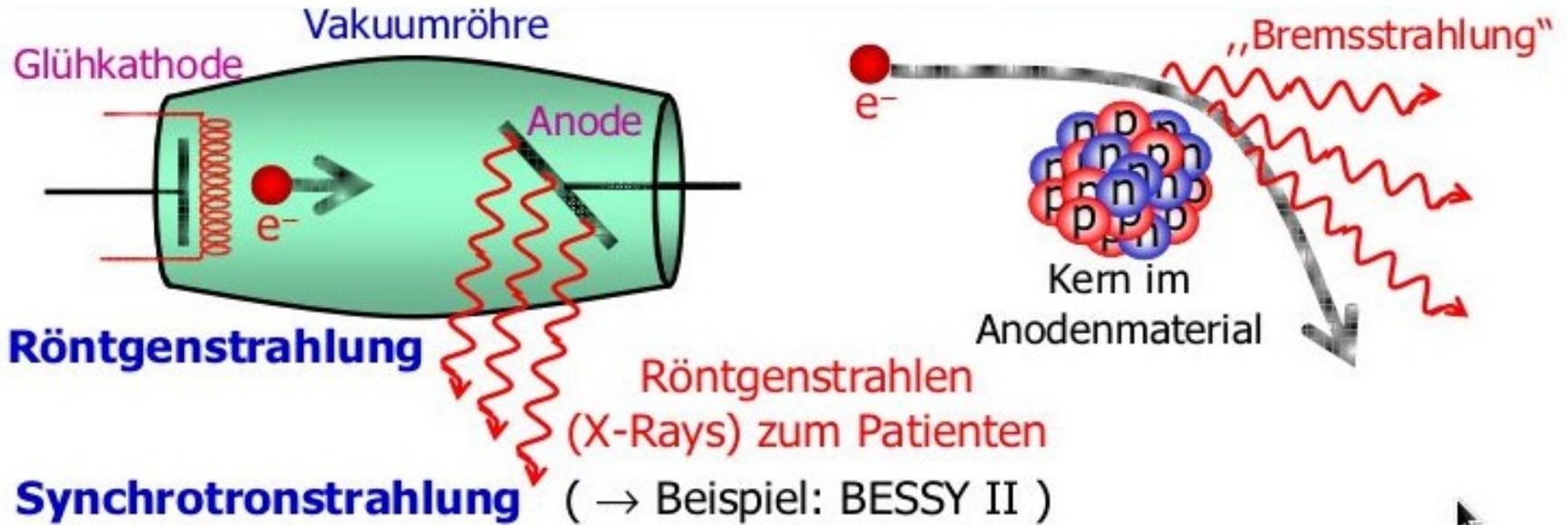
Gravitationswellen

Vorbemerkung: Elektromagnetische Wellen werden z.B. von Dipolen emittiert, oder wenn elektrische Ladungen beschleunigt werden.

Alle Ladungsträger, die beschleunigt oder abgebremst werden, senden elektromagnetische Felder aus, die sich im Raum ausbreiten.

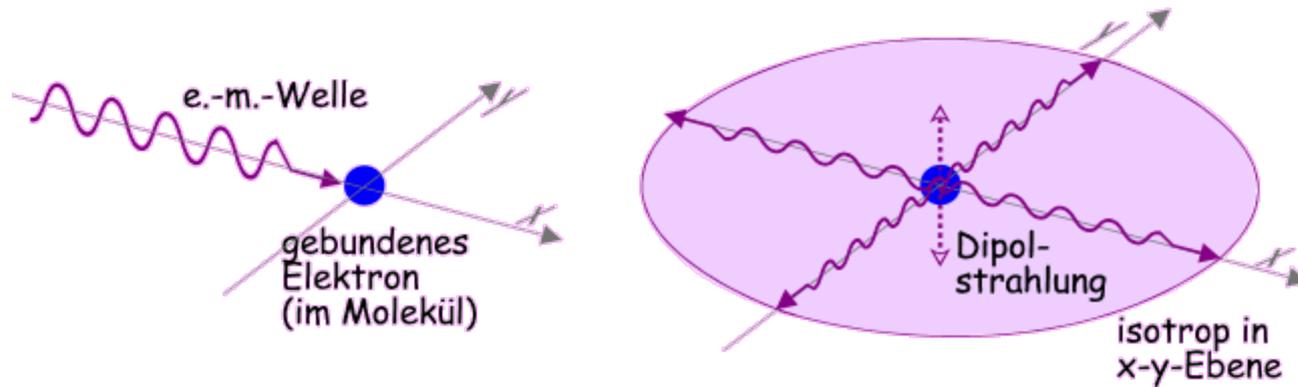
Es gibt aber im Elektromagnetismus positive und negative Ladungen.

Beispiele



- Strahlung ist...
- intensiv & eng gebündelt
 - kurz gepulst
 - breitbandig (bis X-Rays)
 - polarisiert

Beispiel Elektromagnetismus: Rayleigh-Streuung



Variable Amplitude $x = x_0 \sin \omega t$

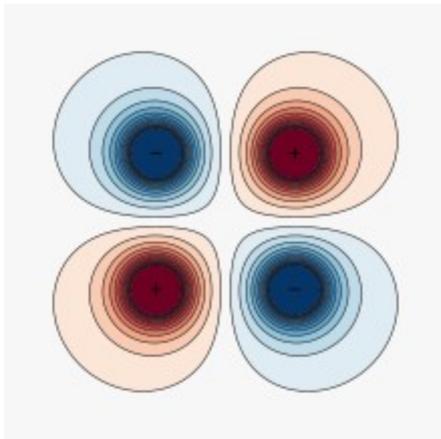
Geschwindigkeit $\dot{x} = \omega x_0 \cos \omega t$

Beschleunigung $\ddot{x} = -\omega^2 x_0 \sin \omega t = -\omega^2 x$

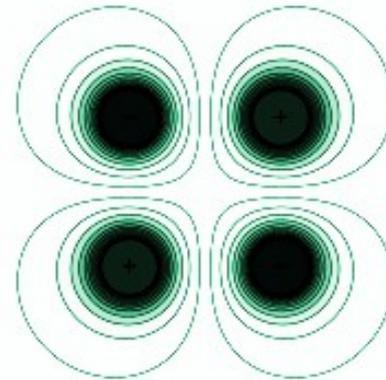
Abstrahlung $S \sim E \times H \sim \omega^4$

weil $F = q E$ und $E \sim \ddot{x}$ und $H \sim E$

In der Gravitation gibt es keine Dipole. Masse hat immer dasselbe Vorzeichen. Auch Antiteilchen haben eine positive Masse.

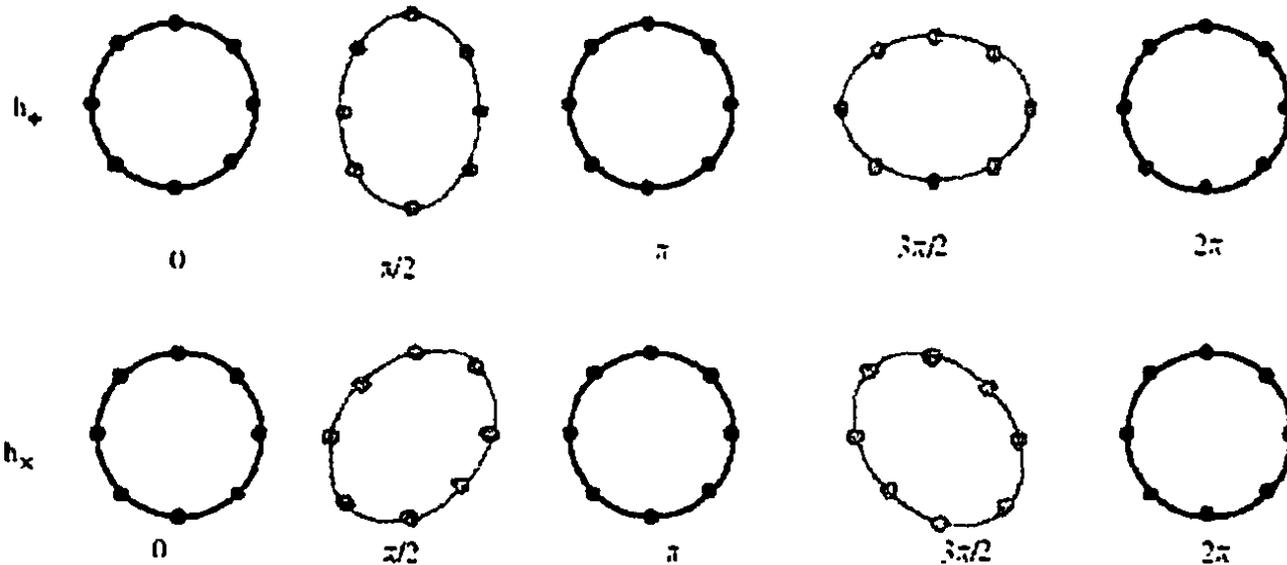


Elektrischer
Quadrupol

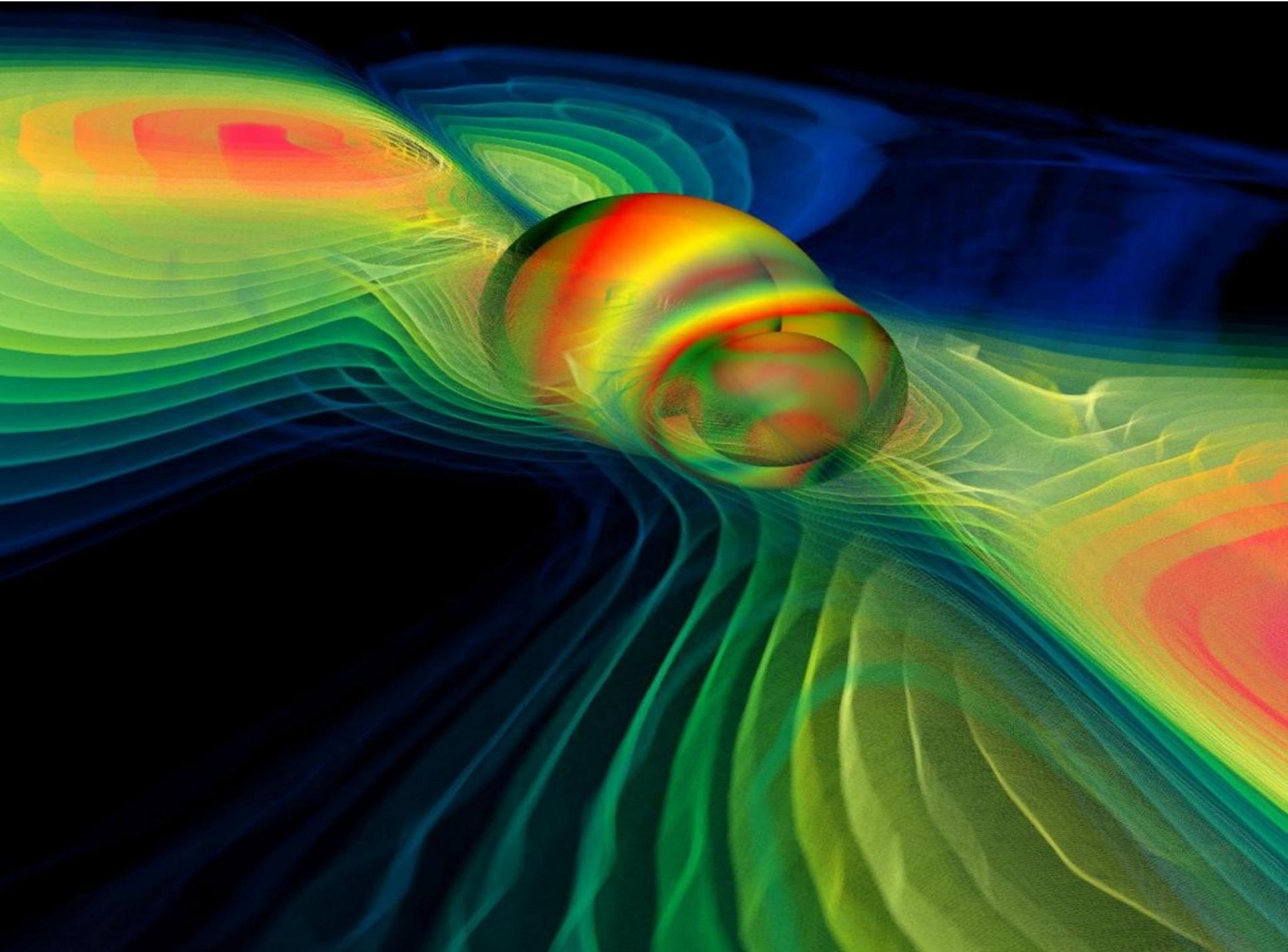


Massen
Quadrupol

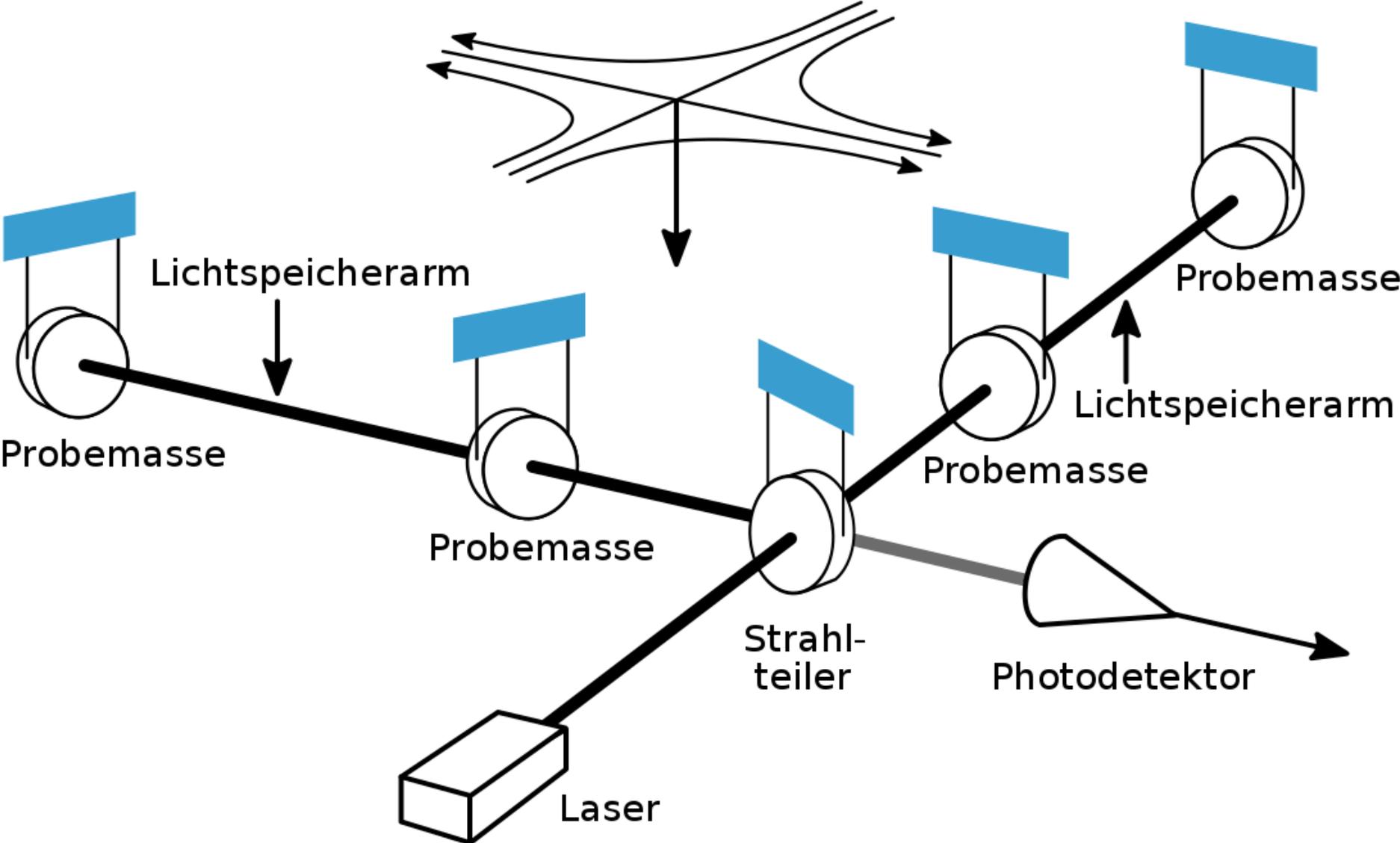
Quadrupolschwingungen für zwei Polarisationen



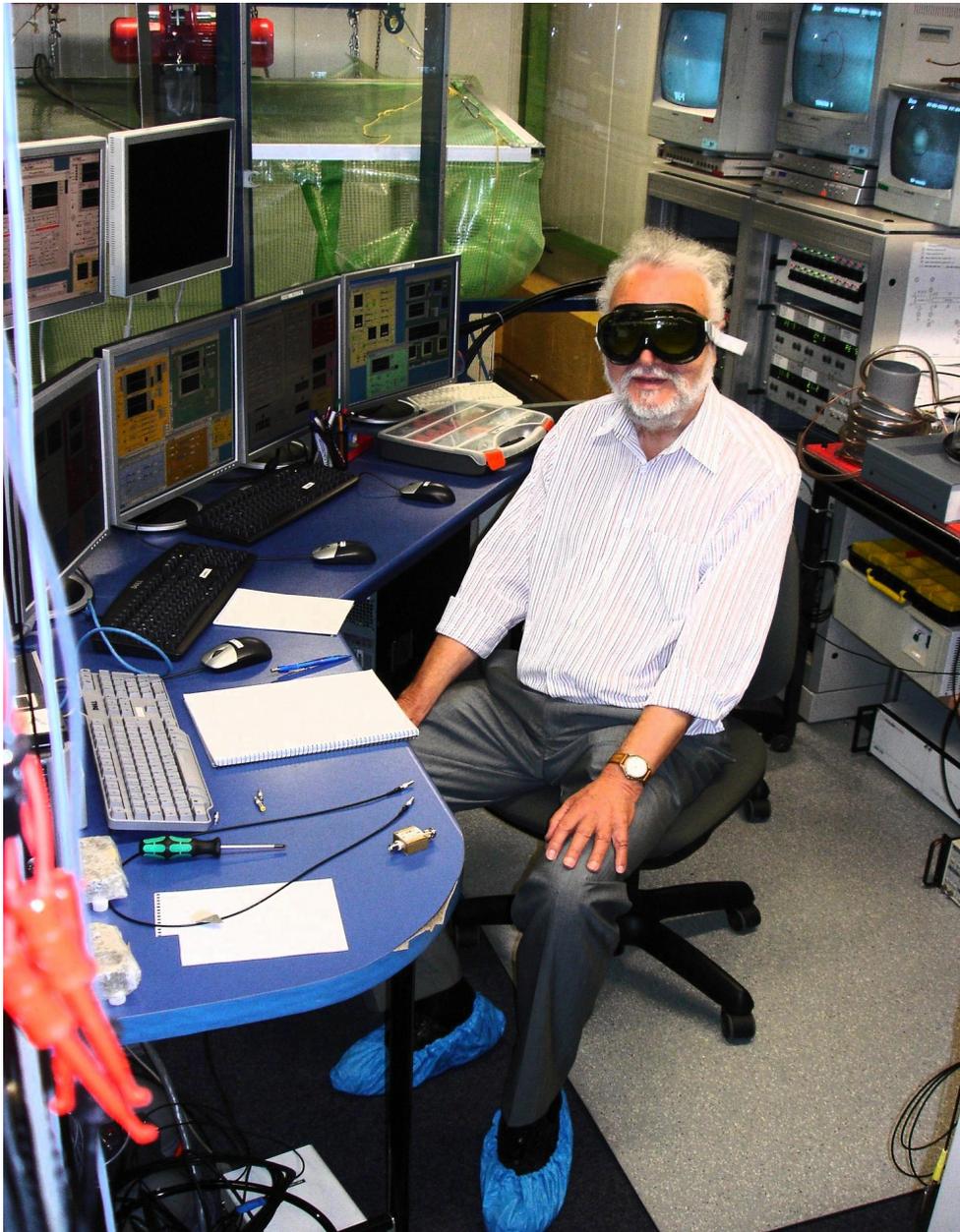
Längenänderung $\sim G \ddot{Q}/r$
 abgestrahlte Leistung $P \sim \omega^6 Q^2$



Michelson Interferometer



GEO 600



MIAK 2009



Mittwochsakademie 2009
Geo 600

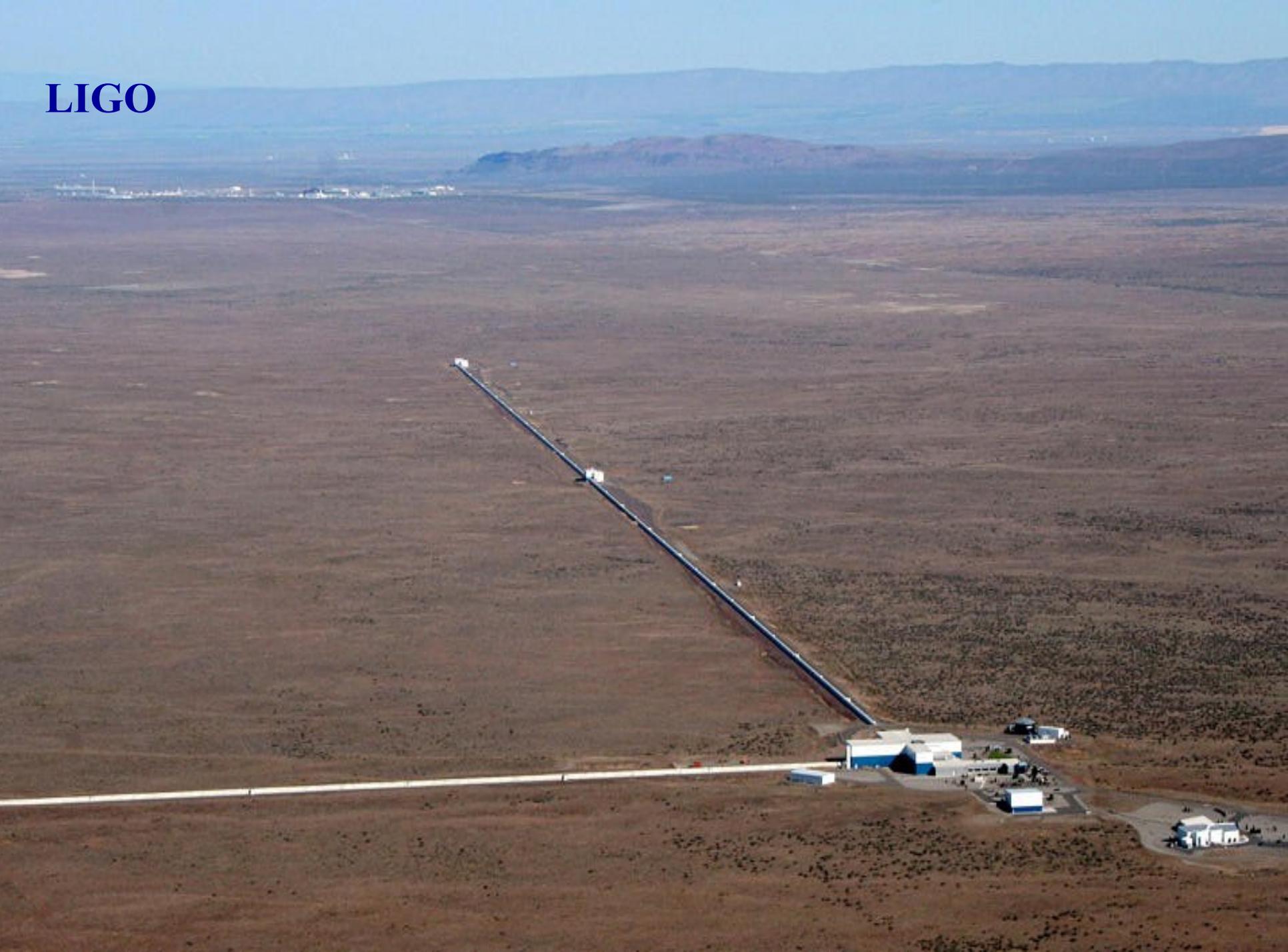
GEO 600

(2009)

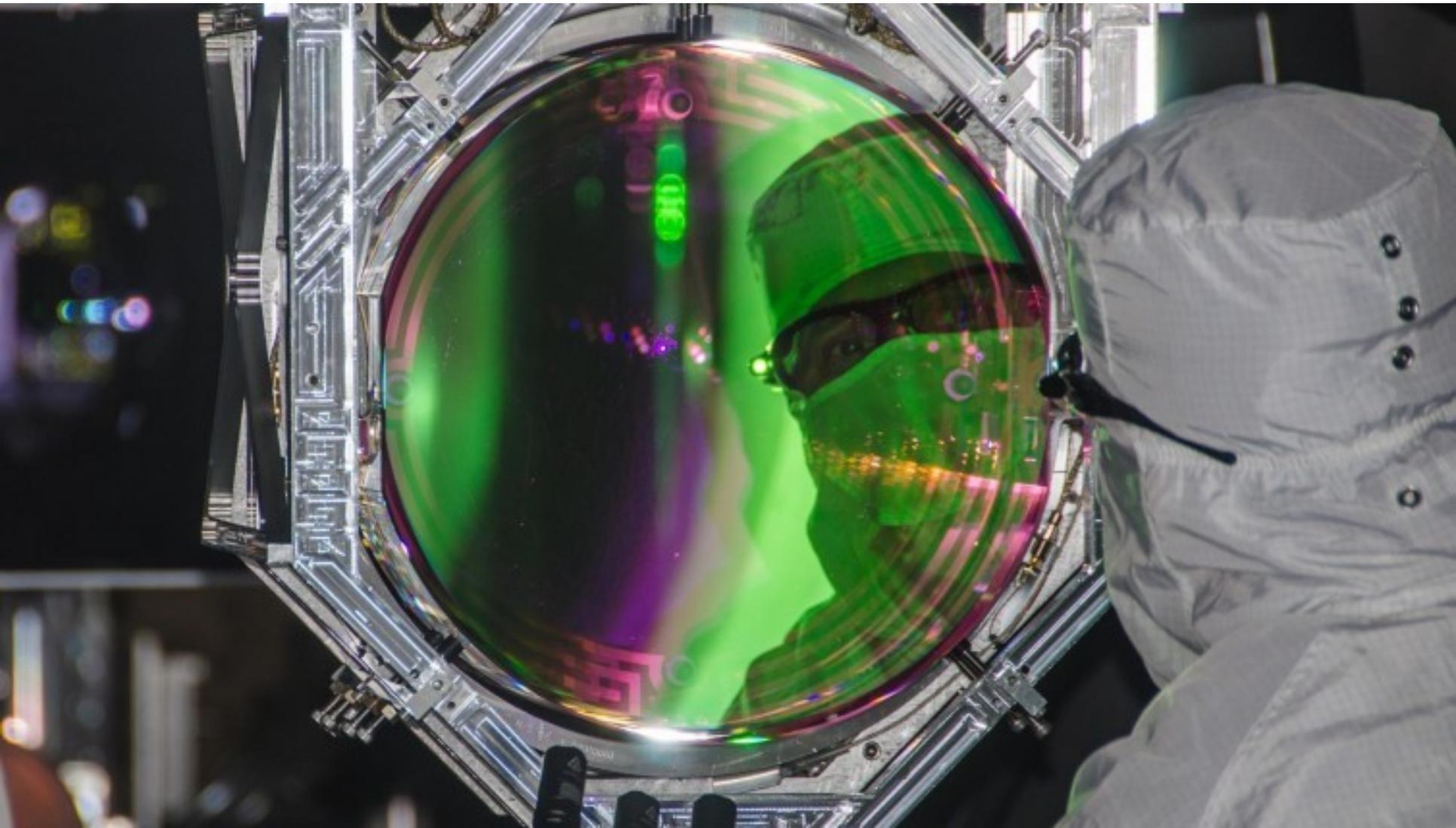
LIGO 2015

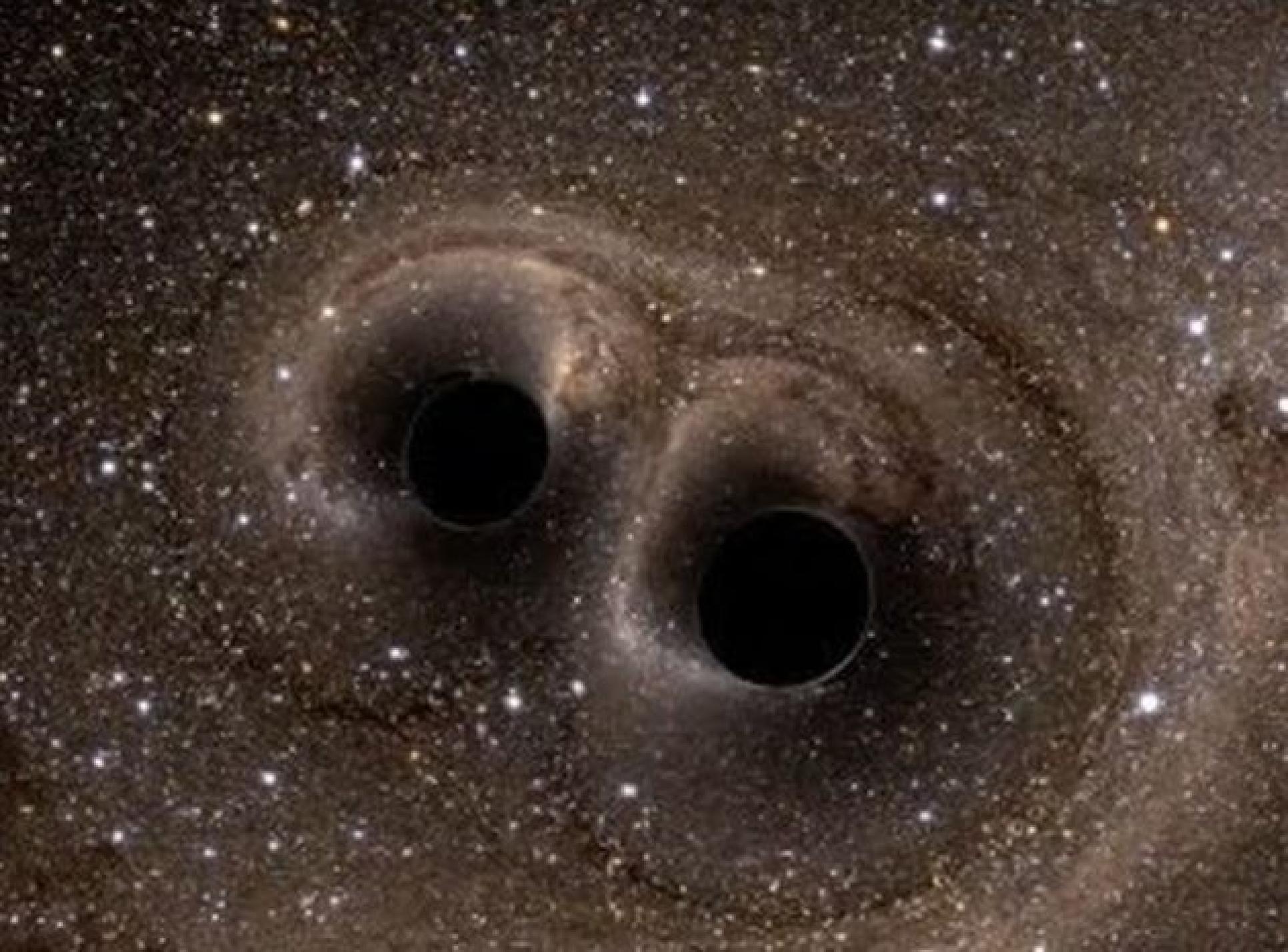


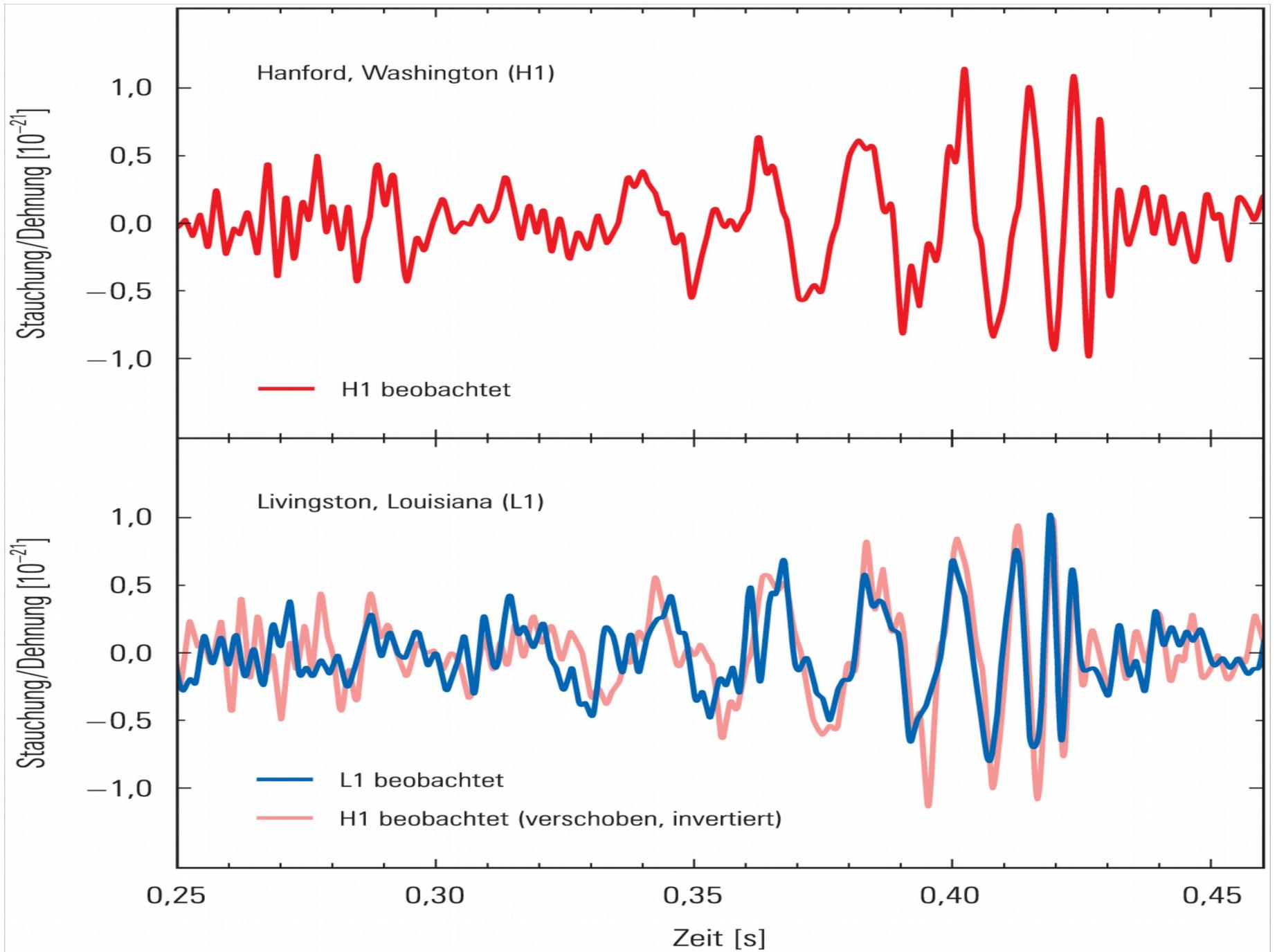
LIGO

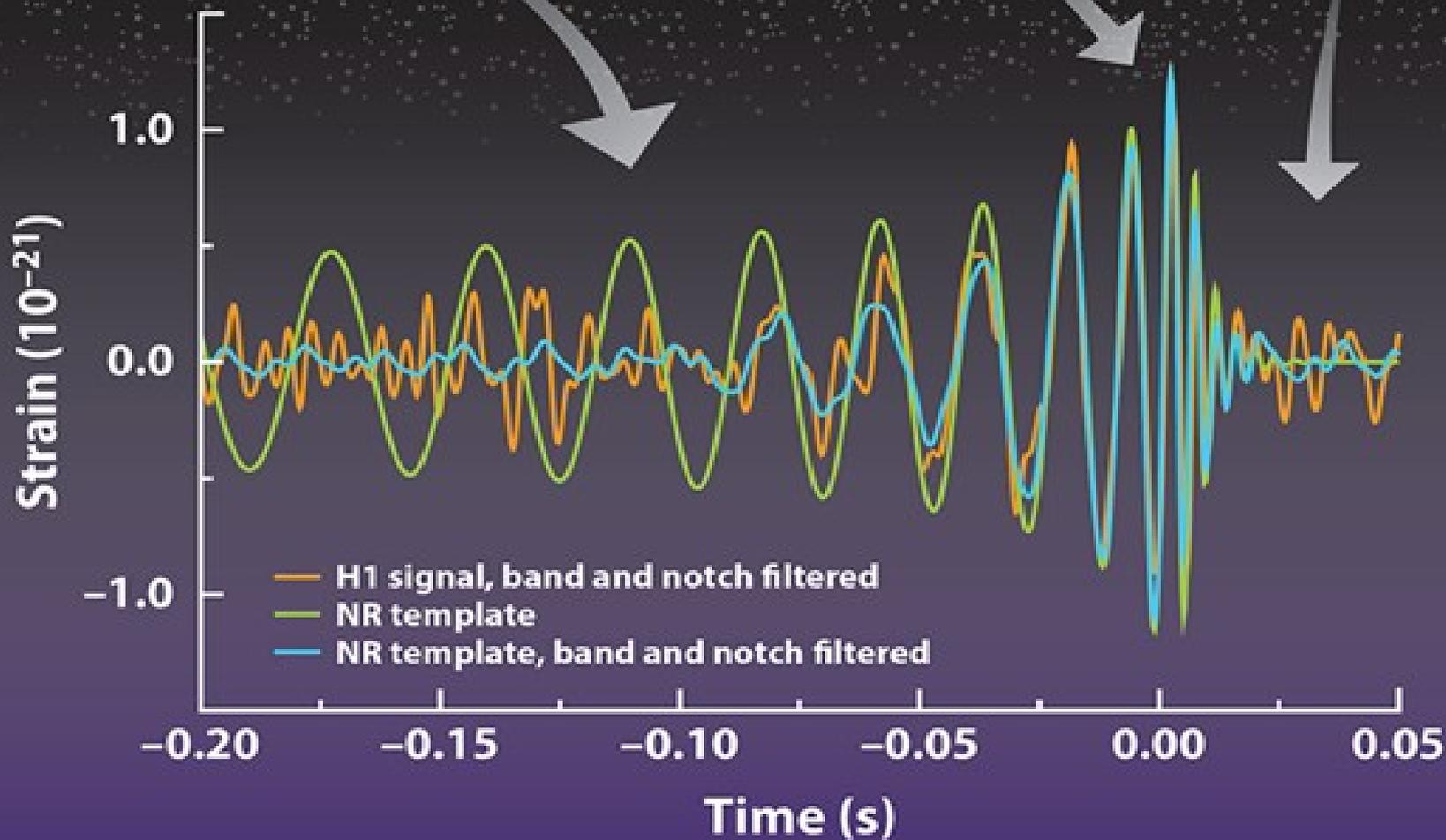


... einer der Spiegel des LIGO-Interferometers





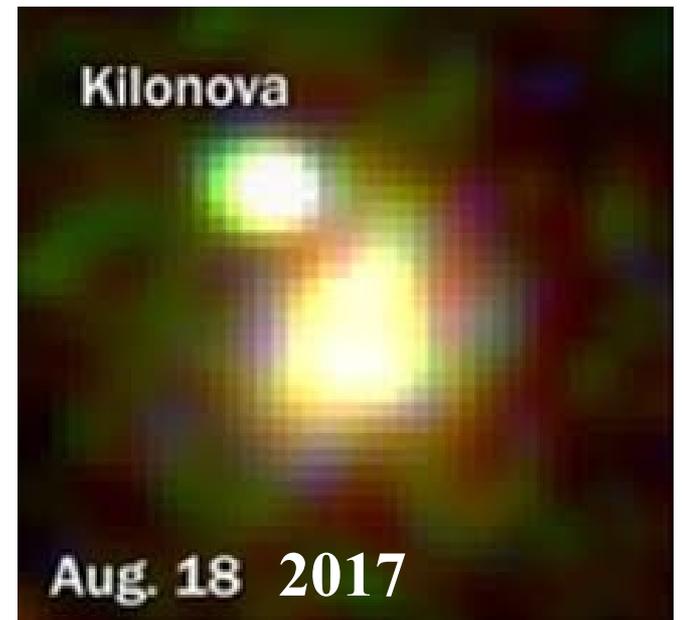


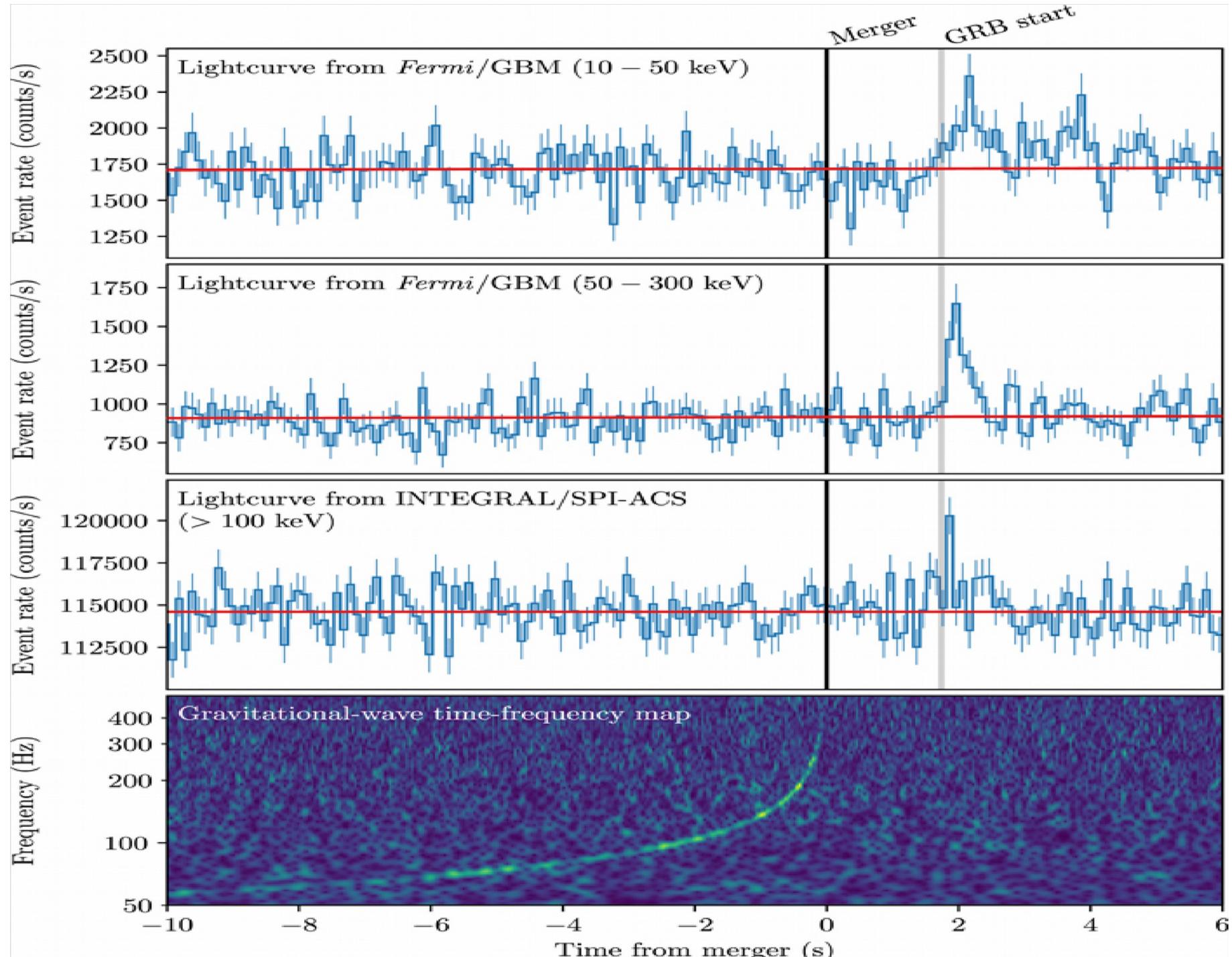


Kollision von Neutronensternen

Zwei Neutronensterne von je etwa drei
Sonnenmassen verschmelzen zu einem Schwarzen
Loch: GW170817

Zeitverzögerung zwischen dem
Gravitationswellensignal und Lichtsignal des
Gamma-ray Bursts 2 Sekunden?
Das Lichtsignal kommt später.





Erstes LIGO-Ereignis 2015

Zwei Schwarze Löcher: 36 und 29 Sonnenmassen
Verschmolzen zu 62 Sonnenmassen.

$3 M_{\odot}$ wurden in die Emission von Gravitationswellen
umgewandelt

Konversionswahrscheinlichkeit 4,6 %

Kernfusion 0,7 %

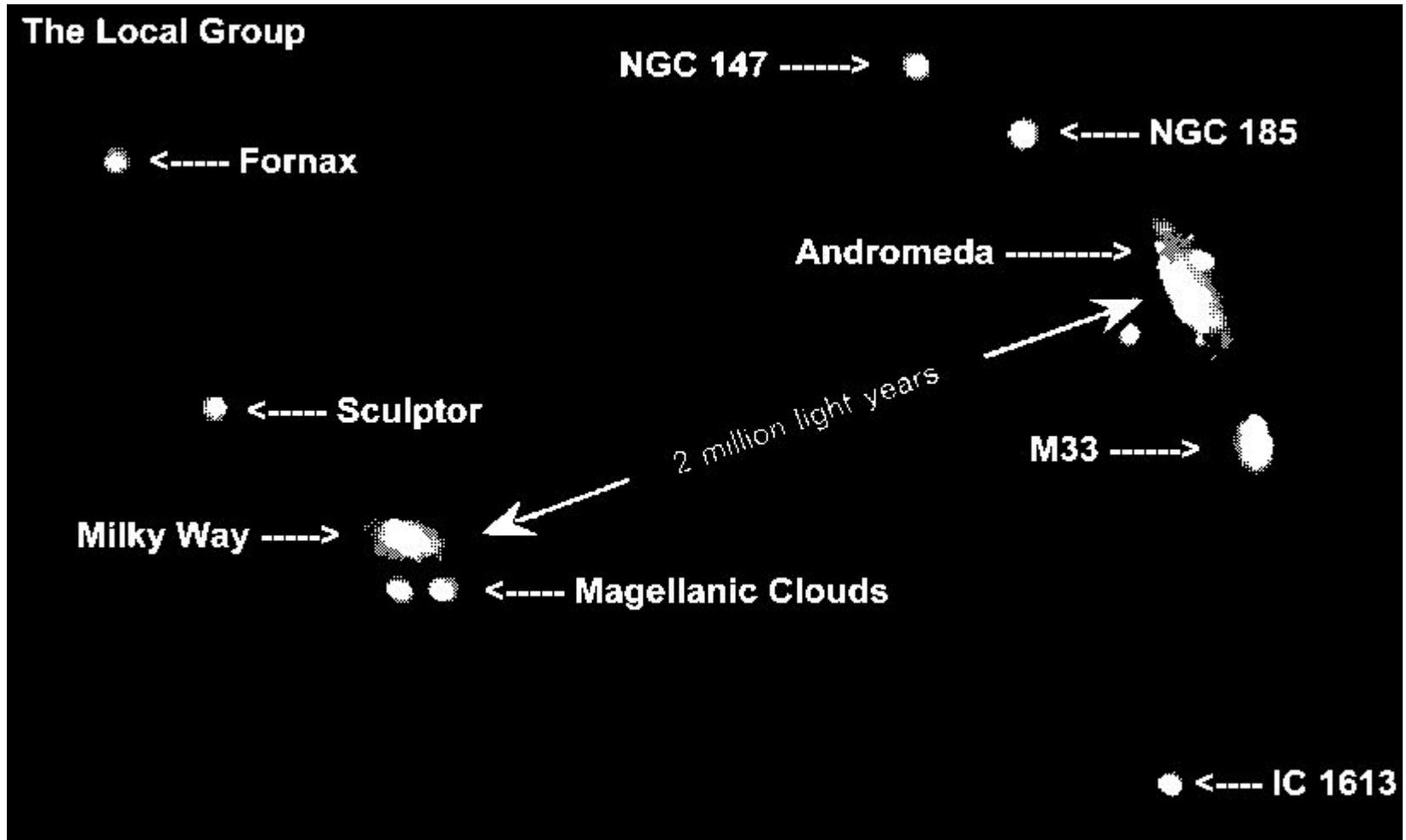
Kernspaltung 0,1 %

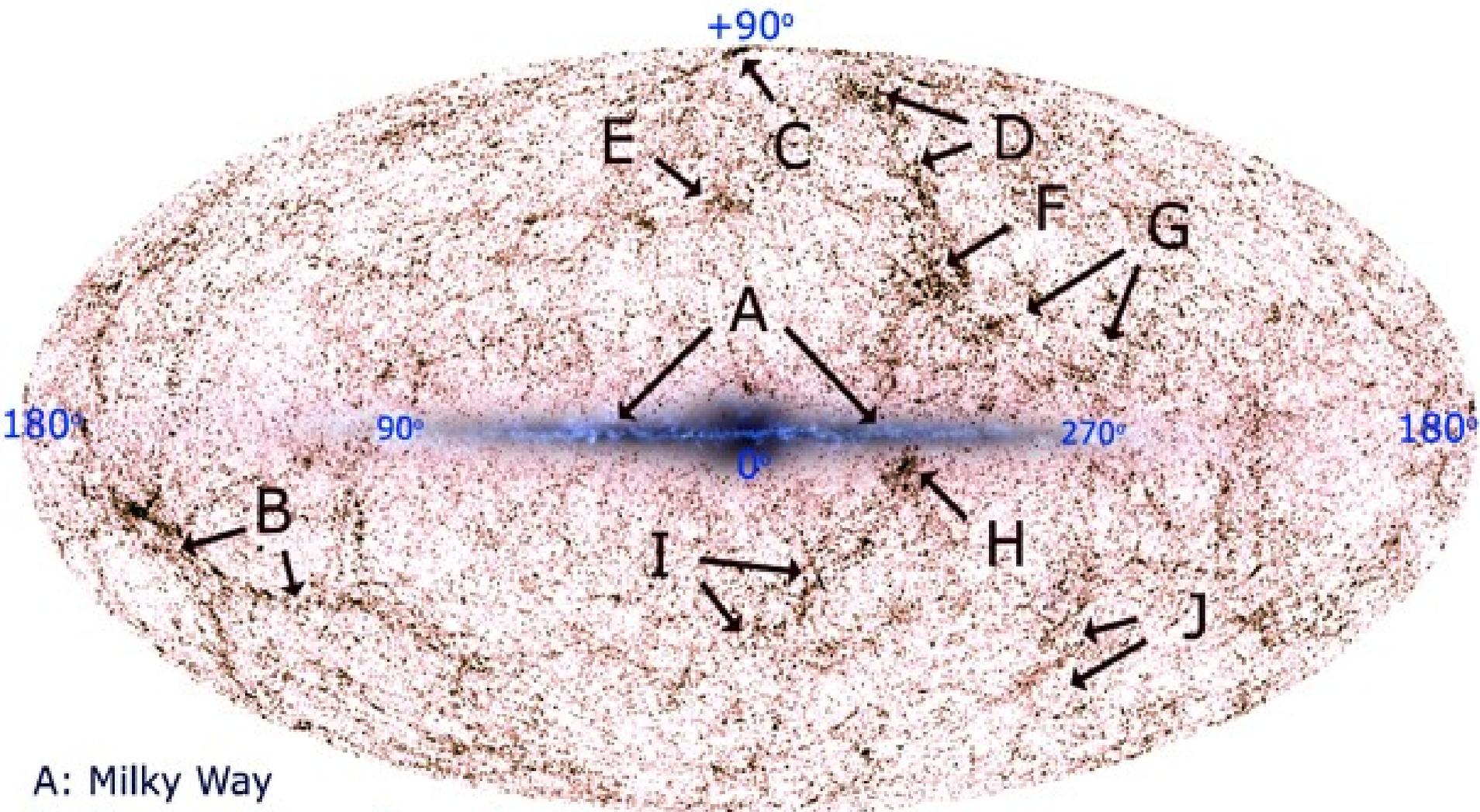
Abstand der beiden LIGO-Dektoren 3000 km

Zeitverzögerung der Signalankunftszeit 6,9 ms

Abstand der Quelle 400 Mpc (1,3 GLJ) außerhalb der
supergalaktischen Ebene (200 MLJ)

Die lokale Gruppe von Galaxien





A: Milky Way

B: Perseus-Pisces Supercluster

C: Coma Cluster

D: Virgo Cluster/Local Supercluster

E: Hercules Supercluster

F: Shapley Concentration/Abell 3558

-90°

G: Hydra-Centaurus Supercluster

H: "Great Attractor"/Abell 3627

I: Pavo-Indus Supercluster

J: Horologium-Reticulum

Supercluster

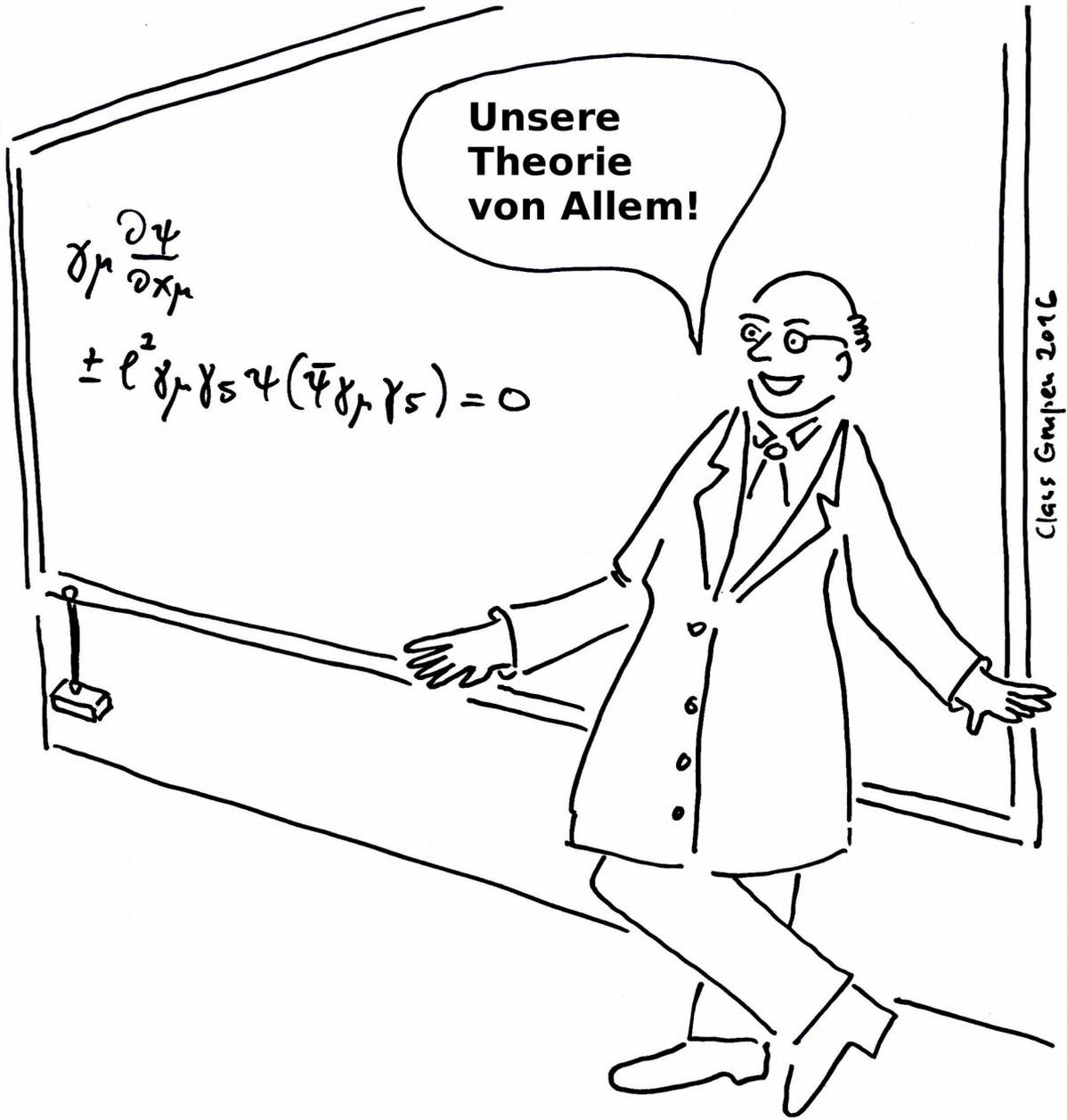
Wie geht es weiter mit der Gravitation?
Suche nach einer 'Weltformel', die
Quantentheorie und Gravitation vereinigt!

$$\gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} \psi \pm l^2 \gamma_\mu \gamma_5 \psi (\psi^\dagger \gamma_\mu \gamma_5 \psi) = 0.$$





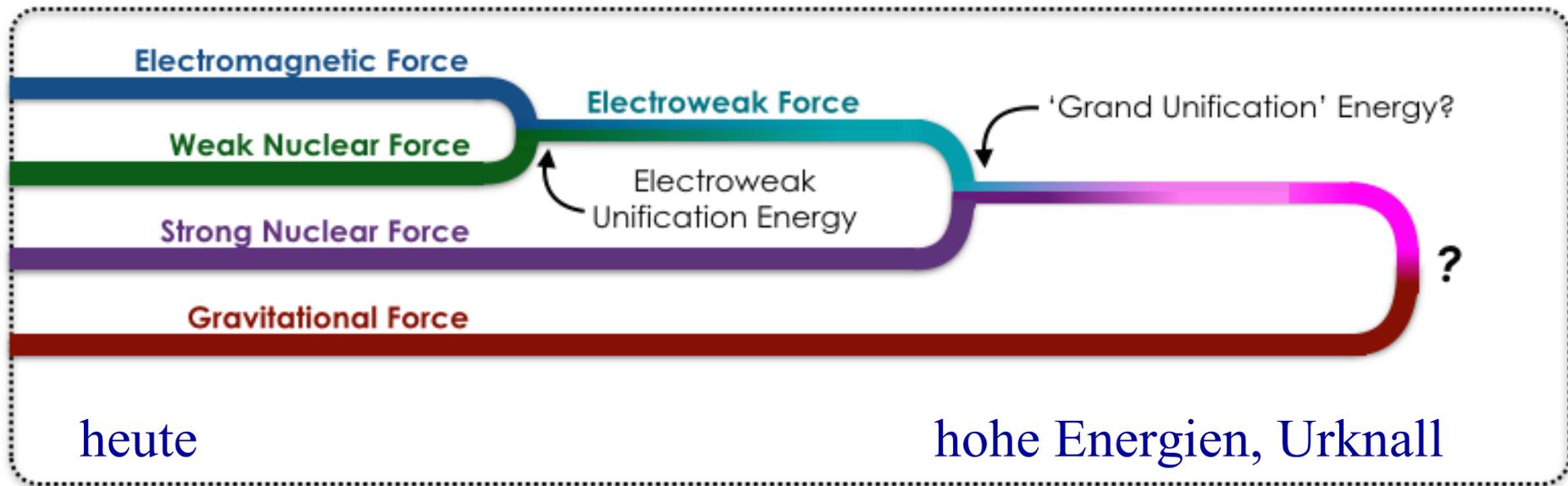
von Allem?
Wirklich?



Unsere
Theorie
von Allem!

$$\gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} \pm \ell^2 \gamma_\mu \gamma_5 \psi (\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5) = 0$$

Große Vereinigung aller Theorien



into higher dimensions

gravity

heat and light

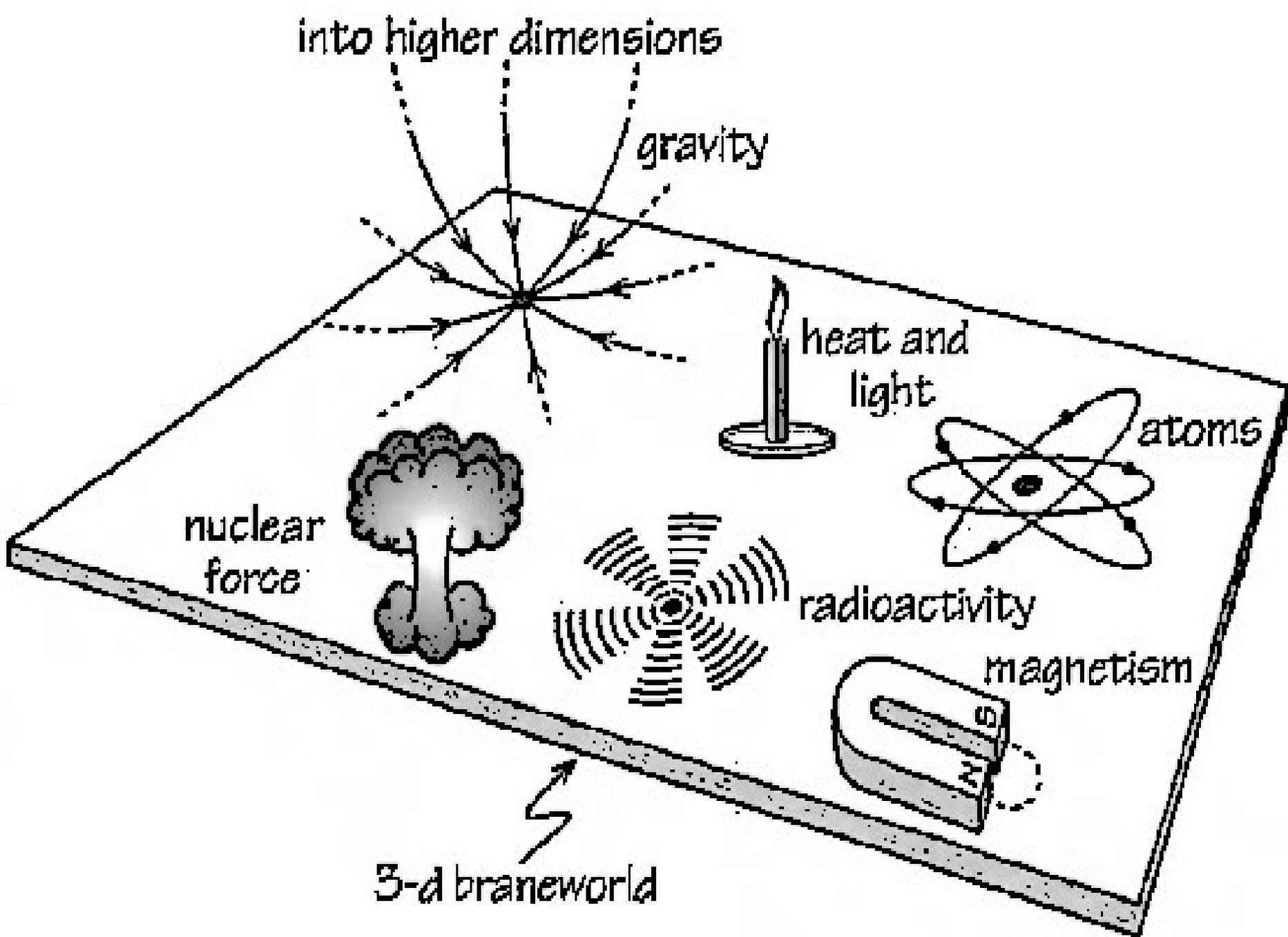
atoms

nuclear force

radioactivity

magnetism

3-d braneworld



Stringtheorie

Die Stringtheorie nimmt für sich Anspruch, das Ganze Universum erklären zu können. Die Theorie vereinigt die Quantentheorie mit der Gravitation. Aber: es gibt keine einheitliche Stringtheorie!

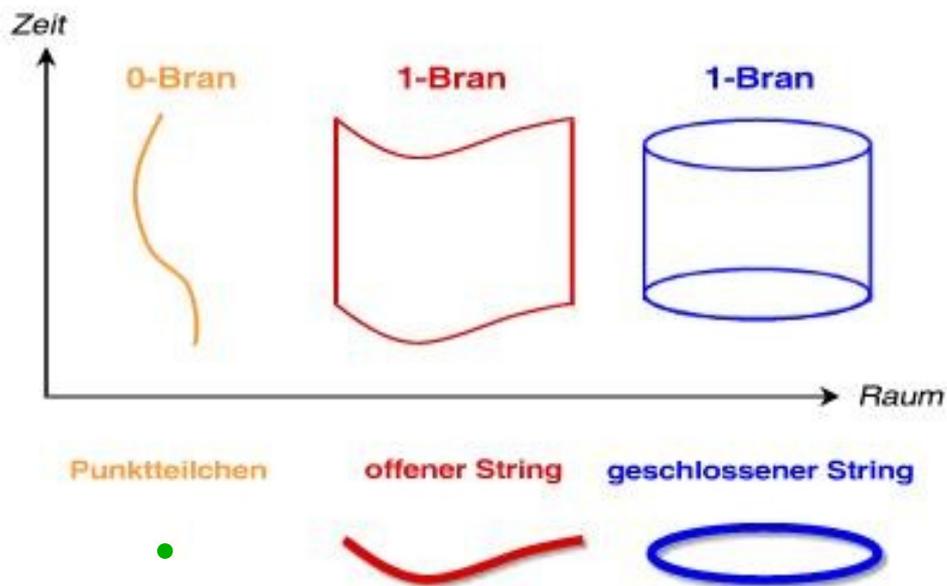
**Es gibt: Bosonische Stringtheorie
Supersymmetrische Stringtheorie
M-Theorie
Branen-Welt Szenarios,**

Die kleinsten Elemente der Stringtheorie sind energiegeladene schwingende Saiten



Andante tranquillo ($\text{♩} = 116$)
pp

Molto moderato ($\text{♩} = 144$)
f molto espress.

Two staves of musical notation. The first staff is for 'Andante tranquillo' in 8/8 time, marked 'pp', showing a melodic line with slurs and a fermata. The second staff is for 'Molto moderato' in 8/8 time, marked 'f molto espress.', showing a more rhythmic and expressive melodic line with slurs and a fermata.

Die Stringtheorie könnte eine 'Theorie für Alles' sein.

"Ein Elementarteilchen, das in Stringtheorien nicht existiert, sollte auch in der Kosmologie nicht existieren!"



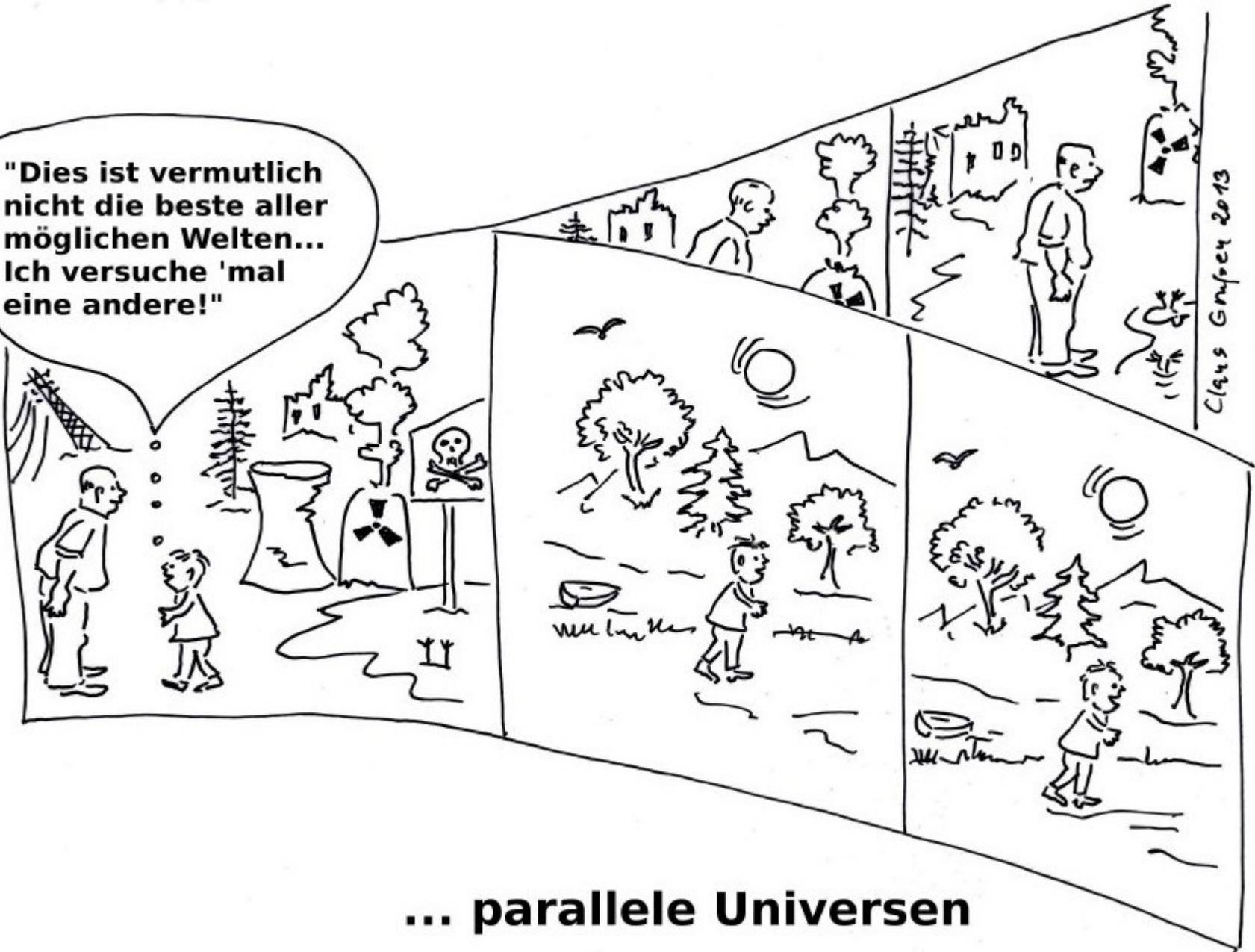
Claus Grupen 2015

Die Stringtheorie ist eine mathematische Theorie: die fundamentalen Objekte sind eindimensionale Saiten oder mehrdimensionale Branes.

Die aktuelle Version ist die sog. M-Theorie in 11 Dimensionen. Man kann neun Raumdimensionen und zwei Zeitdimensionen haben.

Zwei Zeitdimensionen würden Zeitreisen erlauben.

"Dies ist vermutlich nicht die beste aller möglichen Welten... Ich versuche 'mal eine andere!"



... parallele Universen

Stringtheorien erfordern

- alle Objekte des Universums bestehen aus schwingenden Saiten
- Quantenmechanik und Relativitätstheorie werden vereinigt
- es wird eine Supersymmetrie zwischen Bosonen und Fermionen gefordert
- man braucht höhere Dimensionen

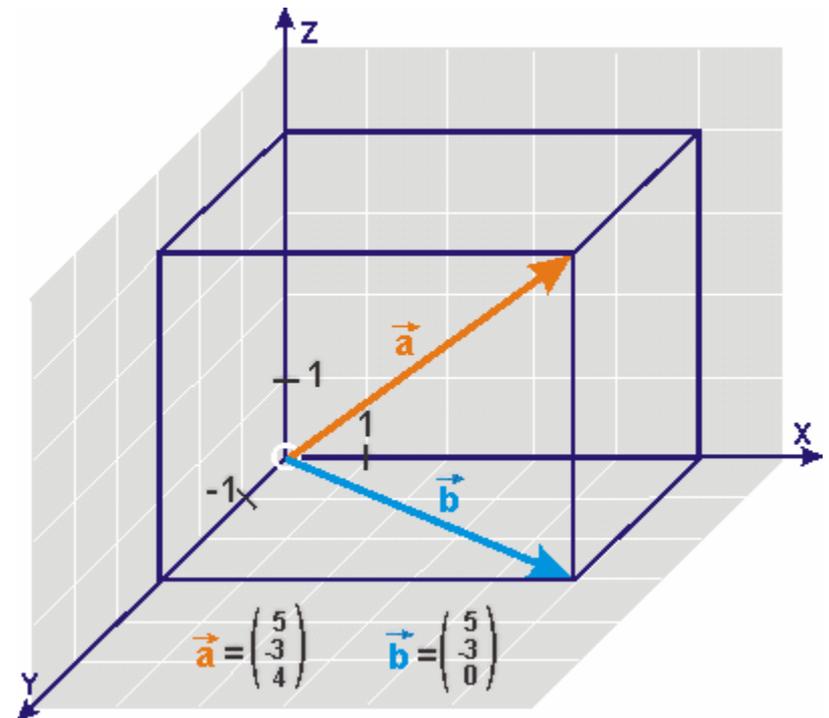
Ein Punkt im 3-dimensionalen Raum wird dargestellt durch

$$P = ax + by + cz$$

Im 4-dimensionalen Raum entsprechend

$$P^{\mathbb{A}} = px + qy + rz + s\zeta$$

wobei ζ die vierte Raumdimension ist und ζ senkrecht auf x , y , und z steht.



Für flache Wesen, die im 2-dim leben, ist die dritte Dimension eine Extra-Dimension, die Ihnen nicht zugänglich ist, auch nicht vorstellbar. Objekte aus der dritten Dimension müssen ihnen wie Engel oder Götter vorkommen.

Unterschied: in der Stringtheorie müssen die höheren Dimensionen kompaktifiziert sein. Warum? Sonst hätte man sie schon gesehen oder ihre Auswirkungen gespürt.

In der Stringtheorie ist Raum für 10^{100} verschiedene 'Welt'-Lösungen. In allen diesen Universen können die Naturkonstanten unterschiedliche Werte annehmen.

Unter dieser Vielzahl gibt es offenbar mindestens ein Universum, das Leben ermöglicht, und uns hervorgebracht hat. Dass die Naturkonstanten bei uns so sind wie sie sind, ist kein Wunder: es ist Zufall, bei so vielen Universen kommt das eben schon mal vor, und wenn die Konstanten anders wären, wäre niemand da, sich zu wundern.

Eine andere Idee der Stringtheorie ist, dass unsere Welt nur ein Hologramm der höherdimensionalen, vollen Welt ist.

Alle Informationen der kompletten höherdimensionalen Welt könnten auf die 'Oberfläche' (d.h. Brane) unserer 3-dim. Welt 'geschrieben' worden sein.

Der Urknall könnte die Folge einer Kollision von zwei Branen gewesen sein. In dieser Vorstellung spricht man von einem Ekpyrotischen Universum.

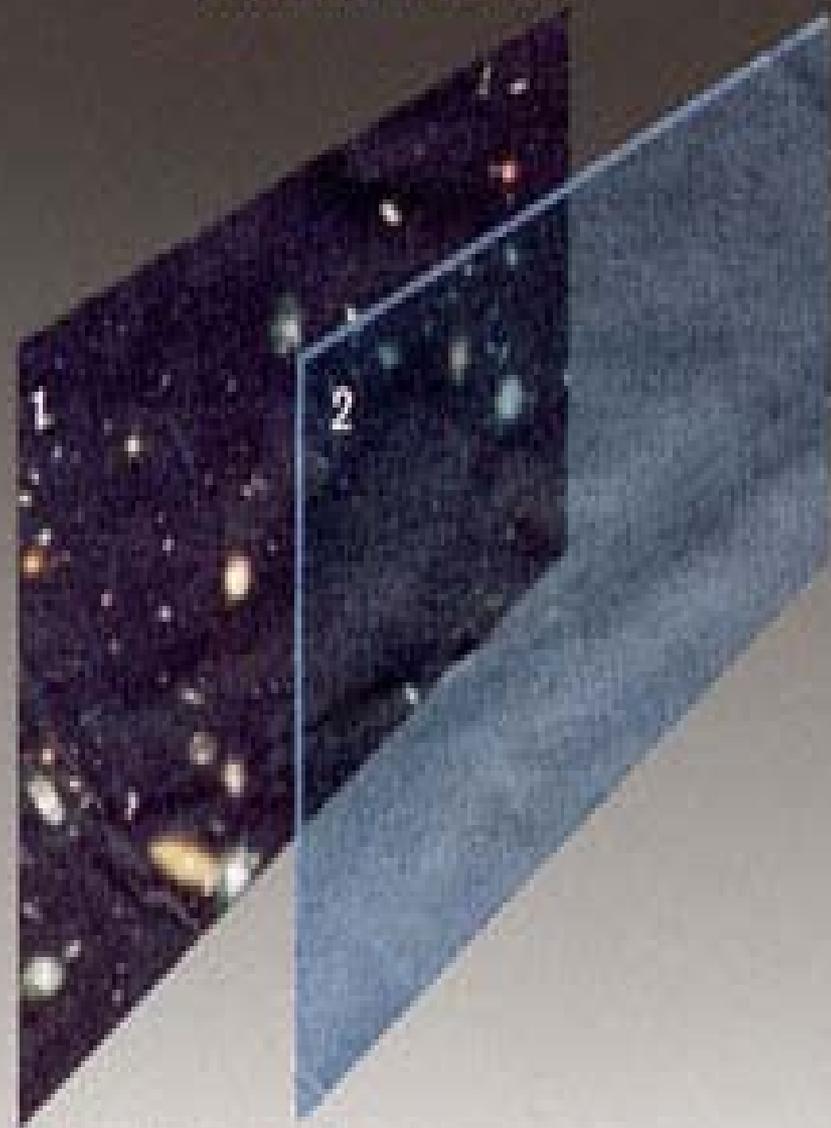
Vor der Kollision

Membran



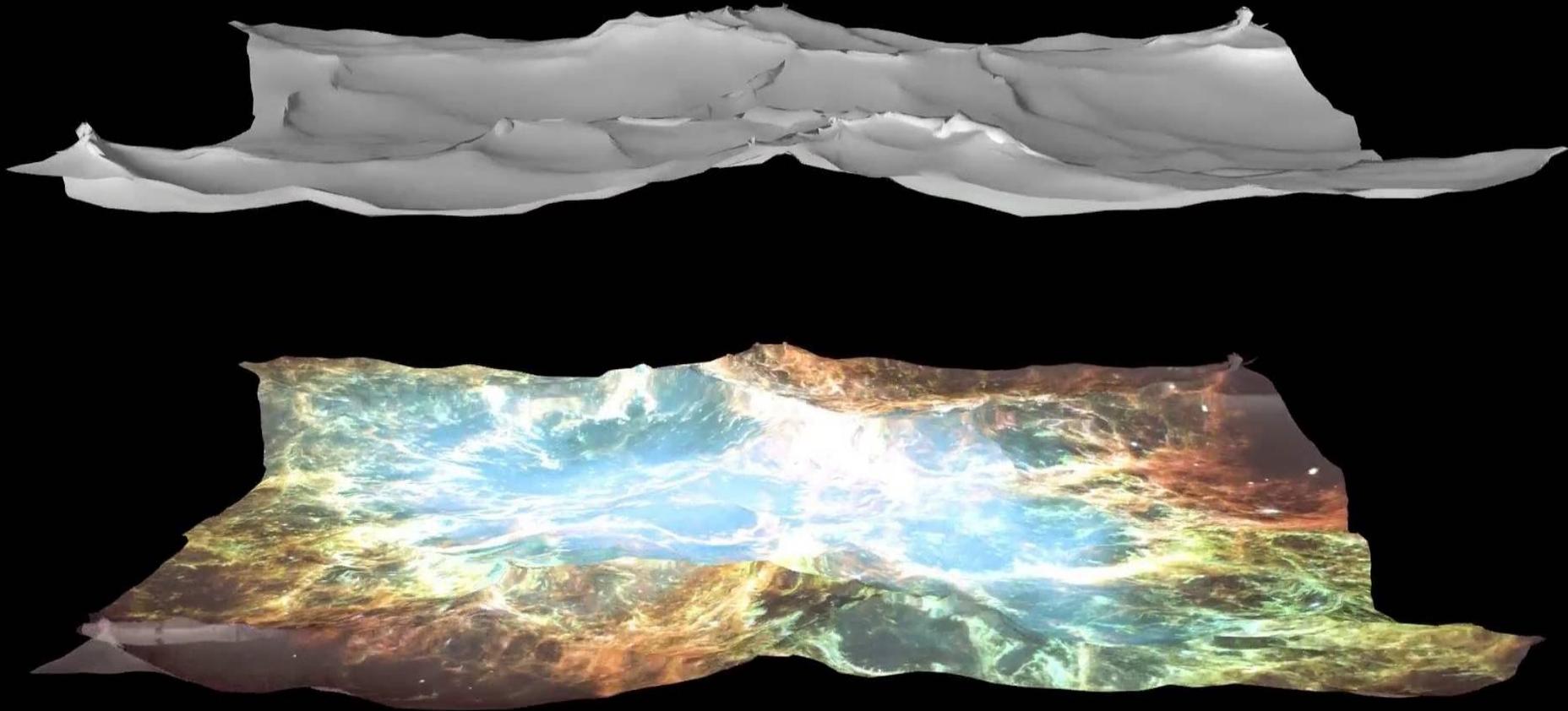
1 Unser Universum 2 Unsichtbares Paralleluniversum

Nach der Kollision



1 Unser Universum 2 Unsichtbares Paralleluniversum

Ekpyrotisches Universum (έκπύροσιζ = Weltenbrand)



Alternative Modelle: Quantenloop-Gravitation

Zeit und Raum sind quantisiert, und zwar in Einheiten der Planckzeit und Plancklänge.



... die kontinuierlichen Differentialgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie werden dann zu quantisierten Differenzengleichungen

$$t_p = 0,54 \cdot 10^{-43} \text{ Sekunden}$$

$$s_p = 1,62 \cdot 10^{-35} \text{ Meter}$$

Wenn Raum-Zeit-Atome existieren, so scheinen die Photonen langsamer als Licht zu reisen. Die körnige Struktur der holperigen Raumzeit beeinflusst die Propagation der Photonen?

**Zeit ist ein Trick
der Natur:
damit nicht alles
gleichzeitig
passiert.**

**Kosmologie ist wie
Moderne Kunst.
Kein Mensch
versteht sie!**



